

माध्यमिक शिक्षा परिषद्, उत्तर प्रदेश
द्वारा निर्धारित नवीनतम पाठ्यक्रम पर आधारित

NCERT Based



विद्या®

न्यूपैटर्न

QUESTION BANK®

सर्वश्रेष्ठ परीक्षा मार्गदर्शक

भौतिक विज्ञान
(प्रयोगात्मक कार्य सहित)

**कक्षा
12**



Study Subscribe

पढ़िए और जीतिए

**बसंत
LUCKY DRAW**



Scan The QR Code For
DIGITAL ACCESS

विद्यार्थियों की परीक्षाओं का तथ्यप्रवरक उत्तरों सहित संकलन
विद्यार्थियों की बोर्ड परीक्षाओं के प्रश्नोत्तरों का अध्यायवार संकलन

विद्या प्रकाशन मन्दिर प्रा. लि.

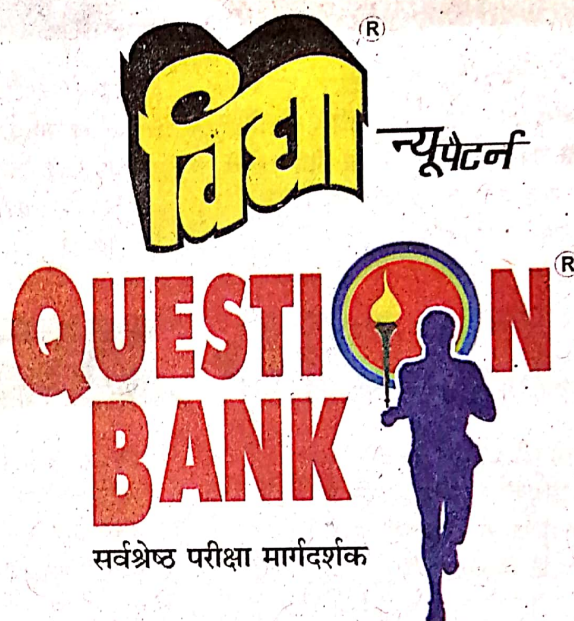
माध्यमिक शिक्षा परिषद्, प्रयागराज, उत्तर प्रदेश द्वारा निर्धारित NCERT पाठ्यक्रम,
अंक-विभाजन एवं प्रश्न-पत्र की योजना पर आधारित सर्वोत्कृष्ट परीक्षा मार्गदर्शक

2020



NCERT Based

- 1 बोर्ड परीक्षा की दृष्टि से चयनित परीक्षोपयोगी प्रश्नों के सम्पूर्ण हल की प्रस्तुति
- 2 परीक्षोपयोगी प्रश्नों का निर्धारित शब्द-सीमा एवं तथ्यपरक उत्तरों सहित संकलन
- 3 NCERT की पाठ्य-पुस्तक से चयनित परीक्षोपयोगी प्रश्नों के सम्पूर्ण हल की प्रस्तुति
- 4 परीक्षा की बेहतर तैयारी के लिए अध्याय के प्रारम्भ में ही Quick Review शीर्षक के अन्तर्गत महत्वपूर्ण सूत्रों, तथ्यों एवं परिभाषाओं सहित पाठ के सार-संक्षेप का संकलन
- 5 विद्यार्थियों की सुविधा के लिए नवीनतम पाठ्यक्रम एवं अंक-विभाजन तथा प्रश्न-पत्र की योजना का संकलन
- 6 2020 की परीक्षा हेतु 3 प्रतिदर्श प्रश्न-पत्र (3 Model Papers)



भौतिक विज्ञान

कक्षा 12

बोर्ड परीक्षा के सम्भावित प्रश्नोत्तरों का
यह अद्वितीय एवं अनुपम संकलन

संजोये है

70

अंकों की लिखित परीक्षा के साथ

30

अंकों का प्रयोगात्मक कार्य

Head Office :

Vidya Industrial Estate, Baghpat Road,
Meerut-250 002 (Delhi-NCR)

Tel : +91-121-7130642-43; Fax : +91-121-2439233

© Publishers

Written & Edited by :
Research & Development Cell

Typeset & Printed At :
VIDYA Prakashan Mandir (P) Ltd.

The author, the editor, the publisher and printer have made their best endeavour to provide authentic, accurate, impeccable and up-to-date information in this book. However, they do not undertake any legal responsibility for any misinterpretation or error inadvertently crept in. Creative suggestions for the improvement of the book are solicited for as they would serve as feedback and would be incorporated in the ensuing editions. All disputes subject to Meerut (UP) jurisdiction only.

भाव-अभिव्यक्ति

प्रिय परीक्षार्थी!

वर्ष 2020 की यू.पी. बोर्ड परीक्षा आपके भावी जीवन का प्रवेशद्वार है। इसके पार नयी सम्भावनाओं और सफलताओं का साम्राज्य है। विद्या Question Bank में आपकी सफलताओं का बीजमंत्र छिपा है। इसी कारणवश विद्वान तथा अनुभवी विषय-विशेषज्ञों ने अपनी कर्मसाधना से इस पुस्तक को अभिमंत्रित कर दिया है।

विगत वर्षों के अन्तर्गत विद्या Question Bank का अध्ययन करके लाखों परीक्षार्थियों ने उच्चतम अंक प्राप्त किये हैं। उल्लेखनीय रूप से गत तीन दशक से विद्या Question Bank यू.पी. बोर्ड परीक्षा के टॉपर्स की पहली पसंद रही है।

निश्चय ही, यह पुस्तक आपको 100% सफलता दिलाएगी और पक्का इरादा आपकी शानदार उपलब्धियों को अटूट विश्वास में बदल देगा।

विजयश्री के आशीर्वाद तथा आपके स्वर्णिम जीवन की शुभकामनाओं के साथ!

शुभेच्छा:

(सौरभ जैन)

प्रबन्ध निदेशक

सर्वोच्च अंक पाने के अचूक मंत्र

अनुभवी विशेषज्ञों के गुरुमंत्रों का अनुपालन आपको अधिकतम अंक दिलाएगा। ये गुरुमंत्र निम्नवत् हैं-

सकारात्मक सोच

सकारात्मक सोच से आपका आत्मविश्वास दृढ़ होगा। 'परीक्षा में मुझे सफल होना ही है'-इस सोच से उपजा आत्मबल आपको शत-प्रतिशत सफलता प्रदान करेगा।

समय-सारिणी

प्रातः 5.00 बजे से रात्रि 10.00 बजे तक समय-सारिणी बनाकर योजनाबद्ध रूप से अध्ययन करें। प्रत्येक पेपर को तैयारी का पर्याप्त समय दें।

सार-संक्षेप

प्रत्येक पेपर के हर प्रश्नोत्तर की एक छोटी रूपरेखा बनाकर प्रश्नोत्तरों को दोहराएँ। इस रूपरेखा में सभी महत्वपूर्ण तथ्यों, चित्रों तथा सूत्रों आदि को सम्मिलित करना न भूलें।

लेखन-अभ्यास

प्रश्नोत्तरों को याद करके अधिक-से-अधिक रफ-लेखन करने से आत्मविश्वास बढ़ेगा और लिखने की गति में वृद्धि होगी।

मनन-विद्या

सोने से पूर्व विषयसामग्री के बिन्दुओं को मन-ही-मन दोहराएँ। इससे ज्ञान आपके अवचेतन मन में अंकित होकर स्थायी रूप ले लेगा।

चिं.पु.लि. परीक्षा सूत्र

चिन्तन, पुनरावृत्ति और विषयसामग्री को लिखने का अभ्यास करने से आप विजेता ही नहीं, विजयसम्राट बन जाएँगे।



Question Bank एक अद्वितीय प्रश्नोत्तरमाला!!

विद्या Question Bank के प्रश्नोत्तर यू.पी. बोर्ड द्वारा सत्र 2020 के लिए निर्धारित नवीनतम पाठ्यक्रम के अनुरूप हैं। इसके साथ परीक्षार्थी समूचे पाठ्यक्रम की योजनाबद्ध तैयारी कर सकते हैं।

विद्या Question Bank की अध्ययन सामग्री NCERT पाठ्यक्रम के अनुसार है, जिसे अनुभवी शिक्षकों ने तैयार किया है। परीक्षा मानदण्डों की शब्द-सीमा के अन्तर्गत सभी प्रश्नोत्तर सरल-सुबोध भाषा में लिखे गए हैं। परीक्षार्थी इन्हें सुगमता से समझ सकते हैं और सहज रूप में प्रस्तुत कर सकते हैं।

विद्या Question Bank उत्कृष्ट प्रश्नों और उनके उत्तरों का ऐसा अद्वितीय-अनुपम संकलन है जिसके साथ तैयारी कर औसत दर्जे के परीक्षार्थी कम समय में ही बहुत अच्छे अंक ला सकते हैं।

विद्या Question Bank में परीक्षा की बेहतर तैयारी के लिए अध्याय के प्रारम्भ में ही Quick Review शीर्षक के अन्तर्गत महत्वपूर्ण सूत्रों, तथ्यों एवं परिभाषाओं सहित पाठ के सार-संक्षेप का समावेश किया गया है। इन्हें याद करके प्रश्नों का उत्तर लिखने में परीक्षार्थी तथ्यों को अच्छी तरह याद रख सकेंगे।

विद्या Question Bank में 30 अंकों के प्रयोगात्मक कार्य का समावेश किया गया है।

विद्या Question Bank में 3 प्रतिदर्श प्रश्न-पत्र (Model Papers) के साथ परीक्षापूर्व अभ्यास करने से प्रश्नों के प्रकार, अंक-विभाजन तथा सुनिश्चित समयावधि में कार्य-सम्पादन का पर्याप्त अनुभव मिल जाता है।

विद्या Question Bank के साथ तैयारी करके परीक्षा देने वाले परीक्षार्थी प्रत्येक दशा में उच्चतम अंकों के साथ श्रेष्ठ परिणाम पा सकेंगे।

विद्या Question Bank प्रश्नोत्तरमाला आपको परीक्षा की नयी कला, अभिनव कौशल तथा आधुनिक तकनीक में प्रशिक्षित करेगी।

भौतिक विज्ञान

कक्षा-12

इसमें 70 अंकों का एक प्रश्न-पत्र तथा 30 अंकों का प्रयोगात्मक कार्य होगा। न्यूनतम उत्तीर्णांक $23 + 10 = 33$ अंक।

खण्ड-क

इकाई-1 : स्थिर विद्युतिकी

08 अंक

वैद्युत आवेश, आवेश का संरक्षण, कूलॉम नियम—दो बिन्दु आवेशों के बीच बल, बहुल आवेशों के बीच बल, अध्यारोपण सिद्धान्त तथा सतत् आवेश वितरण। विद्युत् क्षेत्र, विद्युत् आवेश के कारण वैद्युत् क्षेत्र, विद्युत् क्षेत्र रेखाएँ, वैद्युत् द्विध्रुव, द्विध्रुव के कारण वैद्युत् क्षेत्र, एकसमान वैद्युत् क्षेत्र में द्विध्रुव पर बल आघूर्ण, वैद्युत् फ्लक्स। गाउस नियम का प्रकथन तथा अनन्त लम्बाई के एकसमान आवेशित सीधे तार, एकसमान आवेशित अनन्त समतल चादर तथा एक समान आवेशित पतले गोलीय खोल (के भीतर तथा बाहर) विद्युत् क्षेत्र ज्ञात करने में इस नियम का अनुप्रयोग, वैद्युत् विभव, विभवान्तर, किसी बिन्दु आवेश, वैद्युत् द्विध्रुव, आवेशों के निकाय के कारण वैद्युत् विभव, समविभव पृष्ठ, किसी स्थिर वैद्युत् क्षेत्र में दो बिन्दु आवेशों के निकाय तथा वैद्युत् द्विध्रुव की स्थिर वैद्युत् स्थितिज ऊर्जा, चालक तथा विद्युत्रोधी, किसी चालक के भीतर मुक्त आवेश तथा बद्ध आवेश, परावैद्युत् पदार्थ तथा वैद्युत् ध्रुवण, संधारित्र तथा धारिता, श्रेणीक्रम तथा समान्तर क्रम में संधारित्रों का संयोजन, पिट्टिकाओं के बीच परावैद्युत् माध्यम होने अथवा न होने पर किसी समान्तर पिट्टिका संधारित्र की धारिता, संधारित्र में संचित ऊर्जा, वान डे ग्राफ जनित्र।

इकाई-2 : धारा विद्युत्

07 अंक

विद्युत् धारा, धात्विक चालक में वैद्युत् आवेशों का प्रवाह, अपवाह वेग (Drift velocity), गतिशीलता तथा इनका विद्युत् धारा से सम्बन्ध, ओम का नियम, वैद्युत् प्रतिरोध $V-I$ अभिलक्षण (रैखिक तथा अरैखिक), विद्युत् ऊर्जा और शक्ति, वैद्युत् प्रतिरोधकता तथा चालकता, कार्बन प्रतिरोधक, कार्बन प्रतिरोधकों के लिए वर्ण कोड, प्रतिरोधकों का श्रेणी तथा पार्श्व क्रम संयोजन, प्रतिरोध की ताप निर्भरता, सेलों का आन्तरिक प्रतिरोध, सेल का वि०वा०बल (e.m.f.) तथा विभवान्तर, सेलों का श्रेणीक्रम तथा समान्तर संयोजन, किरचॉफ का नियम तथा इसके अनुप्रयोग, व्हीटस्टोन सेतु, मीटर सेतु, विभवमापी—सिद्धान्त, विभवान्तर एवं दो सेलों के विद्युत् वाहक बल (e.m.f.) की तुलना करने के लिए इसका अनुप्रयोग, किसी सेल के आन्तरिक प्रतिरोध की माप।

इकाई-3 : विद्युत् धारा का चुम्बकीय प्रभाव तथा चुम्बकत्व

08 अंक

चुम्बकीय क्षेत्र की संकल्पना, ओस्टेड का प्रयोग, बायो-सेवर्ट नियम तथा धारावाही लूप में इसका अनुप्रयोग, ऐम्पियर का नियम तथा इसका अनन्त लम्बाई के सीधे तार में अनुप्रयोग, एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही चालक पर बल, दो समान्तर धारावाही चालकों के बीच बल—ऐम्पियर की परिभाषा, एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही लूप द्वारा बल आघूर्ण का अनुभव, चल-कुण्डली गैल्वेनोमीटर इसकी धारा सुग्राह्यता तथा इसका अमीटर तथा वोल्टमीटर में रूपान्तरण, धारा लूप चुम्बकीय द्विध्रुव के रूप में तथा इसका चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण, किसी परिभ्रमण करते इलेक्ट्रॉन तथा चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण, चुम्बकीय द्विध्रुव (छड़ चुम्बक) के कारण इसके अक्ष के अनुदिश तथा अक्ष के अभिलम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र तीव्रता, एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में चुम्बकीय द्विध्रुव (छड़ चुम्बक) पर बल आघूर्ण, तुल्यांकी परिनालिका के रूप में छड़ चुम्बक, चुम्बकीय क्षेत्र रेखाएँ, पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र तथा चुम्बकीय अवयव, अनुचुम्बकीय, प्रचुम्बकीय तथा लौह चुम्बकीय

पदार्थ उदाहरणों सहित, विद्युत चुम्बक तथा इनकी तीव्रताओं को प्रभावित करने वाले कारक, स्थायी चुम्बक।

इकाई-4 : वैद्युत चुम्बकीय प्रेरण तथा प्रत्यावर्ती धाराएँ

08 अंक

वैद्युत चुम्बकीय प्रेरण—फैराडे के नियम, प्रेरित (emf) तथा धारा, लेंज का नियम, भँवर धाराएँ, स्वप्रेरण तथा अन्योन्य प्रेरण, प्रत्यावर्ती धारा, प्रत्यावर्ती धारा तथा वोल्टता के शिखर तथा वर्ग-माध्य-मूल मान, प्रतिघात तथा प्रतिबाधा, LC दोलन (केवल गुणात्मक विवेचना) श्रेणीबद्ध LCR परिपथ अनुनाद, AC परिपथों में शक्ति, वाटहीन धारा, AC जनित्र तथा ट्रान्सफार्मर।

इकाई-5 : वैद्युत् चुम्बकीय तरंगें

04 अंक

विस्थापन धारा की आवश्यकता, वैद्युत चुम्बकीय तरंगें तथा इनके अभिलक्षण (केवल गुणात्मक संकल्पना), वैद्युत चुम्बकीय तरंगों की अनुप्रस्थ प्रकृति, वैद्युत चुम्बकीय स्पेक्ट्रम (रेडियो तरंगें, सूक्ष्म तरंगें, अवरक्त, दृश्य, पराबैंगनी, X किरणें, गामा किरणें) इनके उपयोग के विषय में मौलिक तथ्यों सहित।

खण्ड-ख

इकाई-1 : प्रकाशिकी

13 अंक

प्रकाश का परावर्तन, गोलीय दर्पण, दर्पण सूत्र, प्रकाश का अपवर्तन, पूर्ण आन्तरिक परावर्तन तथा इसके अनुप्रयोग, प्रकाशिक तन्तु, गोलीय पृष्ठों पर अपवर्तन, लेंस, पतले लेंसों का सूत्र, लेंस मेकर सूत्र, आवर्धन, लेंस की शक्ति, सम्पर्क में रखे पतले लेंसों का संयोजन, लेंस और दर्पण का संयोजन, प्रिज्म से होकर प्रकाश का अपवर्तन तथा परिक्षेपण।

प्रकाश का प्रकीर्णन—आकाश का नीला वर्ण, सूर्योदय एवं सूर्यास्त के समय आकाश में सूर्य का रक्ताभ दृष्टिगोचर होना। प्रकाशिक यंत्र—मानव नेत्र, प्रतिबिम्ब बनना तथा समंजन क्षमता, लेंसों द्वारा दृष्टि दोषों का संशोधन (निकट दृष्टिदोष, दूर-दृष्टि दोष, जरा दूर दृष्टि दोष, अविन्दुकता) सूक्ष्मदर्शी तथा खगोलीय दूरदर्शक (परावर्ती तथा अपवर्ती) तथा इनकी आवर्धन क्षमतायें, तरंग, तरंग प्रकाशिकी, तरंगाग्र तथा हाइगेन्स का सिद्धान्त, तरंगाग्रों के उपयोग द्वारा समतल तरंगों का समतल पृष्ठों पर परावर्तन तथा अपवर्तन, हाइगेन्स सिद्धान्त के उपयोग द्वारा परावर्तन तथा अपवर्तन के नियमों का सत्यापन, व्यतिकरण, यंग का द्विझिरी प्रयोग तथा फ्रिज चौड़ाई के लिये व्यंजक, कला संबद्ध स्रोत तथा प्रकाश का प्रतिपालित व्यतिकरण, एकल झिरी के कारण विवर्तन, केन्द्रीय उच्चिष्ट की चौड़ाई, सूक्ष्मदर्शी तथा दूरदर्शकों की विभेदन क्षमता, ध्रुवण, समतल ध्रुवित प्रकाश, ब्रस्टर का नियम, समतल ध्रुवित प्रकाश तथा पोलरायिडों का उपयोग।

इकाई-2 : द्रव्य तथा विकिरणों की द्वैत प्रकृति

06 अंक

विकिरणों की द्वैत प्रकृति, प्रकाश विद्युत प्रभाव, हर्ट्ज तथा लेनार्ड प्रेक्षण, आइंस्टीन प्रकाश वैद्युत समीकरण, प्रकाश की कणात्मक प्रकृति, द्रव्य तरंग—कणों की तरंगात्मक प्रकृति, दी-ब्रॉग्ली सम्बन्ध, डेविसन तथा जर्मेर प्रयोग (प्रायोगिक विवरण न दिया जाए केवल निष्कर्ष की व्याख्या की जाए)।

इकाई-3 : परमाणु तथा नाभिक

08 अंक

एल्फा-कण प्रकीर्णन प्रयोग, परमाणु का रदरफोर्ड मॉडल, बोर मॉडल, ऊर्जा-स्तर, हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम, नाभिकों की संरचना एवं आकार, परमाणु द्रव्यमान, समस्थानिक, समभारिक, समन्यूट्रॉनिक, रेडियोएक्टिविटी, एल्फा, बीटा तथा गामा कण/किरणें और इनके गुण, रेडियोएक्टिव क्षय-नियम, द्रव्यमान-ऊर्जा सम्बन्ध, द्रव्यमान क्षति, बंधन ऊर्जा प्रति न्यूक्लियॉन तथा द्रव्यमान संख्या के साथ इसमें परिवर्तन, नाभिकीय विघटन और संलयन।

इकाई-4 : इलेक्ट्रॉनिक युक्तियाँ (गुणात्मक आख्या मात्र)

08 अंक

ठोसों में ऊर्जा बैंड, चालक, कुचालक तथा अर्धचालक डायोड I-V अभिलाक्षणिक (अग्रदिशिक तथा पश्चदिशिक वायसन में) (In forward and reverse bias),

डायोड दिष्टकारी के रूप में, LED के अभिलाक्षणिक, फोटोडायोड, सौर सेल तथा जेनर डायोड, बोल्टता नियंत्रक के रूप में जेनर डायोड, संधि ट्रांजिस्टर, ट्रांजिस्टर क्रिया, ट्रांजिस्टर के अभिलाक्षणिक, ट्रांजिस्टर प्रवर्धक के रूप में (उभयनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास) तथा ट्रांजिस्टर दोलित्र के रूप में, लॉजिक गेट (OR, AND, NAND तथा NOR), ट्रांजिस्टर स्विच के रूप में।

प्रश्न-पत्र की रूपरेखा एवं अंक-विभाजन

क्रमांक	प्रश्नों का प्रकार	संख्या	अंक	योग
1.	बहुविकल्पीय प्रश्न	6	1 × 6	6
2.	अतिलघु उत्तरीय प्रश्न	6	1 × 6	6
3.	लघु उत्तरीय प्रश्न (2 अंक)	4	2 × 2	8
4.	लघु उत्तरीय प्रश्न (3 अंक)	10	3	30
5.	विस्तृत उत्तरीय प्रश्न	4	5	20
कुल प्रश्न = 30			कुल अंक = 70	

विषय-सूची

अध्याय	पृष्ठ संख्या	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1. वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र	... 5	11. विकिरण तथा द्रव्य की द्वैत प्रकृति	... 128
2. स्थिर वैद्युत विभव तथा धारिता	... 19	12. परमाणु	... 136
3. विद्युत धारा	... 31	13. नाभिक	... 143
4. गतिमान आवेश और चुम्बकत्व	... 46	14. अर्द्धचालक इलेक्ट्रॉनिक्स : पदार्थ, युक्तियाँ तथा सरल परिपथ	... 154
5. चुम्बकत्व एवं द्रव्य	... 61	● प्रयोगात्मक कार्य	... 172
6. वैद्युत चुम्बकीय प्रेरण	... 67	● मॉडल पेपर-1	... 174
7. प्रत्यावर्ती धारा	... 75	● मॉडल पेपर-2	... 175
8. वैद्युत चुम्बकीय तरंगें	... 89	● मॉडल पेपर-3	... 176
9. किरण प्रकाशिकी एवं प्रकाशिक यंत्र	... 94		
10. तरंग-प्रकाशिकी	... 115		



वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

Quick Review

- ❖ **वैद्युत आवेश**—वैद्युत आवेश द्रव्य का वह गुण है जिसके कारण वह वैद्युत तथा चुम्बकीय प्रभाव उत्पन्न करता है तथा उनका अनुभव करता है।
- ❖ वैद्युत आवेश दो प्रकार के होते हैं—(i) धनावेश, (ii) ऋणावेश।
- ❖ **आवेश संरक्षण का नियम**—आवेश न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही इसे नष्ट किया जा सकता है, इसे केवल एक वस्तु से दूसरी वस्तु पर स्थानान्तरित किया जा सकता है।
- ❖ **वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता**—वैद्युत क्षेत्र के किसी बिन्दु पर रखे परीक्षण आवेश के प्रति एकांक आवेश पर कार्यरत वैद्युत बल को उस बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (\vec{E}) कहते हैं।

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

- ❖ **कूलॉम का नियम**—किन्हीं दो स्थिर बिन्दु आवेशों के बीच कार्यरत वैद्युत बल दोनों आवेशों के परिमाणों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है, अर्थात्

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- ❖ बिन्दु आवेश के कारण उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$

- ❖ वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $\vec{p} = q \times 2\vec{l}$

- ❖ एकसमान वैद्युत क्षेत्र में स्थित वैद्युत द्विध्रुव पर कार्यरत बल-युग्म का आघूर्ण $\tau = pE \sin\theta$

- ❖ वैद्युत द्विध्रुव की अक्षीय स्थिति में उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3}$

- ❖ एक द्विध्रुव की निरक्षीय स्थिति में उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$

- ❖ एकसमान वैद्युत क्षेत्र में स्थित वैद्युत द्विध्रुव पर कार्यरत बल-युग्म का आघूर्ण $\tau = pE \sin\theta$, सदिश रूप में $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

- ❖ **गौस की प्रमेय**—किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स उस पृष्ठ द्वारा परिबद्ध कुल वैद्युत आवेश का $1/\epsilon_0$ गुना होता है। अतः $\phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q$

- ❖ अनन्त लम्बाई के एकसमान आवेशित सीधे तार के निकट उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E = \lambda/(2\pi\epsilon_0 r)$ जहाँ λ , रेखीय आवेश घनत्व है।

- ❖ अनन्त विस्तार की एकसमान आवेशित समतल चादर के निकट वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E = \sigma/2\epsilon_0$ जहाँ σ पृष्ठीय आवेश घनत्व तथा ϵ_0 निर्वात (अथवा वायु) की वैद्युतशीलता है।

- ❖ आवेशित चालक प्लेट के निकट वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E = \sigma/\epsilon_0$

- ❖ समान पृष्ठ घनत्व के निकट स्थित धन तथा ऋण आवेशित समान्तर प्लेटों के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता
(i) प्लेटों के बाहर $E = 0$ (ii) प्लेटों के बीच $E = \sigma/\epsilon_0$

- ❖ एकसमान आवेशित पतले गोलीय कोश के कारण उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

(i) गोलीय कोश के बाहर $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$

(ii) गोलीय कोश के पृष्ठ पर $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$

(iii) गोलीय कोश के अन्दर $E = 0$

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. इलेक्ट्रॉन के आवेश एवं संहति का अनुपात होगा-

- (i) 177×10^{11} कूलॉम/किग्रा
(ii) 19×10^{12} कूलॉम/किग्रा
(iii) 16×10^{-19} कूलॉम/किग्रा
(iv) 3.2×10^{11} कूलॉम/किग्रा

(2016)

उत्तर— (i) 177×10^{11} कूलॉम/किग्रा

प्रश्न 2. वैद्युतशीलता (ϵ_0) का एस.आई. मात्रक है- (2012, 14, 15)

- (i) कूलॉम²/न्यूटन-मीटर² (ii) न्यूटन-मीटर²/कूलॉम²
(iii) न्यूटन/कूलॉम (iv) न्यूटन/वोल्ट/मीटर²

उत्तर— (i) कूलॉम²/न्यूटन-मीटर²

प्रश्न 3. दो समान आवेशों q, q को जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिन्दु पर एक आवेश q' रख दिया जाता है। यदि तीनों आवेशों का निकाय सन्तुलन में हो तो q' का मान होगा-

(2011, 18)

- (i) $-q/2$ (ii) $-q/4$
(iii) $+q/4$ (iv) $+q/2$

उत्तर— (ii) $-q/4$

प्रश्न 4. $+1 \mu\text{C}$ तथा $+4 \mu\text{C}$ के दो आवेश एक-दूसरे से कुछ दूरी पर वायु में स्थित हैं। उन पर लगने वाले बलों का अनुपात है-

(2014)

- (i) 1:4 (ii) 4:1 (iii) 1:1 (iv) 1:16

उत्तर— (iii) 1:1

प्रश्न 5. 8 कूलॉम ऋण आवेश में उपस्थित इलेक्ट्रॉनों की संख्या है-

(2015)

- (i) 5×10^{19} (ii) 2.5×10^{19}
(iii) 128×10^{19} (iv) 16×10^{19}

उत्तर— (i) 5×10^{19}

प्रश्न 6. एक 24Ω प्रतिरोध वाले तार को एक समबाहु त्रिभुज के रूप में मोड़ा जाता है। किन्हीं दो किनारों के बीच प्रभावी प्रतिरोध है-

(2019)

- (i) $9/2 \Omega$ (ii) 24Ω (iii) 12Ω (iv) $16/3 \Omega$

उत्तर— (iv) $16/3 \Omega$

प्रश्न 7. एक वर्ग के दो विपरीत कोनों पर आवेश Q रखे हैं। दूसरे दो विपरीत कोनों पर आवेश q रखे हैं। यदि किसी Q पर नेट विद्युत बल शून्य हो तो $\frac{Q}{q}$ बराबर है-

(2017)

- (i) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ii) $-2\sqrt{2}$ (iii) -1 (iv) 1

उत्तर— (ii) $-2\sqrt{2}$

प्रश्न 8. वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता का मात्रक है-

(2011, 13, 15, 16, 17)

- (i) कूलॉम/न्यूटन (ii) जूल/न्यूटन
(iii) न्यूटन/कूलॉम (iv) न्यूटन/मी

उत्तर— (iii) न्यूटन/कूलॉम

प्रश्न 9. निम्न में से कौन-सा वैद्युत-क्षेत्र का मात्रक नहीं है?

(2014, 18, 19)

- (i) न्यूटन/कूलॉम (ii) वोल्ट/मीटर
(iii) जूल/कूलॉम (iv) जूल/कूलॉम/मीटर

उत्तर— (iii) जूल/कूलॉम

प्रश्न 10. विद्युत फ्लक्स का मात्रक है-

(2018, 19)

- (i) न्यूटन/कूलॉम (ii) वोल्ट-मीटर
(iii) वोल्ट/मीटर (iv) न्यूटन-मीटर/कूलॉम

उत्तर— (ii) वोल्ट-मीटर

प्रश्न 11. किस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता निम्न में से r° के अनुक्रमानुपाती होगी?

(2019)

- (i) बिन्दु आवेश
(ii) वैद्युत द्विध्रुव
(iii) आवेश की अनन्त समतल चादर
(iv) रेखीय आवेशित तार

उत्तर— (i) बिन्दु आवेश

प्रश्न 12. आवेश का खोखला गोला वैद्युत क्षेत्र उत्पन्न नहीं करता-

(2017)

- (i) किसी आन्तरिक बिन्दु पर
(ii) किसी बाहरी बिन्दु पर
(iii) 2 मी से अधिक दूरी पर
(iv) 5 मी से अधिक दूरी पर

उत्तर— (i) किसी आन्तरिक बिन्दु पर

प्रश्न 13. वैद्युत फ्लक्स का मात्रक है-

(2017, 18)

- (i) वोल्ट/मीटर (ii) न्यूटन/कूलॉम
(iii) $\frac{\text{न्यूटन} \times \text{मी}}{\text{कूलॉम}}$ (iv) वोल्ट \times मीटर

उत्तर— (iv) वोल्ट \times मीटर

प्रश्न 14. वैद्युत-क्षेत्र \vec{E} में \vec{p} आघूर्ण वाले द्विध्रुव पर लगने वाला बल-आघूर्ण है-

(2011, 17, 18)

- (i) $\vec{p} \cdot \vec{E}$ (ii) $\vec{p} \times \vec{E}$
(iii) शून्य (iv) $\vec{E} \times \vec{p}$

उत्तर— (ii) $\vec{p} \times \vec{E}$

प्रश्न 15. 0 K ताप पर शुद्ध अर्द्धचालक है-

(2019)

- (i) चालक (ii) प्रतिरोधक
(iii) शक्ति स्रोत (iv) विद्युतरोधी

उत्तर— (iv) विद्युतरोधी

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. आवेश के रेखीय घनत्व का अर्थ बताइए।

(2013)

उत्तर— किसी चालक अथवा अचालक पदार्थ की प्रति एकांक लम्बाई पर उपस्थित आवेश को उसका रेखीय घनत्व कहते हैं। यदि l लम्बाई के चालक पर एकसमान रूप से फैला हुआ आवेश q हो, तब आवेश का रेखीय घनत्व

$$\lambda = \left(\frac{q}{l} \right) \text{ कूलॉम/मीटर।}$$

प्रश्न 2. आवेश के पृष्ठ घनत्व से क्या तात्पर्य है? (2015)

उत्तर— किसी चालक अथवा अचालक पदार्थ के प्रति एकांक क्षेत्रफल पर उपस्थित आवेश की मात्रा को आवेश का पृष्ठ घनत्व कहते हैं। आवेश का पृष्ठ घनत्व $\sigma = \left(\frac{q}{A}\right)$ कूलॉम/मीटर²।

प्रश्न 3. कूलॉम के नियम की क्या परिसीमाएँ हैं?

उत्तर— कूलॉम का नियम दो स्थायी (stationary) वैद्युत आवेशों के लिए सत्य है तथा आवेशों के बीच दूरी $r < 10^{-15}$ मी के लिए सत्य नहीं है।

प्रश्न 4. एक कूलॉम में कितने इलेक्ट्रॉन होते हैं? (2010, 17)

हल— $q = ne$

$$\Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम}} = 6.25 \times 10^{18}$$

प्रश्न 5. 12.5×10^{18} इलेक्ट्रॉनों के आवेश की गणना कीजिए। (2018)

हल— दिया है, इलेक्ट्रॉनों की संख्या, $n = 12.5 \times 10^{18}$

तथा $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

$$\therefore \text{आवेश, } q = ne = 12.5 \times 10^{18} \times 1.6 \times 10^{-19} = 20 \times 10^{-1} = 2.0 \text{ कूलॉम}$$

प्रश्न 6. दो बिन्दु आवेशों के बीच स्थिर वैद्युत बल F है। यदि इन आवेशों को उतनी ही दूरी पर जल ($k=80$) में रख दिया जाये तब उनके बीच बल कितना रहेगा? (2014)

हल— दो बिन्दु आवेशों के बीच स्थिर वैद्युत बल $= F$

माना जल में रखने पर दोनों बिन्दुओं के बीच स्थिर वैद्युत बल $= F_m$

$$\text{तब } F_m = \frac{F}{k} = \frac{F}{80}$$

प्रश्न 7. इलेक्ट्रॉन वोल्ट की परिभाषा दीजिए तथा इसका संख्यात्मक मान जूल में व्यक्त कीजिए। (2015)

उत्तर— एक इलेक्ट्रॉन वोल्ट वह ऊर्जा है जो किसी इलेक्ट्रॉन से 1 वोल्ट विभवान्तर द्वारा त्वरित होने पर अर्जित होती है।

$$\text{अर्थात् } 1 \text{ इलेक्ट्रॉन वोल्ट} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ जूल}$$

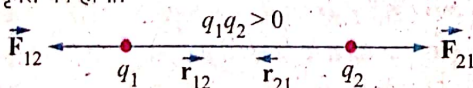
प्रश्न 8. कूलॉम के नियम का सदिश रूप बताइए। (2017)

उत्तर— $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$; अतः बिन्दु आवेश q_1 पर q_2 के कारण कार्यरत वैद्युत बल बिन्दु आवेश q_2 पर q_1 के कारण कार्यरत वैद्युत बल के परिमाण में बराबर तथा दिशा में विपरीत होता है।

extra shots

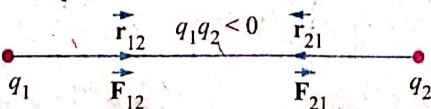
★ सजातीय आवेशों के लिए (दोनों आवेशों के धनात्मक अथवा ऋणात्मक होने पर) $q_1 q_2 > 0$,

अतः बल \vec{F}_{21} , सदिश \vec{r}_{12} के अनुदिश होगा तथा उनके बीच कार्यरत वैद्युत बल प्रतिकर्षण प्रकृति का होगा।



★ विजातीय आवेशों के लिए (एक आवेश के धनात्मक एवं दूसरे के ऋणात्मक होने पर) $q_1 q_2 < 0$,

अतः बल \vec{F}_{21} सदिश $-\vec{r}_{12}$ के अनुदिश होगा तथा उनके बीच कार्यरत वैद्युत बल आकर्षण प्रकृति का होगा।



प्रश्न 9. वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता की परिभाषा तथा इसका मात्रक लिखिए। (2015, 17)

उत्तर— वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर रखे परीक्षण-आवेश पर लगने वाले बल तथा परीक्षण-आवेश के मान की निष्पत्ति को उस बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता \vec{E} कहते हैं।

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

इसका मात्रक 'न्यूटन/कूलॉम' होता है।

प्रश्न 10. 1.5×10^{-3} कूलॉम आवेश पर 2.25 न्यूटन का बल कार्य करता है। उस बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

हल— दिया है, $q = 1.5 \times 10^{-3}$ कूलॉम, $F = 2.25$ न्यूटन

$$\text{वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता, } E = \frac{F}{q} = \frac{2.25}{1.5 \times 10^{-3}} = 1500 \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

प्रश्न 11. 5.0×10^{-8} कूलॉम बिन्दु आवेश से कितनी दूरी पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता 450 वोल्ट/मीटर होगी? (2012)

हल— दिया है, $q = 5.0 \times 10^{-8}$ कूलॉम, $E = 450$ वोल्ट/मीटर

$$\text{सूत्र } E = 9 \times 10^9 \frac{q}{r^2} \text{ से,}$$

$$450 = \frac{9 \times 10^9 \times 5.0 \times 10^{-8}}{r^2}$$

$$\text{अथवा } r^2 = \frac{45 \times 10}{450} = 1 \quad \text{अथवा } r = 1 \text{ मीटर}$$

प्रश्न 12. एक इलेक्ट्रॉन तथा एक प्रोटॉन एकसमान वैद्युत क्षेत्र में रखे गए हैं। किसका त्वरण अधिक होगा और क्यों? (2015)

उत्तर— इलेक्ट्रॉन का त्वरण अधिक होगा, क्योंकि प्रोटॉन की अपेक्षा इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान कम होता है।

important FACTS

- ★ किसी वस्तु के धनावेशित होने का तात्पर्य है कि उस पर सामान्य अवस्था की अपेक्षा इलेक्ट्रॉनों की कमी है।
- किसी वस्तु के ऋणावेशित होने का तात्पर्य है कि उस पर सामान्य अवस्था की अपेक्षा इलेक्ट्रॉनों की अधिकता है।
- घर्षण वैद्युतकी में, एक वस्तु पर उत्पन्न धनावेश दूसरी वस्तु पर उत्पन्न ऋणावेश के परिमाण में ठीक बराबर होता है।

प्रश्न 13. दो बड़ी पतली धातु की प्लेट एक-दूसरे के बहुत निकट और समान्तर हैं। प्लेटों पर विपरीत प्रकार के आवेश के पृष्ठ घनत्वों के परिमाण 17.7×10^{-22} कूलॉम/मी² हैं। प्लेटों के बीच वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता क्या है? (2014, 16)

हल— दिया है, पृष्ठ घनत्व, $\sigma = 17.7 \times 10^{-22}$ कूलॉम/मी²

$$\therefore \text{प्लेटों के बीच वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता } E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{17.7 \times 10^{-22}}{8.85 \times 10^{-12}} = 2 \times 10^{-10} \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

प्रश्न 14. वैद्युत-फ्लक्स तथा वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता में सम्बन्ध लिखिए। (2018)

उत्तर— वैद्युत-फ्लक्स $\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$.

जहाँ, \vec{E} = वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता तथा $d\vec{A}$ = क्षेत्रफल सदिश

प्रश्न 15. वैद्युत फ्लक्स का मात्रक और विमीय सूत्र निगमित कीजिए।

(2018)

उत्तर— वैद्युत फ्लक्स $\Phi_E = EA \cos \theta$

वैद्युत फ्लक्स का मात्रक, $\Phi_E = E$ का मात्रक $\times A$ का मात्रक

($\because \cos \theta$ का कोई मात्रक नहीं होता है।)

$$= \left(\frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}} \right) \times \text{मीटर}^2$$

$$= \text{न्यूटन} \cdot \text{मीटर}^2 / \text{कूलॉम} (\text{Nm}^2 \text{C}^{-1})$$

चूँकि E का मात्रक वोल्ट-मीटर भी होता है।

$$\therefore \Phi_E \text{ का मात्रक} = \frac{\text{वोल्ट}}{\text{मीटर}} \times \text{मीटर}^2 = \text{वोल्ट} \cdot \text{मीटर}$$

इसी प्रकार, वैद्युत फ्लक्स Φ_E का विमीय सूत्र

$$= \text{वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता } E \text{ का मात्रक} \times \text{क्षेत्रफल } A \text{ का विमीय सूत्र}$$

$$= \frac{[MLT^{-2}]}{[AT]} [L^2] = [ML^3 T^{-3} A^{-1}]$$

प्रश्न 16. एकसमान वैद्युत क्षेत्र सदिश $\vec{E} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$ वोल्ट/मीटर में एक

पृष्ठ के क्षेत्रफल $\vec{A} = 8\hat{j} \text{ मी}^2$ से गुजरने वाले वैद्युत फ्लक्स की गणना कीजिए।

(2013, 14, 19)

हल— वैद्युत फ्लक्स $\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = (2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}) \cdot (8\hat{j})$

$$= 24 \text{ वोल्ट} \cdot \text{मीटर}$$

प्रश्न 17. यदि किसी 8 सेमी भुजा वाले एक घन के केन्द्र पर 1 कूलॉम आवेश रखा जाए तो घन के किसी फलक से बाहर आने वाले फ्लक्स की गणना कीजिए।

(2017)

हल— घन के पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स $\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$

\therefore घन का कुल पृष्ठ क्षेत्रफल उसके एक फलक के क्षेत्रफल का 6 गुना है।

$$\therefore \text{घन के एक फलक से बहने वाला फ्लक्स} = \frac{1}{6} \Phi_E = \frac{q}{6\epsilon_0}$$

$$= \frac{1}{6 \times 8.85 \times 10^{-12}}$$

$$= 1.88 \times 10^{-10} \text{ न्यूटन} \cdot \text{मी}^2 / \text{कूलॉम}^2$$

प्रश्न 18. $1.0 \mu\text{C}$ के दो बराबर एवं विपरीत प्रकार के आवेश 2.0 मिमी दूर रखे हैं। इस विद्युत द्विध्रुव का द्विध्रुव आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

(2017)

हल— दिया है, $q = 1.0 \mu\text{C} = 10 \times 10^{-6} \text{ C}$,

$$l = 2.0 \text{ मिमी} = 2 \times 10^{-3} \text{ मी}$$

$$\text{विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण, } p = q \cdot 2l$$

$$= 10 \times 10^{-6} \times 2 \times 2 \times 10^{-3}$$

$$= 4 \times 10^{-9} \text{ कूलॉम} \cdot \text{मी}$$

प्रश्न 19. स्थिर वैद्युतिकी में गौस की प्रमेय को गणितीय रूप में लिखिए तथा प्रयुक्त संकेतों के अर्थ बताइए।

(2010)

उत्तर— $\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \left(\frac{1}{\epsilon_0} \right) \cdot q$ अथवा $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} (q)$

जहाँ, $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \vec{E}$ तीव्रता के वैद्युत-क्षेत्र में किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाला कुल वैद्युत-फ्लक्स Φ ; q = बन्द पृष्ठ द्वारा परिवद्ध नेट आवेश तथा ϵ_0 = वायु या निर्वात की वैद्युतशीलता।

प्रश्न 20. एक R त्रिज्या वाले Q आवेश से आवेशित धातु के खोखले गोले के केन्द्र से $r > R$ दूरी पर वैद्युत विभव का सूत्र लिखिए।

(2013)

उत्तर— $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r} \right)$

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. आसुत जल की 64 बूँदें, प्रत्येक की त्रिज्या 0.1 मिमी तथा आवेश $(2/3) \times 10^{-12}$ कूलॉम है, मिलकर एक बड़ी बूँद बनाती हैं। बड़ी बूँद का विभव ज्ञात कीजिए।

(2013)

हल— दिया है, छोटी बूँद की त्रिज्या $r = 0.1 \text{ मिमी} = 10^{-4} \text{ मी}$;

माना बड़ी बूँद की त्रिज्या = R मीटर

1 बड़ी बूँद का आयतन = 64 छोटी बूँदों का आयतन

$$(4/3) \pi R^3 = 64 \times (4/3) \pi r^3$$

\Rightarrow

$$R = (64 r^3)^{1/3} = 4r = 4 \times 10^{-4} \text{ मीटर}$$

बड़ी बूँद पर आवेश $Q = 64 \times 1$ छोटी बूँद पर आवेश

$$= 64 \times (2/3) \times 10^{-12} \text{ कूलॉम}$$

\therefore बड़ी बूँद का विभव $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{R} \right)$

$$= 9.0 \times 10^9 \times \left[\frac{64 \times (2/3) \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-4}} \right] \text{ वोल्ट}$$

$$= 960 \text{ वोल्ट}$$

प्रश्न 2. उस विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए जो 0.001 मिलीग्राम द्रव्यमान की एक तेल की बूँद जिस पर 3 इलेक्ट्रॉनिक आवेश है, को संतुलित कर सके।

(2019)

हल— दिया है, तेल की एक बूँद का द्रव्यमान, $m = 0.001 \text{ मिलीग्राम}$
 $= 10^{-9} \text{ किग्रा}$

तथा तेल की बूँद पर इलेक्ट्रॉनिक आवेश, $q = 3e$

$$= 3 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम}$$

$$= 4.8 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम}$$

\therefore विद्युत क्षेत्र की तीव्रता, $E = \frac{F}{q} = \frac{mg}{q}$ [$\because F = mg$]

$$= \frac{10^{-9} \times 9.8}{4.8 \times 10^{-19}}$$

$$= 2.04 \times 10^{10} \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

प्रश्न 3. धातु के एक पतले गोलीय कोश की त्रिज्या 0.25 मीटर है तथा इस पर $0.2 \mu\text{C}$ आवेश है। इसके कारण एक बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए जबकि बिन्दु (i) कोश के भीतर, (ii) कोश के ठीक बाहर तथा (iii) कोश के केन्द्र से 3.0 मीटर की दूरी पर है।

(2017)

हल— (i) आवेशित कोश के भीतर किसी भी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य है।

(ii) बाह्य बिन्दुओं के लिए कोश इस प्रकार व्यवहार करता है जैसे कि सम्पूर्ण आवेश इसके केन्द्र पर रखा हो। अतः यदि कोश की त्रिज्या R है, तब कोश के ठीक बाहर किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

दिया है,

$$q = 0.2 \mu\text{C} = 2 \times 10^{-6} \text{ कूलॉम तथा } R = 0.25 \text{ मी}$$

$$E = 9 \times 10^9 \times \frac{0.2 \times 10^{-6}}{(0.25)^2} = 2.88 \times 10^4 \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

(iii) आवेशित कोश के बाहर, कोश के केन्द्र से दूरी $r (> R)$ पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{0.2 \times 10^{-6}}{(3.0)^2}$$

$$= 200 \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

प्रश्न 4. (i) "किसी वस्तु का वैद्युत आवेश क्वाण्टीकृत है।" इस प्रकथन से क्या तात्पर्य है? (NCERT)

(ii) स्थूल अथवा बड़े पैमाने पर विद्युत आवेशों से व्यवहार करते समय हम विद्युत आवेश के क्वाण्टमीकरण की उपेक्षा कैसे कर सकते हैं? (NCERT)

उत्तर— (i) किसी वस्तु का आवेश क्वाण्टीकृत है, इस कथन का तात्पर्य यह है कि हम किसी वस्तु को जितना चाहें उतना आवेश नहीं दे सकते अपितु वस्तु को आवेश, आवेश की न्यूनतम इकाई (e , मूल आवेश) के पूर्ण गुणजों में ही दिया जा सकता है।

(ii) स्थूल अथवा बड़े पैमाने पर आवेशों से व्यवहार करते समय आवेश के क्वाण्टमीकरण का कोई महत्त्व नहीं होता और इसकी उपेक्षा की जा सकती है। इसका कारण यह है कि बड़े पैमाने पर व्यवहार में आने वाले आवेश मूल आवेश की तुलना में बहुत बड़े होते हैं। उदाहरण के लिए $1\mu\text{C}$ आवेश में लगभग 10^{13} मूल आवेश सम्मिलित हैं। ऐसी अवस्था में आवेश को सतत मानकर व्यवहार किया जा सकता है।

प्रश्न 5. जब काँच की छड़ को रेशम के टुकड़े से रगड़ते हैं तो दोनों पर आवेश आ जाता है। इसी प्रकार की परिघटना का वस्तुओं के अन्य युग्मों में भी प्रेक्षण किया जाता है। स्पष्ट कीजिए कि यह प्रेक्षण आवेश संरक्षण नियम से किस प्रकार सामंजस्य रखता है? (NCERT)

उत्तर— घर्षण द्वारा आवेशन की घटनाएँ आवेश संरक्षण नियम के साथ पूर्ण सामंजस्य रखती हैं। जब इस प्रकार की किसी घटना में दो उदासीन वस्तुओं को रगड़ा जाता है तो दोनों वस्तुएँ आवेशित हो जाती हैं। घर्षण से पूर्व दोनों वस्तुएँ उदासीन होती हैं अर्थात् उनका कुल आवेश शून्य होता है। इस प्रकार के सभी प्रेक्षणों में सदैव यह पाया गया है कि एक वस्तु पर जितना धनावेश आता है, दूसरी वस्तु पर उतना ही ऋणावेश आता है। इस प्रकार घर्षण द्वारा आवेशन के बाद भी दोनों वस्तुओं का नेट आवेश शून्य ही बना रहता है।

प्रश्न 6. एक समरूप वैद्युत-क्षेत्र $\vec{E} = (5 \times 10^3) \hat{i}$ न्यूटन/कूलॉम में एक 10 सेमी भुजा वाला वर्गाकार समतल पृष्ठ yz -तल के समान्तर स्थित है। पृष्ठ से कितना वैद्युत फ्लक्स उत्पन्न होगा? यदि पृष्ठ का तल x -अक्ष की दिशा से 30° कोण बनाता है तब कितना वैद्युत फ्लक्स होगा? (NCERT) (2015, 18)

हल— वैद्युत-क्षेत्र $\vec{E} = (5 \times 10^3) \hat{i}$ न्यूटन/कूलॉम

$$X\text{-दिशा में वैद्युत फ्लक्स } \Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}$$

$$\text{क्षेत्रफल का परिमाण} = 10 \text{ सेमी} \times 10 \text{ सेमी} = 100 \text{ सेमी}^2$$

$$= 100 \times 10^{-4} \text{ मी}^2 = 1 \times 10^{-2} \text{ मी}^2$$

(i) जब वर्ग का तल yz -तल के समान्तर है, तो तल पर अभिलम्ब x -दिशा में होगा।

तब वैद्युत क्षेत्र तथा तल के अभिलम्ब के बीच बना कोण $= 0^\circ$

$$\text{वैद्युत फ्लक्स } \Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = ES \cos 0^\circ$$

$$= 5 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-2} \cos 0^\circ$$

$$= 50 \text{ न्यूटन-मी}^2/\text{कूलॉम} [\because \cos 0^\circ = 1]$$

(ii) उस स्थिति में जब $\theta = 30^\circ$

$$\text{तब वैद्युत फ्लक्स, } \Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = ES \cos 30^\circ$$

$$= 5 \times 10^3 \times 1 \times 10^{-2} \cos 30^\circ$$

$$= 5 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$= 25\sqrt{3} \text{ न्यूटन-मी}^2/\text{कूलॉम}$$

प्रश्न 7. एक अनन्त लम्बाई के एक समान आवेशित सीधे तार का रैखिक आवेश घनत्व 10.0×10^{-8} कूलॉम/मी है। तार से 2 सेमी दूर उत्पन्न विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— दिया है, $r = 2$ सेमी $= 0.02$ मी, रैखिक आवेश घनत्व

$$\lambda = 10.0 \times 10^{-8} \text{ कूलॉम/मी}$$

\therefore अनन्त लम्बाई के रेखीय आवेश के कारण r दूरी पर उत्पन्न विद्युत क्षेत्र,

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\lambda}{r}$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10.0 \times 10^{-8}}{0.02}$$

$$= \frac{180 \times 10}{2 \times 10^{-2}} = 900 \times 10^2$$

$$= 9.0 \times 10^4 \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$



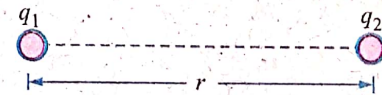
लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. कूलॉम का वैद्युत बल सम्बन्धी नियम लिखिए।

या दो बिन्दु आवेशों के बीच लगने वाले आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल के लिए कूलॉम का सूत्र लिखिए।

उत्तर— कूलॉम का नियम—1785 ई० में फ्रांसीसी वैज्ञानिक कूलॉम ने दो आवेशों के बीच कार्य करने वाले बल के सम्बन्ध में एक नियम दिया, जिसे कूलॉम का नियम कहते हैं। इस नियम के अनुसार—“दो स्थिर बिन्दु आवेशों के मध्य लगने वाला आकर्षण या प्रतिकर्षण बल, दोनों आवेशों की मात्राओं के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।” इस बल की दिशा दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होती है।

यदि दो बिन्दु आवेश q_1 व q_2 एक-दूसरे से r दूरी पर स्थित हों, तो कूलॉम के नियम से उनके बीच लगने वाला बल



$$F \propto q_1 q_2 \quad \text{तथा} \quad F \propto 1/r^2$$

अतः

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{या} \quad F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

जहाँ k अनुक्रमानुपाती नियतांक है। प्रयोगों द्वारा k का मान 9.0×10^9 न्यूटन-मी²/कूलॉम² प्राप्त किया गया।

$$\text{अतः} \quad F = 9.0 \times 10^9 \left(\frac{q_1 q_2}{r^2} \right) \text{ न्यूटन} \quad \dots(1)$$

वायु अथवा निर्वात में $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ भी लिखा जाता है।

$$\text{अतः} \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1 q_2}{r^2} \right) \text{ न्यूटन} \quad \dots(2)$$

यहाँ ϵ_0 (एप्साइलन जीरो) को वायु या निर्वात की वैद्युतशीलता कहते हैं, जिसका मान 8.85×10^{-12} कूलॉम²/न्यूटन-मीटर² होता है।

यदि दोनों आवेशों के बीच माध्यम वायु (अथवा निर्वात) के स्थान पर अन्य कोई परावैद्युत माध्यम (तेल, काँच, अभ्रक आदि) हो, तो

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{q_1 q_2}{r^2} \right) \text{ न्यूटन} \quad \dots(3)$$

जहाँ K एक विमाहीन नियतांक है जिसे उस पदार्थ (परावैद्युत माध्यम) का परावैद्युतांक (dielectric constant) अथवा विशिष्ट परावैद्युतता कहते हैं। निर्वात अथवा वायु के लिए K का मान 1 होता है।

उपर्युक्त सूत्र में $\epsilon_0 K$ के स्थान पर केवल ϵ भी लिखते हैं तथा ϵ को परावैद्युत माध्यम की वैद्युतशीलता (permittivity) कहते हैं।

extrashots

★ **बिन्दु आवेश (Point Charge)**—यदि आवेशित वस्तुओं का आकार उनको पृथक् करने वाली दूरी की तुलना में बहुत कम हो तो इन वस्तुओं को बिन्दु आवेश माना जा सकता है।

★ कूलॉम का नियम परमाण्वीय दूरियों से लेकर बड़े परास की दूरियों तक के लिए मान्य है।

★ C.G.S. पद्धति में कूलॉम के नियमानुसार—

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ डाइन}$$

★ निर्वात की वैद्युतशीलता (ϵ_0) का मात्रक 'कूलॉम²/न्यूटन-मीटर²' होता है। इसका एक अन्य मात्रक 'फैरड/मीटर' भी है।

COMMON ERROR

★ किसी परमाणु के नाभिक में नाभिकीय कणों के बीच कार्यरत प्रबल आकर्षण नाभिकीय बल, वैद्युत बल नहीं हैं, परन्तु इसका तात्पर्य यह नहीं है कि उनके बीच वैद्युत बल कार्य नहीं करते हैं। नाभिकीय कणों के बीच कार्यरत वैद्युत बलों के कारण ही भारी नाभिक अस्थायी हो जाते हैं तथा उनमें रेडियोएक्टिवता का गुण पाया जाता है।

प्रश्न 2. भुजा a वाले वर्ग के चारों कोनों A, B, C, D में से प्रत्येक पर आवेश q रखा गया है। बिन्दु D पर रखे आवेश पर लगने वाला बल ज्ञात कीजिए। (2018, 19)

हल— चूँकि वर्ग के विकर्ण एक-दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं। अतः चित्र से दूरी $OD = \frac{\text{विकर्ण}}{2} = \left(\frac{\text{भुजा} \times \sqrt{2}}{2} \right)$

$$= \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

बिन्दु C पर स्थित आवेश के कारण D पर स्थित आवेश पर बल,

$$F_{CD} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q \times q}{a^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{a^2} \right) \quad (CD \text{ के अनुदिश})$$

इसी प्रकार, A पर स्थित आवेश के कारण D पर स्थित आवेश पर बल,

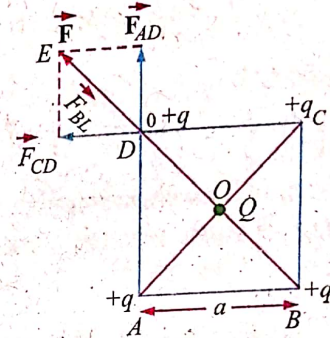
$$F_{AD} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{a^2} \right) \quad (AD \text{ के अनुदिश})$$

F_{CD} तथा F_{AD} दोनों प्रतिकर्षण बल होंगे तथा इनकी दिशा चित्रानुसार होगी। स्पष्ट है कि ये परस्पर लम्बवत् हैं।

अतः परस्पर लम्बवत् कार्यरत होने के कारण इनका परिणामी,

$$F' = \sqrt{F_{CD}^2 + F_{AD}^2}$$

$$F' = \sqrt{\left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{a^2} \right) \right]^2 + \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{a^2} \right) \right]^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{a^2} \right) \sqrt{2}$$



F' की दिशा चित्रानुसार DE दिशा में होगी।

बिन्दु B पर स्थित आवेश के कारण D पर स्थित आवेश पर बल,

$$F_{BD} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q^2}{(a\sqrt{2})^2} \right\} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q^2}{2a^2} \right\} \quad (BD \text{ के अनुदिश})$$

इसकी दिशा भी F' की दिशा में ही होगी। अतः D पर स्थित आवेश पर परिणामी प्रतिकर्षण बल $F'' = F' + F_{BD}$

$$F'' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{a^2} \right) \sqrt{2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{2a^2} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{a^2} \right) \left[\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right]$$

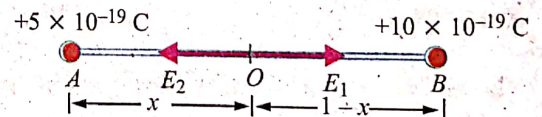
अथवा

$$F'' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q^2}{a^2} \right) \left[\frac{2\sqrt{2} + 1}{2} \right]$$

प्रश्न 3. दो बिन्दु आवेश $+5 \times 10^{-19}$ कूलॉम व $+10 \times 10^{-19}$ कूलॉम 1.0 मीटर की दूरी पर पृथक्कृत स्थित हैं। दोनों आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के किस बिन्दु पर विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता शून्य होगी? (2017)

हल— माना कि दिये गये बिन्दु आवेश बिन्दुओं A व B पर स्थित हैं तथा उनके बीच बिन्दु O पर विद्युत् क्षेत्र शून्य है। माना कि बिन्दु O की बिन्दु A से दूरी x मीटर है; अतः बिन्दु O की बिन्दु B से दूरी $(1-x)$ मीटर होगी। बिन्दु O पर, बिन्दु A पर स्थित आवेश के कारण विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता,

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{5 \times 10^{-19}}{x^2} \quad (AO \text{ दिशा में})$$



तथा बिन्दु B पर स्थित आवेश के कारण विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता,

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{10 \times 10^{-19}}{(1-x)^2} \quad (BO \text{ दिशा में})$$

E_1 व E_2 परस्पर विपरीत दिष्ट हैं। चूँकि बिन्दु O पर परिणामी विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता शून्य है, अतः

$$E_1 = E_2$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{5 \times 10^{-19}}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{10 \times 10^{-19}}{(1-x)^2}$$

$$2x^2 = (1-x)^2$$

या

या

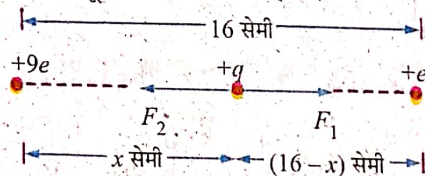
$$\begin{aligned}
 \text{या } 2x^2 &= 1 + x^2 - 2x \text{ या } x^2 + 2x - 1 = 0 \\
 \text{या } x &= \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2} \left[\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right] \\
 \text{या } x &= \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} \text{ या } x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\
 \text{या } x &= -1 \pm \sqrt{2} = -1 \pm 1.414 \\
 &= +0.414 \text{ या } -2.414
 \end{aligned}$$

x का ऋणात्मक मान सम्भव नहीं है, क्योंकि बिन्दु O बिन्दुओं A व B के बीच में है। अतः पहले आवेश से 0.414 मीटर या 41.4 सेमी की दूरी पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य होगी।

प्रश्न 4. दो बिन्दु आवेश $+9e$ एवं $+e$ एक-दूसरे से 16 सेमी की दूरी पर स्थित हैं। इनके बीच एक आवेश q कहाँ रखा जाए कि वह सन्तुलन में हो?

(2018)

हल— माना आवेश q को $+9e$ तथा $+e$ को मिलाने वाली रेखा पर इनके बीच $+9e$ आवेश से x दूरी पर रखा जाता है।



अतः आवेश $+e$ से इसकी दूरी $(16-x)$ होगी। माना यह आवेश धनात्मक है। आवेश q के सन्तुलन के लिए आवश्यक है कि इस पर $+9e$ तथा $+e$ के कारण लगने वाले वैद्युत प्रतिकर्षण बल क्रमशः F_1 व F_2 दिशा में विपरीत तथा परिमाण में बराबर होने चाहिए।

$$\begin{aligned}
 \therefore F_1 &= F_2' \\
 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{9e \times q}{x^2} \right\} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{e \times q}{(16-x)^2} \right\} \\
 \frac{9}{x^2} &= \frac{1}{(16-x)^2} \\
 \Rightarrow \left(\frac{16-x}{x} \right)^2 &= \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{16-x}{x} = \pm \frac{1}{3} \\
 \therefore \frac{16-x}{x} &= \frac{1}{3} \text{ तथा } \frac{16-x}{x} = \frac{-1}{3} \\
 \Rightarrow x &= 12 \text{ तथा } x = 24
 \end{aligned}$$

$x = 24$ दोनों आवेशों के बाहर होगा। अतः $x = 12$ मान ही सम्भव है। अतः सन्तुलन के लिए आवेश $+q$ को दोनों आवेशों के बीच $+9e$ आवेश से 12 सेमी दूरी पर रखना होगा।

प्रश्न 5. वैद्युत-फ्लक्स से क्या तात्पर्य है? इसे आवश्यक सूत्र देते हुए समझाइए।

या वैद्युत-फ्लक्स की परिभाषा तथा मात्रक लिखिए। (2012, 15, 19)

उत्तर— वैद्युत-फ्लक्स (Electric Flux)—“वैद्युत-क्षेत्र में स्थित किसी क्षेत्रफल से अभिलम्बवत् दिशा में गुजरने वाली वैद्युत बल-रेखाओं की संख्या को वैद्युत-फ्लक्स कहते हैं।” इसका मात्रक **वोल्ट-मीटर** है।

किसी निर्दिष्ट स्थिति पर वैद्युत बल-रेखाओं के लम्बवत् एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली वैद्युत बल-रेखाओं की संख्या वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता E को प्रदर्शित करती है। अतः किसी क्षेत्रफल अल्पांश $d\vec{A}$ से गुजरने वाली वैद्युत बल-रेखाओं की संख्या $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ होती है जो इस अल्पांश से गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स ही होता है।

किसी पृष्ठ के अल्पांश क्षेत्रफल dA से गुजरने वाले वैद्युत-फ्लक्स $d\Phi_E$ का मान इस क्षेत्रफल अल्पांश की स्थिति पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता \vec{E} तथा क्षेत्रफल सदिश $d\vec{A}$ के अदिश गुणनफल के तुल्य होता है।

$$\text{अतः } d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

सम्पूर्ण पृष्ठ के लिए वैद्युत-फ्लक्स का मान Φ_E पृष्ठ के समस्त अल्पांशों से वैद्युत-फ्लक्स के मानों का योगफल होगा।

यदि अल्पांश अति-अल्प हो तो योगफल को समाकल से प्रतिस्थापित किया जा सकता है।

$$\text{अतः } \Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

चिह्न \oint सम्पूर्ण पृष्ठ के लिए समाकलन का चिह्न है। इसको पृष्ठ समाकल (surface integral) कहते हैं।

यदि वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता \vec{E} तथा क्षेत्रफल अल्पांश $d\vec{A}$ के बीच कोण θ हो, तो

$$\vec{E} \cdot d\vec{A} = EdA \cos \theta$$

$$\therefore \Phi_E = \oint EdA \cos \theta$$

$$\text{अथवा } \Phi_E = E \cos \theta \oint dA$$

$$\text{अथवा } \Phi_E = E \cos \theta \times A \text{ जहाँ, } \oint dA = A \text{ (सम्पूर्ण क्षेत्रफल)}$$

$$\therefore \Phi_E = EA \cos \theta$$

यदि किसी बन्द सतह (वह पृष्ठ जिसके अन्दर आयतन परिवर्द्ध हो) से वैद्युत बल-रेखाएँ इससे बाहर की ओर निकलती हैं तो वैद्युत-फ्लक्स का चिह्न धनात्मक होता है। इसके विपरीत यदि बल-रेखाएँ बन्द पृष्ठ (सतह) के अन्दर की ओर जाती हैं तो वैद्युत-फ्लक्स का चिह्न ऋणात्मक होता है।

प्रश्न 6. गॉस के नियम का उपयोग करके एक समान आवेशित गोलीय कोश के बाहर किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र का सूत्र ज्ञात कीजिए।

(2018, 19)

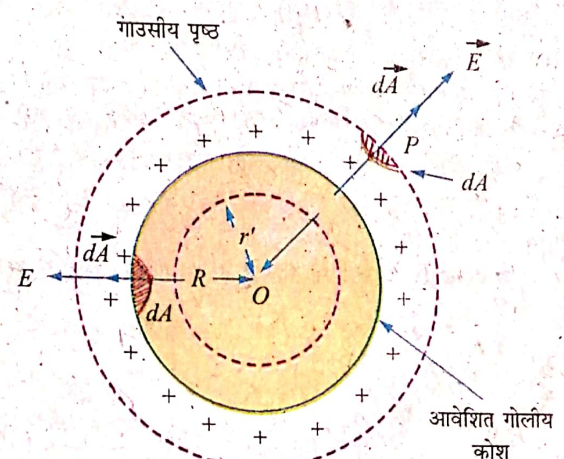
उत्तर— एकसमान आवेशित गोलीय कोश के बाहर विद्युत क्षेत्र—

गोलीय कोश के केन्द्र O से r ($r > R$) दूरी पर स्थित बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। गोलीय कोश के संकेन्द्रीय r त्रिज्या के गोलीय गाउसीय पृष्ठ की कल्पना करते हैं जो बिन्दु P से होकर गुजरता है (चित्र देखिए)।

बिन्दु P द्वारा घिरे क्षेत्रफल अवयव dA के लिए क्षेत्रफल सदिश $d\vec{A}$ तथा वैद्युत क्षेत्र \vec{E} दोनों एक ही दिशा में त्रिज्यतः बाहर की ओर हैं।

\therefore क्षेत्रफल अवयव से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स,

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} = EdA \cos 0^\circ = EdA$$



सम्पूर्ण गोलसीय पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स,

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_S E dA \cos 0^\circ$$

$$= \oint_S E da = E \oint_S da \quad [\because \text{वैद्युत क्षेत्र } E \text{ सम्पूर्ण पृष्ठ पर नियत है}]$$

परन्तु $\oint_S da =$ गोलीय गोलसीय पृष्ठ का सम्पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$
अतः $\Phi_E = E \cdot 4\pi r^2$... (1)

परन्तु गॉस की प्रमेय से,

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \times \text{बन्द पृष्ठ द्वारा घेरा गया कुल आवेश}$$

$$= \frac{1}{\epsilon_0} q$$
 ... (2)

समीकरण (1) व (2) की तुलना करने पर, $E 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} q$

$$\text{अथवा } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ न्यूटन/कूलॉम} \quad \dots (3)$$

यह सूत्र बिन्दु आवेश q से r दूरी पर उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र के समान है। इसका तात्पर्य है कि एकसमान आवेशित गोलीय कोश इस प्रकार व्यवहार करता है कि उसका समस्त आवेश उसके केन्द्र पर स्थित हो।

यदि गोलीय कोश का पृष्ठ आवेश घनत्व σ हो, तब

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{q}{4\pi R^2} \quad \text{अथवा} \quad q = \sigma 4\pi R^2 \quad \dots (4)$$

अतः समीकरण (3) से, $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 4\pi R^2}{r^2}$

$$\text{अथवा } E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R^2}{r^2} \right) \quad \dots (5)$$

$$\text{अतः } E \propto \frac{1}{r^2}$$

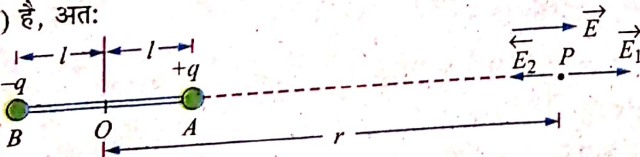
विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1: किसी वैद्युत-द्विध्रुव के कारण अक्षीय स्थिति में किसी बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2012, 14)

या वैद्युत द्विध्रुव के कारण अक्षीय स्थिति में किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता के सूत्र का निगमन कीजिए। (2013, 16)

या किसी वैद्युत-द्विध्रुव की अक्ष के किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र का सूत्र प्राप्त कीजिए। (2019)

उत्तर— अक्षीय स्थिति में वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता—माना कि एक वैद्युत-द्विध्रुव AB, जिसमें $(+q)$ व $(-q)$ कूलॉम के आवेश एक-दूसरे से $2l$ मीटर की दूरी पर स्थित हैं, किसी ऐसे माध्यम में रखा है जिसका परावैद्युतांक K है। द्विध्रुव की अक्ष पर द्विध्रुव के मध्य बिन्दु O से r मीटर की दूरी पर स्थित प्रेक्षक बिन्दु P है, जिस पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। माना कि द्विध्रुव के आवेश $+q$ व $-q$ के कारण बिन्दु P पर उत्पन्न वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता क्रमशः E_1 व E_2 हैं। चित्र से स्पष्ट है कि आवेश $(+q)$ से बिन्दु P की दूरी $(r-l)$ है और आवेश $(-q)$ से इसकी दूरी $(r+l)$ है, अतः



$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{q}{(r-l)^2} \right] \quad (\text{AP दिशा में})$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{q}{(r+l)^2} \right] \quad (\text{PB दिशा में})$$

तथा क्योंकि बिन्दु P पर तीव्रताएँ E_1 और E_2 एक ही रेखा के अनुदिश विपरीत दिशाओं में कार्यरत हैं, अतः बिन्दु P पर परिणामी तीव्रता E इन दोनों तीव्रताओं के अन्तर के बराबर होगी तथा परिणामी तीव्रता E की दिशा E_1 की दिशा में ही होगी; क्योंकि $E_1 > E_2$

$$\therefore E = E_1 - E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{q}{(r-l)^2} \right] - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{q}{(r+l)^2} \right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{(r+l)^2 - (r-l)^2}{(r^2 - l^2)^2} \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{4rl}{(r^2 - l^2)^2} \right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{2(q \times 2l)r}{(r^2 - l^2)^2}$$

चूँकि $q \times 2l$ वैद्युत-द्विध्रुव का वैद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण $= p$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{2pr}{(r^2 - l^2)^2} \right]$$

यदि द्विध्रुव की लम्बाई के सापेक्ष प्रेक्षक बिन्दु P की मध्य बिन्दु O से दूरी r बहुत अधिक है (अर्थात् $r \gg 2l$) तो r की तुलना में l^2 का मान उपेक्षणीय होगा। अतः इस दशा में द्विध्रुव के कारण बिन्दु P पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{2p}{r^3} \right) \text{ न्यूटन/कूलॉम} \quad \dots (1)$$

यदि द्विध्रुव निर्वात (अथवा वायु) में रखा है, तो $K=1$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2p}{r^3} \right) \text{ न्यूटन/कूलॉम} \quad \dots (2)$$

वैद्युत-क्षेत्र E की दिशा द्विध्रुव के अक्ष के सदिश ऋणावेश से धनावेश की ओर होगी।

प्रश्न 2. वैद्युत-द्विध्रुव के कारण निरक्षीय स्थिति (अनुप्रस्थ स्थिति) में किसी बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2010, 16, 17)

उत्तर— वैद्युत-द्विध्रुव की निरक्षीय रेखा पर स्थित बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता—माना वैद्युत-द्विध्रुव AB परावैद्युतांक K वाले माध्यम में स्थित है जिसके A सिरे पर $+q$ आवेश तथा B सिरे पर $-q$ आवेश एक-दूसरे से $2l$ दूरी पर स्थित हैं। वैद्युत-द्विध्रुव की निरक्षीय स्थिति में मध्य-बिन्दु O से r दूरी पर स्थित बिन्दु P पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

चित्र (a) से बिन्दु P की प्रत्येक आवेश से दूरी,

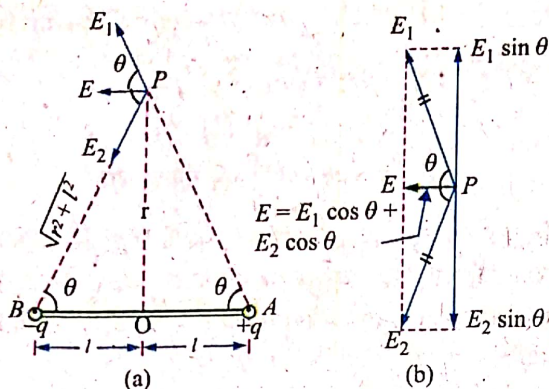
$$AP = BP = \sqrt{(r^2 + l^2)}$$

\therefore आवेश $+q$ के कारण बिन्दु P पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता,

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times \frac{q}{(r^2 + l^2)} \quad (\text{AP दिशा में})$$

तथा आवेश $-q$ के कारण बिन्दु P पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता,

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times \frac{q}{(r^2 + l^2)} \quad (\text{PB दिशा में})$$



स्पष्ट है कि E_1 व E_2 के मान बराबर हैं और दिशाएँ भिन्न हैं। E_1 व E_2 को AB के समान्तर तथा लम्बवत् घटकों में वियोजित करने पर [चित्र (b)] लम्बवत् घटक ($E_1 \sin \theta$ व $E_2 \sin \theta$) बराबर व विपरीत होने के कारण एक-दूसरे को निरस्त कर देंगे, जबकि AB के समान्तर घटक ($E_1 \cos \theta$ व $E_2 \cos \theta$) एक ही दिशा में होने के कारण जुड़ जाएंगे।

अतः बिन्दु P पर द्विध्रुव के कारण परिणामी तीव्रता,

$$E = E_1 \cos \theta + E_2 \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r^2 + l^2)} \cos \theta + \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r^2 + l^2)} \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r^2 + l^2)} (2 \cos \theta)$$

चित्र (b) से, $\cos \theta = \frac{OA}{AP} = \frac{l}{\sqrt{(r^2 + l^2)}}$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times \frac{q}{(r^2 + l^2)} \times \frac{2l}{\sqrt{(r^2 + l^2)}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \times \frac{q \times 2l}{(r^2 + l^2)^{3/2}}$$

परन्तु $q \times 2l = p$ (वैद्युत-द्विध्रुव का आघूर्ण है।)

अतः $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \left\{ \frac{p}{(r^2 + l^2)^{3/2}} \right\}$

अब यदि l का मान r से अत्यधिक कम हो, तो l^2 का मान r^2 की तुलना में नगण्य माना जा सकता है।

तब $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \left\{ \frac{p}{(r^2)^{3/2}} \right\} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \left(\frac{p}{r^3} \right)$ न्यूटन/कूलॉम

निर्वात (अथवा वायु) के लिए $K = 1$

अतः $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{p}{r^3} \right)$ न्यूटन/कूलॉम

E की दिशा द्विध्रुव की अक्ष के समान्तर धनावेश से ऋणावेश की ओर होती है।

extra shots

★ किसी बिन्दु आवेश के कारण उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E \propto \frac{1}{r^2}$

★ किसी वैद्युत द्विध्रुव के कारण उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E \propto \frac{1}{r^3}$

★ वैद्युत द्विध्रुव के कारण बहुत बड़ी दूरियों ($r > l$) स्थिति में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता, निरक्षीय स्थिति में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता की तुलना में दोगुनी होती है।

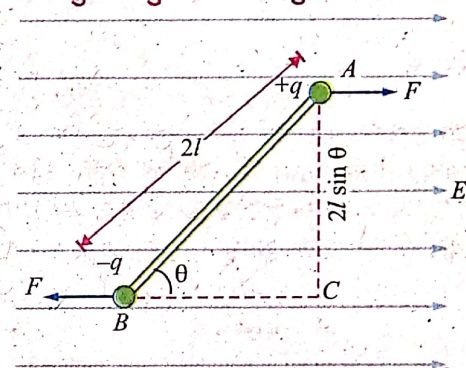
प्रश्न 3. वैद्युत-द्विध्रुव तथा वैद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण से आप क्या समझते हैं? एकसमान तीव्रता वाले वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले बल-युग्म के आघूर्ण का सूत्र प्राप्त कीजिए। (2012, 17)

या एकसमान वैद्युत क्षेत्र में एक वैद्युत-द्विध्रुव पर लगने वाले बल-आघूर्ण का व्यंजक प्राप्त कीजिए। इसके आधार पर वैद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण की परिभाषा दीजिए। (2014)

उत्तर— वैद्युत-द्विध्रुव तथा वैद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण—वह वैद्युत निकाय (system) जिसमें दो बराबर, परन्तु विपरीत प्रकार के बिन्दु-आवेश एक-दूसरे से बहुत कम दूरी पर रखे हों, “वैद्युत-द्विध्रुव” कहलाता है। दोनों आवेशों में से किसी एक आवेश और दोनों आवेशों के बीच की दूरी के गुणनफल को ‘द्विध्रुव’ का वैद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण (electric dipole moment) कहते हैं। इसे प्रायः p से प्रदर्शित करते हैं।

एकसमान वैद्युत-क्षेत्र में रखे वैद्युत-द्विध्रुव पर बल-युग्म—यदि किसी

वैद्युत-द्विध्रुव को एकसमान वैद्युत-क्षेत्र (E) में रखा जाए तो उसके आवेशों पर समान और विपरीत बल $-qE$ तथा $+qE$ (अर्थात् एक बल-युग्म) कार्य करने लगता है। यह बल-युग्म द्विध्रुव को क्षेत्र की दिशा में संरेखित करने का प्रयत्न करता है। इसे ‘प्रत्यानयन बल-युग्म’ कहते हैं।



माना एक वैद्युत-द्विध्रुव एकसमान वैद्युत-क्षेत्र (E) में क्षेत्र से θ कोण बनाते हुए रखा गया है। $+q$ तथा $-q$ पर लगने वाले बराबर एवं विपरीत बल ($+qE$ व $-qE$) एक बल-युग्म बनाते हैं जो द्विध्रुव को घुमाकर क्षेत्र E की दिशा में लाने का प्रयत्न करता है। इस प्रत्यानयन बल-युग्म का आघूर्ण

$\tau = \text{बल} \times \text{बलों के मध्य लम्बवत् दूरी}$

$$= F \times AC = qE \times 2l \sin \theta$$

$$= (q \times 2l) E \sin \theta = pE \sin \theta \text{ न्यूटन-मीटर}$$

(जहाँ $p = q \times 2l$ वैद्युत-द्विध्रुव का आघूर्ण है।)

अतः $\tau = pE \sin \theta$... (1)

यदि द्विध्रुव को वैद्युत-क्षेत्र के लम्बवत् रखा जाए, तो

$$\theta = 90^\circ$$

अर्थात् $\sin \theta = \sin 90^\circ = 1$

अतः द्विध्रुव पर आरोपित बल-युग्म अधिकतम होगा।

अर्थात् $\tau_{\max} = pE$... (2)

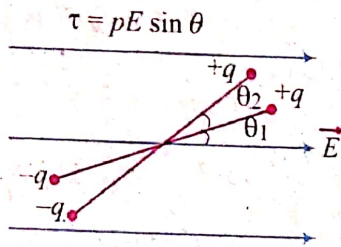
या $p = \frac{\tau_{\max}}{E}$... (3)

यदि $E = 1$ न्यूटन/कूलॉम, तब $p = \tau_{\max}$ कूलॉम/मीटर

अर्थात् “किसी वैद्युत-द्विध्रुव का वैद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण उस बल-युग्म के बराबर है जो कि द्विध्रुव को 1 न्यूटन/कूलॉम के एकसमान वैद्युत-क्षेत्र में क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् रखने पर द्विध्रुव पर कार्य करता है।”

प्रश्न 4. विद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव को घुमाने में किये गये कार्य का सूत्र स्थापित कीजिए। (2019)

हल— माना एक विद्युत द्विध्रुव, जिसका द्विध्रुव आघूर्ण \vec{p} है, एकसमान विद्युत क्षेत्र \vec{E} में θ कोणीय स्थिति पर स्थित है, तब विद्युत द्विध्रुव पर कार्यरत बल आघूर्ण,



यह बल आघूर्ण द्विध्रुव को विद्युत क्षेत्र के अनुदिश संरेखित करने का प्रयास करता है, इसके विरुद्ध यदि द्विध्रुव को अन्य कोणीय स्थिति तक घुमाना है, तो बाह्य कार्य करना पड़ता है। θ कोणीय स्थिति से द्विध्रुव को अल्प कोणीय विस्थापन $d\theta$ देने में किया गया कार्य,

$$dW = \tau d\theta = pE \sin \theta d\theta$$

अतः द्विध्रुव को θ_1 कोणीय स्थिति से θ_2 कोणीय स्थिति तक घुमाने में किया गया कार्य,

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau d\theta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} pE \sin \theta d\theta$$

या $W = pE \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta$ या $W = -pE (\cos \theta)_{\theta_1}^{\theta_2}$

या $W = -pE (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$

या $W = pE (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$

विशेष स्थितियाँ (Specific conditions)

(i) द्विध्रुव को विद्युत क्षेत्र में स्थायी साम्यावस्था ($\theta_1 = 0^\circ$) से किसी कोणीय स्थिति ($\theta_2 = \theta$) तक घुमाने में किया गया कार्य,

$$W = pE (\cos 0^\circ - \cos \theta)$$

$$W = pE (1 - \cos \theta)$$

(ii) द्विध्रुव को $\theta_1 = 0^\circ$ से $\theta_2 = 90^\circ$ तक घुमाने में किया गया कार्य,

$$W = pE (\cos 0^\circ - \cos 90^\circ)$$

$$W = pE$$

(iii) द्विध्रुव को $\theta_1 = 0^\circ$ से $\theta_2 = 180^\circ$ तक घुमाने में किया गया कार्य,

$$W = pE (\cos 0^\circ - \cos 180^\circ)$$

$$W = pE [1 - (-1)]$$

$$W_{\text{अधिकतम}} = 2pE$$

प्रश्न 5. स्थिर वैद्युत में गौस की प्रमेय क्या है?

(2010, 11, 14, 17, 18, 19)

या सिद्ध कीजिए कि किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स Φ उस पृष्ठ द्वारा परिवर्द्ध कुल आवेश q का $1/\epsilon_0$ गुना होता है, जहाँ ϵ_0 मुक्त आकाश (free space) की वैद्युतशीलता है। (2016)

या गौस-प्रमेय लिखिए। सिद्ध कीजिए कि किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाला नेट वैद्युत-फ्लक्स Φ उस पृष्ठ द्वारा परिवर्द्ध कुल आवेश q का $1/\epsilon_0$ गुना होता है, जहाँ ϵ_0 मुक्त आकाश की वैद्युतशीलता है।

या वैद्युत-स्थैतिकी में गौस की प्रमेय लिखिए तथा उसको सिद्ध कीजिए। (2014, 15, 18)

या स्थिर-विद्युतिकी (वैद्युत-स्थैतिकी) में गौस के नियम का उल्लेख कीजिए। (2014)

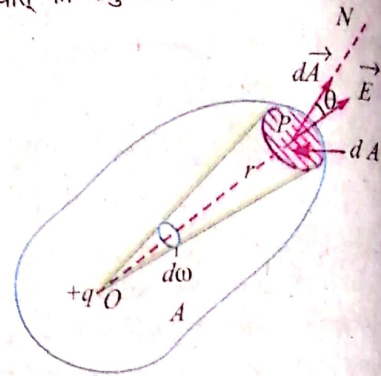
उत्तर— गौस की प्रमेय (Gauss' Theorem)—गौस की प्रमेय वैद्युत-क्षेत्र के कारण किसी बन्द पृष्ठ से निर्गत वैद्युत-फ्लक्स तथा उस पृष्ठ से परिवर्द्ध कुल वैद्युत आवेश के बीच सम्बन्ध व्यक्त करती है। इसके अनुसार—

“किसी वैद्युत-क्षेत्र में स्थित बन्द पृष्ठ से निर्गत सम्पूर्ण वैद्युत-फ्लक्स का मान उस पृष्ठ द्वारा परिवर्द्ध कुल आवेश का $(1/\epsilon_0)$ गुना होता है।”

अर्थात् $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} (q)$

जहाँ ϵ_0 = वायु या निर्वात की वैद्युतशीलता।

उपपत्ति (Proof)— चित्र में एक बन्द पृष्ठ दर्शाया गया है जिसका क्षेत्रफल A है। इस बन्द पृष्ठ में किसी बिन्दु O पर एक बिन्दु आवेश $+q$ रखा है। इस प्रकार बन्द पृष्ठ $+q$ आवेश के वैद्युत-क्षेत्र में स्थित है। इस पृष्ठ के बिन्दु P पर एक अत्यन्त लघु क्षेत्रफल dA लिया गया है। इस बिन्दु P की O से दूरी r है।



इस लघु क्षेत्रफल dA को इस पर खींचे गये अभिलम्ब PN की दिशा में क्षेत्रीय वेक्टर $d\vec{A}$ द्वारा प्रदर्शित किया गया है। बिन्दु P पर $+q$ आवेश के कारण उत्पन्न वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r^2} \right) \quad \dots(1)$$

\vec{E} की दिशा O से P की ओर होगी।

क्षेत्रफल dA से निर्गत वैद्युत-फ्लक्स $d\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$

अथवा $d\Phi_E = E dA \cos \theta \quad \dots(2)$

जहाँ $\theta = \vec{E}$ तथा $d\vec{A}$ के बीच कोण।

समीकरण (1) से E का मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$d\Phi_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r^2} \right) dA \cos \theta = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{dA \cos \theta}{r^2} \right)$$

परन्तु $\frac{dA \cos \theta}{r^2}$ = क्षेत्रफल dA द्वारा बिन्दु O पर अन्तरित घन कोण

$$= d\omega \text{ (माना)}$$

$$\therefore d\Phi_E = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \right) d\omega \quad \dots(3)$$

अतः सम्पूर्ण बन्द पृष्ठ क्षेत्रफल A से अभिलम्बवत् निर्गत सम्पूर्ण वैद्युत-फ्लक्स

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint d\omega \quad \dots(4)$$

परन्तु $\oint d\omega$ = सम्पूर्ण बन्द पृष्ठ द्वारा बिन्दु O पर अन्तरित घन कोण $= 4\pi$ स्टैरेडियन

$$\therefore \Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times 4\pi \text{ अथवा } \Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} (q) \quad \dots(5)$$

यही गौस-प्रमेय का कथन है।

प्रश्न 6. गौस की प्रमेय से कूलॉम के नियम का निगमन कीजिए। (2018)

या गौस-प्रमेय की सहायता से दो बिन्दु आवेशों के बीच कार्य करने वाले बल के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2011)

उत्तर— माना कोई विलगित बिन्दु आवेश $+q$, वायु या निर्वात में बिन्दु O पर रखा है। इससे r दूरी पर एक बिन्दु P है। इस बिन्दु से गुजरता हुआ q को परिवर्द्ध किये हुए एक गोलीय गौसियन-पृष्ठ खींचा गया है। इस बिन्दु पर q

वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

के कारण वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता O से P की दिशा में पृष्ठ के लम्बवत् होगी। P के परितः किसी पृष्ठ अवयव के क्षेत्रफल $d\vec{A}$ का क्षेत्रफल सदिश $d\vec{A}$ भी \vec{E} की दिशा में होगा।

अतः इस क्षेत्रफल अवयव से गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} = EdA \cos \theta$$

$$= EdA \cos 0^\circ = EdA$$

अतः सम्पूर्ण गौसियन पृष्ठ से होकर गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स,

$$d\Phi_E = \oint d\Phi_E = \oint EdA = E \oint dA = E \times 4\pi r^2$$

परन्तु गौस-प्रमेय के अनुसार, $\Phi_E = q/\epsilon_0$

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

अथवा

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r^2} \right) \quad \dots(1)$$

यही बिन्दु आवेश q के कारण इससे r दूरी पर उत्पन्न वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक है जिसकी दिशा आवेश से दूर होगी।

यदि इस बिन्दु पर एक परीक्षण धनावेश q_0 रखें, तो q_0 पर आरोपित बल

$$F = q_0 E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq_0}{r^2} \right) \quad \dots(2)$$

यही कूलॉम का नियम है जो कि गौस-प्रमेय से व्युत्पन्न किया गया है। इस प्रकार, स्थिर विद्युतिकी में कूलॉम का नियम तथा गौस का नियम परस्पर तुल्य हैं। ये दो भौतिक नियम नहीं हैं, बल्कि एक ही नियम है जिसे विभिन्न रूपों में अभिव्यक्त किया गया है।

प्रश्न 7. गौस के नियम का उपयोग करके एक अनन्त लम्बाई के पतले, सीधे एकसमान आवेशित तार द्वारा उत्पन्न वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता के लिए एक व्यंजक का निगमन कीजिए। (2012)

या वैद्युत-स्थैतिकी में गौस की प्रमेय बताइए। इसका उपयोग करके एकसमान आवेशित लम्बे तार के निकट वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। (2011, 13)

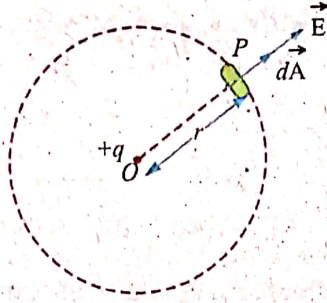
या स्थिर-विद्युतिकी (वैद्युत-स्थैतिकी) का गौस प्रमेय लिखिए। इसकी सहायता से एक समान रूप से आवेशित अनन्त लम्बाई के सीधे तार के निकट वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2015)

या अनन्त लम्बाई के समान रूप से आवेशित सीधे तार के निकट वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक गौस के प्रमेय की सहायता से प्राप्त कीजिए। (2017, 18)

उत्तर— गौस की प्रमेय—विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 का उत्तर देखिए।

अनन्त लम्बाई के आवेशित तार के निकट वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता—चित्र में एक अनन्त लम्बाई का चालक तार प्रदर्शित है जिसके आवेश का रेखीय घनत्व q कूलॉम प्रति मीटर है। माना यह तार K परावैद्युतांक वाले माध्यम में रखा है। इसकी अक्ष से r दूरी पर एक बिन्दु P है जहाँ इस चालक तार के कारण वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

चित्र में इस चालक तार के चारों ओर r त्रिज्या का एक ऐसा बेलन दर्शाया गया है जिसकी लम्बाई l है तथा प्रेक्षण बिन्दु P इसके वक्र-पृष्ठ पर है। इस बेलन की अक्ष तथा तार की अक्ष एक ही है। चूँकि तार समान रूप से आवेशित है, अतः इसकी अक्ष से समान दूरी पर स्थित प्रत्येक बिन्दु पर



वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता \vec{E} समान होगी तथा इसकी दिशा अक्ष के लम्बवत् बाहर की ओर होगी।

अतः वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता की दिशा इस बेलन के अनुप्रस्थ काट के समान्तर है। अतः इस बेलन के समतल पृष्ठों से गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स शून्य होगा, क्योंकि इसका क्षेत्रफल वेक्टर \vec{A} , वेक्टर \vec{E} के लम्बवत् होगा, इसलिए वैद्युत-फ्लक्स

$$\Phi_{E_1} = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos 90^\circ = 0$$

बेलन के वक्र-पृष्ठ का क्षेत्रफल $= 2\pi rl$

अतः बेलन के वक्र-पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स $\Phi_{E_2} = KE(2\pi rl)$

\therefore बेलन से गुजरने वाला कुल वैद्युत-फ्लक्स

$$\Phi_E = \Phi_{E_1} + \Phi_{E_2} = 0 + KE(2\pi rl)$$

अर्थात्

$$\Phi_E = 2\pi rl KE$$

...(1)

इस बेलन के अन्दर परिबद्ध वैद्युत आवेश q'

$=$ बेलन के अन्दर तार की लम्बाई \times प्रति एकांक लम्बाई पर आवेश

$$= l \times q$$

\therefore गौस-प्रमेय के अनुसार, बेलन से गुजरने वाला सम्पूर्ण वैद्युत-फ्लक्स

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} (q')$$

\therefore

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} (l \times q)$$

...(2)

\therefore समी० (1) तथा समी० (2) से, $K \times E \times 2\pi rl = \frac{1}{\epsilon_0} (ql)$

अथवा

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{q}{r} \right)$$

प्रश्न 8. गौस के नियम का उपयोग करके एक समान आवेशित अनन्त समतल चादर के कारण विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए। (2017, 19)

या गौस के नियम का प्रयोग करते हुए एक असीमित (अनन्त) विस्तार वाली आवेशित समतल चादर के निकट वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए। (2015, 16)

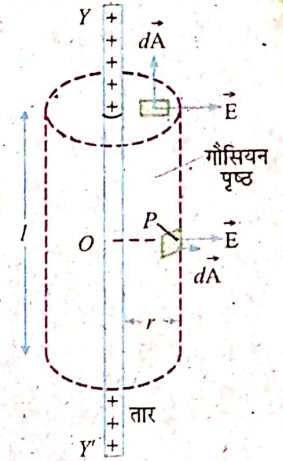
या वैद्युत स्थैतिकी में गौस-नियम का उल्लेख कीजिए। इस नियम का उपयोग करके अनन्त विस्तार की समतल आवेशित अचालक प्लेट के निकट वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए। (2011, 18)

या वैद्युत स्थैतिकी में गौस की प्रमेय का उल्लेख कीजिए। इसकी सहायता से अनन्त विस्तार की समतल आवेशित प्लेट के निकट वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए। (2013, 17)

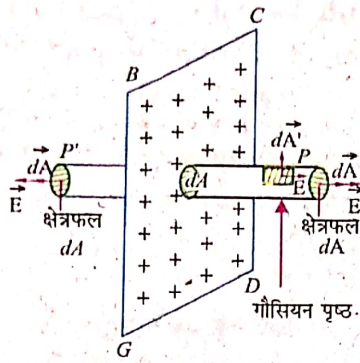
उत्तर— गौस की प्रमेय (Gauss' Theorem)—विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 में देखिए।

अनन्त विस्तार की समतल आवेशित प्लेट के कारण किसी निकट बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता—चित्र में $BCDG$ एक अनन्त विस्तार की आवेशित समतल प्लेट है, जिसकी मोटाई नगण्य है। इस प्रकार की प्लेट के दोनों पृष्ठों पर समान आवेश होता है। माना इसके प्रत्येक पृष्ठ पर आवेश का पृष्ठ घनत्व σ है।

यदि प्लेट धनावेशित है तो इसके कारण वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता प्लेट के लम्बवत् बाहर की ओर होती है और यदि प्लेट ऋणावेशित है तो तीव्रता प्लेट के लम्बवत् अन्दर की ओर होती है। चित्र में धनावेशित प्लेट दिखायी गयी है।



माना इस प्लेट के निकट बिन्दु P पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। इसके लिए इस प्लेट के आर-पार एक बेलनाकार गौसियन पृष्ठ की कल्पना करते हैं जिसकी अनुप्रस्थ काट P के परितः क्षेत्रफल अवयव dA है जो सीट (प्लेट) के समान्तर है। बेलन के P तथा P' सिरे प्लेट से समान दूरी पर हैं। सिरे P पर dA के प्रत्येक बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता (\vec{E}) समान



होगी। यह वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता \vec{E} पृष्ठ के लम्बवत् बाहर की ओर होगी। क्षेत्रफल अवयव dA को क्षेत्रफल सदिश $d\vec{A}$ से प्रदर्शित किया गया है जो \vec{E} की ही दिशा में होगा। अतः सिरे P पर इस पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स

$$\Phi_p = \vec{E} \cdot d\vec{A} = EdA \cos 0^\circ = EdA$$

इसी प्रकार गौसियन पृष्ठ के सिरे P' से गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स $\Phi_{p'} = EdA$ गौसियन पृष्ठ के वक्र तल पर स्थित प्रत्येक बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता तथा बाहर की ओर खींचे गये अभिलम्ब परस्पर लम्बवत् होंगे, अर्थात्

$$\theta = 90^\circ \quad \text{अथवा} \quad \cos 90^\circ = 0$$

$$\text{इसलिए} \quad \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

अर्थात् गौसियन पृष्ठ (Gaussian surface) के वक्र तल से गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स शून्य होगा।

अतः बन्द पृष्ठ (बेलनाकार गौसियन पृष्ठ) से गुजरने वाला कुल वैद्युत-फ्लक्स

$$\Phi_E = \Phi_p + \Phi_{p'} + \text{वक्र तल से गुजरने वाला फ्लक्स} \\ = EdA + EdA + 0 = 2EdA$$

परन्तु बन्द पृष्ठ के अन्दर समतल प्लेट का घिरा क्षेत्रफल = dA

इस पृष्ठ पर उपस्थित आवेश $q = \sigma \times dA$

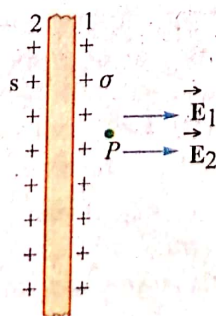
परन्तु गौसियन प्रमेय से, $\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$ (जहाँ $q = \sigma \cdot dA$)

$$\text{अर्थात्} \quad 2E dA = \frac{\sigma dA}{\epsilon_0}$$

$$\text{अथवा} \quad E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

प्रश्न 9. गौस प्रमेय की सहायता से अनन्त विस्तार की समतल आवेशित चालक प्लेट के कारण वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता के सूत्र का निगमन कीजिए। (2012)

उत्तर— माना अनन्त विस्तार एवं परिमित लघु मोटाई की एक धन-आवेशित 'समतल चालक' प्लेट निर्वात (अथवा वायु) में स्थित है। चूँकि प्लेट एक 'समतल चालक' है, अतः प्लेट को दिया गया सम्पूर्ण आवेश प्लेट के बाह्य पृष्ठों 1 व 2 पर एकसमान रूप से वितरित हो जाता है। प्लेट के भीतर वैद्युत क्षेत्र सर्वत्र शून्य होता है तथा प्लेट के पृष्ठों पर एवं समीपवर्ती बाह्य बिन्दुओं पर वैद्युत क्षेत्र प्लेट के पृष्ठों के लम्बवत् होता है। माना कि प्लेट पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व σ है।



माना कि चालक प्लेट के एक ओर ठीक बाहर एक बिन्दु P है जिस पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। चूँकि प्लेट के भीतर कोई आवेश नहीं है, अतः इस प्लेट को आवेश की दो समतल चादरों 1 व 2, के तुल्य माना जा सकता है। बिन्दु P पर चादर 1 के कारण वैद्युत-क्षेत्र \vec{E}_1 (माना) की तीव्रता

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{चादर 1 से परे}) \quad (\text{गौस प्रमेय द्वारा प्राप्त})$$

इसी प्रकार, बिन्दु P पर चादर 2 के कारण वैद्युत क्षेत्र \vec{E}_2 (माना) की तीव्रता

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{चादर 2 से परे})$$

चूँकि \vec{E}_1 व \vec{E}_2 एक ही दिशा में हैं, अतः बिन्दु P पर दोनों चादरों के कारण परिणामी तीव्रता

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\therefore E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{अथवा} \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

धन-आवेशित चालक प्लेट के कारण वैद्युत क्षेत्र \vec{E} की दिशा प्लेट के लम्बवत् तथा प्लेट से परे की ओर को दिष्ट है। यदि प्लेट ऋण-आवेशित हो तब क्षेत्र की दिशा प्लेट के लम्बवत् तथा प्लेट की ओर को दिष्ट होगी। हमने उपरोक्त सूत्र एक समतल आवेशित चालक के लिए प्राप्त किया है। वास्तव में यह 'किसी भी आकृति' के चालक के लिए सत्य है। इस सूत्र से स्पष्ट है कि अनन्त विस्तार के आवेशित चालक के 'निकट' किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता चालक के क्षेत्रफल अथवा चालक से इस बिन्दु की दूरी पर निर्भर नहीं करती। इसका अर्थ है कि चालक के 'निकट' सभी बिन्दुओं पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता समान होती है।

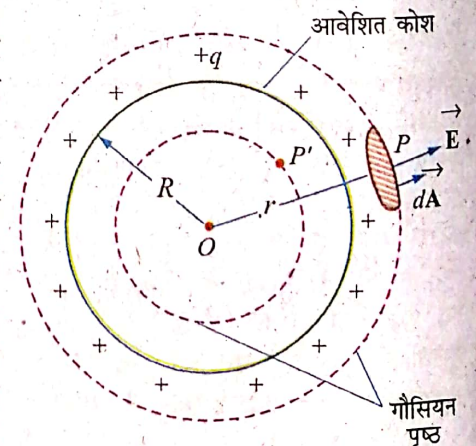
प्रश्न 10. एकसमान आवेशित गोलीय कोश के कारण उसके पृष्ठ के किसी बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2015) गौस प्रमेय की सहायता से किसी आवेशित गोलीय कोश के बाहर किसी बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए। (2015, 16, 17, 19)

या एकसमान आवेशित गोलीय कोश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक गौस के नियम के आधार पर प्राप्त कीजिए जबकि बिन्दु कोश के (i) बाहर, (ii) पृष्ठ पर तथा (iii) भीतर स्थित है। (2017, 18, 19)

उत्तर— माना कि त्रिज्या R का एक विलगित (isolated) गोलीय कोश है जिस पर ओवेश $+q$ एकसमान रूप से वितरित है। हमें इस कोश के बाहर, कोश के पृष्ठ पर तथा कोश के भीतर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

बाह्य बिन्दु पर (At an External Point)—माना कि आवेशित कोश के केन्द्र O से दूरी r पर ($r > R$) एक बिन्दु P है जिस पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

इसके लिये, हम बिन्दु P से गुजरने वाला, त्रिज्या r का संकेन्द्रीय गोलीय पृष्ठ खींचते हैं जिसे 'गौसियन पृष्ठ' (Gaussian surface) कहते हैं। आवेश-वितरण की सममिति के कारण, गौसियन पृष्ठ के सभी बिन्दुओं पर वैद्युत-क्षेत्र का परिमाण E



समान होगा तथा दिशा बाहर की ओर को त्रिज्यतः (radially outward) होगी।

हम गौसियन पृष्ठ पर, बिन्दु P के चारों ओर एक क्षेत्रफल-अवयव dA पर विचार करते हैं। इस अवयव पर वैद्युत-क्षेत्र वेक्टर \vec{E} तथा क्षेत्रफल वेक्टर $d\vec{A}$ दोनों ही बाहर की ओर को त्रिज्यतः दिष्ट हैं, अर्थात् उनके बीच कोण शून्य है। अब, क्षेत्रफल-अवयव dA से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} = E dA \cos 0 = E dA$$

अतः सम्पूर्ण गौसियन पृष्ठ से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA = E \oint dA = E \oint dA$$

क्योंकि सम्पूर्ण पृष्ठ पर E नियत है।

परन्तु $\oint dA = 4\pi r^2$ (गोले का पृष्ठ-क्षेत्रफल), अतः $\Phi_E = E(4\pi r^2)$ । परन्तु गौस को प्रमेय से, $\Phi_E = q/\epsilon_0$, जहाँ q , बन्द गौसियन पृष्ठ द्वारा परिवद्ध सम्पूर्ण आवेश है। अतः

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

अथवा $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$ ($r > R$ के लिये) ... (1)

किसी बिन्दु-आवेश q से दूरी r पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता E के लिए यही सूत्र है। अतः स्पष्ट है कि एकसमान आवेशित गोलीय कोश बाह्य बिन्दुओं के लिये ठीक वैसे ही व्यवहार करती है जैसे कि सम्पूर्ण आवेश कोश के केन्द्र पर स्थित हो।

यदि कोश पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व (surface density of charge) σ हो, तब

$$q = 4\pi R^2 \sigma$$

q का यह मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} \quad \dots (2)$$

यह एकसमान आवेशित गोलीय कोश के बाह्य वैद्युत-क्षेत्र का वैकल्पिक सूत्र है।

कोश के पृष्ठ पर (At the Surface of Spherical Shell)—यदि बिन्दु P कोश के ठीक पृष्ठ पर है ($r = R$), तब समीकरण (1) व समीकरण (2) से

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

आन्तरिक बिन्दु पर (At an

Internal Point)—माना कि कोश

के भीतर एक बिन्दु P' है। चूँकि

आवेश कोश के पृष्ठ पर वितरित है

तथा कोश के भीतर कोई आवेश

नहीं है, अतः बिन्दु P' से गुजरने

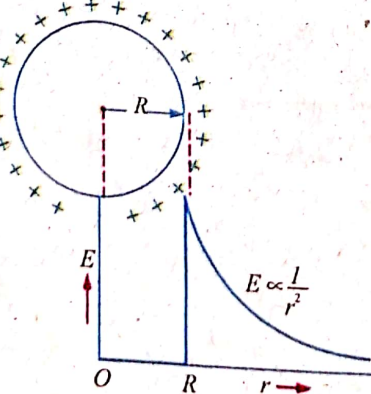
वाले गौसियन पृष्ठ के भीतर कोई

आवेश नहीं होगा तथा गौसियन

पृष्ठ से निर्गत फ्लक्स शून्य होगा,

अर्थात्

$$\Phi_E = \oint E dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = 0$$



अथवा

$$E = 0$$

स्पष्ट है कि आवेशित गोलीय कोश के भीतर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता सर्वत्र शून्य होती है।

एकसमान आवेशित गोलीय कोश के कारण, कोश के केन्द्र से दूरी r के साथ वैद्युत-क्षेत्र E का विचरण (variation) चित्र में दर्शाया गया है। कोश के भीतर ($r = 0$ से $r = R$ तक) वैद्युत-क्षेत्र E सर्वत्र शून्य है, कोश के पृष्ठ पर अधिकतम है तथा कोश के बाह्य व्युत्क्रम-वर्ग के नियमानुसार तेजी से घटता जाता है ($E \propto 1/r^2$)।

extra shots

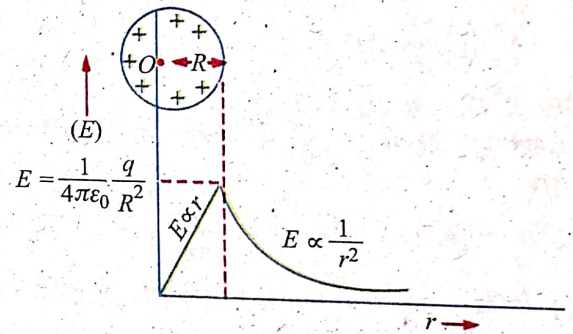
★ एकसमान आवेशित अचालक ठोस गोले के कारण वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

अचालक ठोस गोले को आवेश देने पर आवेश केवल उसके बाह्य पृष्ठ पर वितरित नहीं होता है अपितु वह अचालक गोले के सम्पूर्ण आयतन पर एकसमान रूप से वितरित हो जाता है।

यदि R त्रिज्या के अचालक ठोस गोले के सम्पूर्ण आयतन पर $+q$ आवेश एकसमान रूप से वितरित हो, तब

(i) ठोस अचालक गोले के बाहर ($r > R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$



(ii) ठोस अचालक गोले के पृष्ठ पर ($r = R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

(iii) ठोस अचालक गोले के अन्दर ($r < R$)

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qr}{R^3}$$

यदि ठोस अचालक गोले का आयतन आवेश घनत्व ρ हो, तब $\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

$$\text{अतः } E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \Rightarrow E \propto r$$

★ उपर्युक्त सभी स्थितियों के लिए वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (E) के दूरी (r) के साथ परिवर्तन को चित्र में प्रदर्शित किया गया है।

प्रश्न 11. एकसमान रूप से आवेशित अचालक गोले के कारण किसी बाह्य बिन्दु पर उत्पन्न वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।

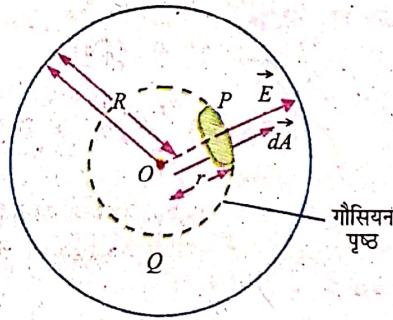
या

' R ' त्रिज्या के एकसमान रूप से आवेशित अचालक गोले के केन्द्र से r ($r < R$) दूरी पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

(2010, 12)

(2012)

उत्तर— माना R त्रिज्या का एक विलगित (isolated) अचालक (non-conducting) ठोस गोला है जिसके सम्पूर्ण आयतन में Q आवेश एकसमान रूप से वितरित है। इसके केन्द्र O से r दूरी पर स्थित बिन्दु P पर इसके कारण उत्पन्न वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है, जबकि $r < R$ ।



यह बिन्दु P गोले के भीतर केन्द्र O से r दूरी पर है। P पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता प्राप्त करने के लिए बिन्दु P से गुजरने वाला गोलीय गौसियन पृष्ठ खींचते हैं।

P के परितः गौसियन पृष्ठ के अल्पांश क्षेत्रफल अवयव dA का क्षेत्रीय सदिश $d\vec{A}$ भी पृष्ठ के लम्बवत् अर्थात् \vec{E} की दिशा में ही होगा अर्थात् उनके बीच कोण शून्य है। अतः क्षेत्रफल अवयव dA से होकर जाने वाला वैद्युत-फ्लक्स

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} = EdA \cos 0^\circ = EdA$$

अतः सम्पूर्ण गौसियन पृष्ठ से होकर जाने वाला वैद्युत-फ्लक्स

$$\begin{aligned}\Phi_E &= E \oint dA \\ &= \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint EdA \quad [\because E \text{ सभी अवयवों के लिए समान है}] \\ &= E(4\pi r^2)\end{aligned}$$

परन्तु गौस की प्रमेय के अनुसार $\Phi_E = Q'/\epsilon_0$

जहाँ Q' , आवेश Q का वह भाग है, जो त्रिज्या r के बन्द गौसियन पृष्ठ द्वारा परिवद्ध है।

$$\therefore E(4\pi r^2) = \frac{Q'}{\epsilon_0} \quad \text{या} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q'}{r^2} \right) \quad \dots(1)$$

क्योंकि (अचालक) गोला एकसमान रूप से आवेशित है, इसलिए आवेश का आयतन-घनत्व ρ पूरे गोले में एकसमान (uniform) होगा।

$$\text{अर्थात् } \rho = \frac{Q}{(4/3)\pi R^3} = \frac{Q'}{(4/3)\pi r^3} \quad \text{या} \quad Q' = Q \left(\frac{r}{R} \right)^3$$

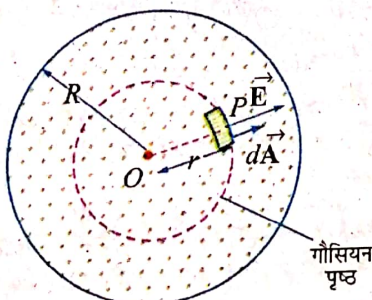
Q' का यह मान समी० (1) में रखने पर,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Qr}{R^3} \right)$$

प्रश्न 12. एकसमान आवेशित अचालक गोले के भीतर किसी बिन्दु पर गौस प्रमेय की सहायता से वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र स्थापित कीजिए।

(2013, 19)

उत्तर— माना कि बिन्दु P गोले के भीतर केन्द्र O से r दूरी पर है। P पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता प्राप्त करने के लिए बिन्दु P से गुजरने वाला गोलीय गौसियन पृष्ठ खींचते हैं। माना आवेशित गोले के कारण P पर उत्पन्न वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता \vec{E} है।



आवेश वितरण की सममिति के कारण गौसियन पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता का परिमाण E समान होगा तथा दिशा पृष्ठ के लम्ब होगी।

P के परितः गौसियन पृष्ठ के अल्पांश क्षेत्रफल अवयव dA का क्षेत्रीय सदिश $d\vec{A}$ भी पृष्ठ के लम्बवत् अर्थात् \vec{E} की दिशा में ही होगा अर्थात् उनके बीच कोण शून्य है। अतः क्षेत्रफल अवयव dA से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} = EdA \cos 0^\circ = EdA$$

अतः सम्पूर्ण गौसियन पृष्ठ से होकर जाने वाला वैद्युत फ्लक्स

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint EdA = E \oint dA \\ &[\because E \text{ सभी अवयवों के लिए समान है}] \\ &= E(4\pi r^2)\end{aligned}$$

परन्तु गौस की प्रमेय के अनुसार, $\Phi_E = q'/\epsilon_0$

जहाँ q' , आवेश q का वह भाग है, जो त्रिज्या r के बन्द गौसियन पृष्ठ द्वारा परिवद्ध है।

$$E(4\pi r^2) = \frac{q'}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q'}{r^2} \right) \quad \dots(1)$$

क्योंकि (अचालक) गोला एकसमान रूप से आवेशित है, इसलिए आवेश का आयतन घनत्व ρ पूरे गोले में एकसमान (uniform) होगा।

$$\text{अर्थात् } \rho = \frac{q'}{(4/3)\pi R^3} = \frac{q'}{(4/3)\pi r^3} \quad \text{या} \quad q' = q \left(\frac{r}{R} \right)^3$$

q' का यह मान समी० (1) में रखने पर,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qr}{R^3} \right) \quad (r < R \text{ के लिए}) \quad \dots(2)$$

इसमें $q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ रखने पर,

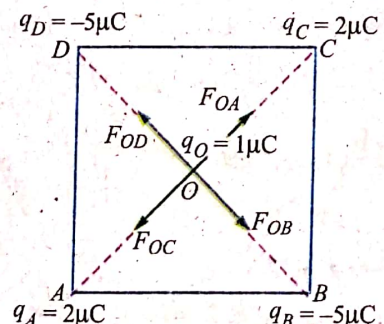
$$E = \frac{\rho}{\epsilon_0} \left(\frac{r}{3} \right) \quad (r < R \text{ के लिए}) \quad \dots(3)$$

समी० (2) व (3) अचालक आवेशित गोले के भीतर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता के व्यंजक हैं। स्पष्ट है कि एकसमान आवेशित अचालक गोले के भीतर किसी बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता, उस बिन्दु की गोले के केन्द्र से दूरी (r) के अनुक्रमानुपाती होती है।

प्रश्न 13. चार बिन्दु आवेश $q_A = 2\mu\text{C}$, $q_B = -5\mu\text{C}$, $q_C = 2\mu\text{C}$ तथा $q_D = -5\mu\text{C}$, 10 cm भुजा के किसी वर्ग ABCD के शीर्षों पर अवस्थित हैं। वर्ग के केन्द्र पर रखे $1\mu\text{C}$ आवेश पर लगने वाला बल कितना है?

(NCERT)

हल— किसी आवेश पर कार्य करने वाले अन्य आवेशों के कारण कूलॉम बलों को सदिश विधि द्वारा जोड़ा जाता है। अतः वर्ग के केन्द्र पर रखे आवेश $q_0 = 1\mu\text{C}$ पर बल चारों आवेशों q_A , q_B , q_C व q_D के कारण कूलॉम बलों के सदिश योग के बराबर होगा।



स्पष्टतः

$$OA = OB = OC = OD = \frac{1}{2} \sqrt{10^2 + 10^2} \\ = \frac{10\sqrt{2}}{2} \text{ cm} = 5\sqrt{2} \text{ cm} = 5\sqrt{2} \times 10^{-2} \text{ m}$$

आवेश $q_A = 2 \mu\text{C}$ के कारण $q_0 = 1 \mu\text{C}$ पर बल

$$\vec{F}_{OA} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_A}{(OA)^2}, O \text{ से } C \text{ की ओर} \\ = 9 \times 10^9 \times \frac{(1 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(5\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}$$

$$= 3.6 \text{ N}, \vec{OC} \text{ के अनुदिश}$$

आवेश $q_C = -2 \mu\text{C}$ के कारण q_0 पर बल

$$\vec{F}_{OC} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_C}{(OC)^2}, O \text{ से } A \text{ की ओर} \\ = 9 \times 10^9 \times \frac{(1 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(5\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}$$

$$= 3.6 \text{ N}, \vec{OA} \text{ के अनुदिश}$$

स्पष्टतः $\vec{F}_{OA} + \vec{F}_{OC} = 0$

आवेश $q_B = -5 \mu\text{C}$ के कारण $q_0 = 1 \mu\text{C}$ पर बल

$$\vec{F}_{OB} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_B}{(OB)^2}, \vec{OB} \text{ की दिशा में}$$

$$= 9 \times 10^9 \frac{(1 \times 10^{-6}) (5 \times 10^{-6})}{(5\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}, O \text{ से } B \text{ की ओर}$$

$$= 9.0 \text{ N}, \vec{OB} \text{ के अनुदिश}$$

आवेश $q_D = -5 \mu\text{C}$ के कारण q_0 पर बल

$$\vec{F}_{OD} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_D}{(OD)^2}, O \text{ से } D \text{ की ओर} \\ = 9 \times 10^9 \times \frac{(1 \times 10^{-6}) (5 \times 10^{-6})}{(5\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}$$

$$= 9.0 \text{ N}, \vec{OD} \text{ के अनुदिश}$$

स्पष्टतः $\vec{F}_{OB} + \vec{F}_{OD} = 0$

कुल बल

$$F = \vec{F}_{OA} + \vec{F}_{OB} + \vec{F}_{OC} + \vec{F}_{OD} \\ = (\vec{F}_{OA} + \vec{F}_{OC}) + (\vec{F}_{OB} + \vec{F}_{OD}) \\ = 0 + 0 = 0$$

अर्थात् q_0 पर नेट बल शून्य है।



स्थिर वैद्युत विभव तथा धारिता

Quick Review

- एकल बिन्दु आवेश q के कारण r दूरी पर वैद्युत विभव $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$
- बिन्दु आवेशों के निकाय के कारण किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव $V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$
- विद्युत द्विध्रुव के कारण अक्षीय स्थिति में वैद्युत विभव $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^2}$
- विद्युत द्विध्रुव की निरक्षीय स्थिति में विद्युत विभव $V = 0$
- विभव प्रवणता तथा वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता में सम्बन्ध $E = -\left(\frac{dV}{dr}\right)$
- यदि धातु की दो प्लेटों के बीच विभवान्तर V तथा उनके बीच के दूरी d हो, तब प्लेटों के बीच वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $E = V/d$
- V विभवान्तर से त्वरित करने पर q आवेश के कण की गतिज ऊर्जा $K = Vq$

- दो बिन्दु आवेशों के निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$ जूल
- एकसमान वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव को घुमाने में किया गया कार्य $W = pE(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$ जूल
- यदि वैद्युत द्विध्रुव प्रारम्भ में वैद्युत क्षेत्र के समान्तर अर्थात् स्थायी सन्तुलन की स्थिति में हो, तब उसे θ कोण घुमाने में किया गया कार्य $W = pE(1 - \cos\theta)$ जूल
- वैद्युत क्षेत्र में वैद्युत द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा $U = -pE\cos\theta$ जूल
- विलगित गोलीय चालक की धारिता $C = 4\pi\epsilon_0 KR$ जहाँ R , चालक की त्रिज्या व K उसके चारों ओर के माध्यम का परावैद्युतांक है।
- समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता $C = \frac{K\epsilon_0 A}{d}$
- आंशिक परावैद्युतयुक्त समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता $C = \epsilon_0 A / (d - t + t/K)$
- अनेक परावैद्युतयुक्त समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता $C = \frac{\epsilon_0 A}{\left(\frac{t_1}{K_1} + \frac{t_2}{K_2} + \frac{t_3}{K_3} + \dots\right)}$
- गोलीय संधारित्र की धारिता जबकि भीतरी चालक आवेशित एवं बाहरी चालक भू-सम्पर्कित हो-
 $C = 4\pi\epsilon_0 K \left(\frac{ab}{b-a}\right)$ जहाँ a व b क्रमशः बाहरी एवं आन्तरिक चालकों की त्रिज्याएँ हैं।
- संधारित्रों के श्रेणीक्रम संयोजन के तुल्य संधारित्र की धारिता $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$
- संधारित्रों के समान्तर क्रम संयोजन के तुल्य संधारित्र की धारिता $C = C_1 + C_2 + C_3$
- आवेशित चालक अथवा आवेशित संधारित्र की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा $U = \frac{1}{2} Vq = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$
- दो विलगित आवेशित चालकों को परस्पर एक चालक तार से जोड़ने पर,

$$\text{उभयनिष्ठ विभव } V = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

$$\text{ऊर्जा ह्रास } U = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} (V_1 - V_2)^2$$
- आवेशित संधारित्र की प्लेटों के बीच ऊर्जा घनत्व $u = \frac{1}{2} K\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon E^2$ जूल/मीटर³

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. वैद्युत विभव का मात्रक है-

(2011, 14)

- (i) जूल/कूलॉम (ii) जूल × कूलॉम
(iii) कूलॉम/जूल (iv) न्यूटन/कूलॉम

उत्तर— (i) जूल/कूलॉम

प्रश्न 2. $E=0$ तीव्रता वाले वैद्युत-क्षेत्र में विभव V का दूरी r के साथ परिवर्तन होगा-

(2010, 12, 17)

- (i) $V \propto 1/r$ (ii) $V \propto r$
(iii) $V \propto 1/r^2$ (iv) V, r पर निर्भर नहीं करेगा

उत्तर— (iv) V, r पर निर्भर नहीं करेगा

प्रश्न 3. एक समान वैद्युत क्षेत्र \vec{E} में रखे वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण \vec{P} वाले वैद्युत द्विध्रुव को 90° से घुमाने में कृत कार्य है-

(2018)

- (i) $\frac{PE}{2}$ (ii) $2PE$ (iii) PE (iv) $\sqrt{2}PE$

उत्तर— (iii) PE

प्रश्न 4. एक 5 सेमी त्रिज्या वाले धातु के खोखले गोलीय सतह को इस प्रकार आवेशित किया जाता है कि इसके तल पर 10 V का विभव हो तो केन्द्र पर विभव है

(2019)

- (i) 0 V
(ii) 10 V
(iii) वही विभव जो तल से 5 सेमी की दूरी पर
(iv) वही विभव जो तल से 25 सेमी की दूरी पर

उत्तर— (ii) 10 V

प्रश्न 5. वैद्युत द्विध्रुव के कारण, केन्द्र से r दूरी पर अक्ष में स्थित बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता एवं विभव क्रमशः E तथा V हैं। E तथा V में सम्बन्ध होगा-

(2017)

- (i) $E = \frac{V}{R}$ (ii) $E = \frac{V}{2r}$ (iii) $E = \frac{2V}{r}$ (iv) $E = 2rV$

उत्तर— (i) $E = \frac{V}{R}$

प्रश्न 6. एक बिन्दु आवेश पर विद्युत द्विध्रुव के कारण लगने वाला बल निर्भर करता है-

(2019)

स्थिर वैद्युत विभव तथा धारिता

$$(i) F \propto \frac{1}{r} \quad (ii) F \propto \frac{1}{r^2} \quad (iii) F \propto \frac{1}{r^3} \quad (iv) F \propto \frac{1}{r^4}$$

उत्तर— (ii) $F \propto \frac{1}{r^2}$

प्रश्न 7. एक आवेशित वायु संधारित्र में u_0 ऊर्जा संचित है। एक परावैद्युत की पट्टी जिसका परावैद्युतांक K है, को इसमें प्रवेश कराने पर ऊर्जा u हो जाती है, तो (2018)

$$(i) u = u_0 \quad (ii) u = Ku_0 \quad (iii) u = K^2 u_0 \quad (iv) u = \frac{u_0}{K}$$

उत्तर— (iv) $u = \frac{u_0}{K}$

प्रश्न 8. वायु में 1 सेमी दूरी पर रखे प्रत्येक 1 माइक्रो कूलॉम के दो धनात्मक बिन्दु आवेशों के निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा है— (2016)

$$(i) 0.9 \text{ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट} \quad (ii) 0.9 \text{ जूल} \\ (iii) 1 \text{ जूल} \quad (iv) 9 \text{ जूल}$$

उत्तर— (ii) 0.9 जूल

प्रश्न 9. निम्नलिखित में से धारिता का मात्रक कौन-सा है?

$$(i) \text{ कूलॉम} \quad (ii) \text{ ऐम्पियर} \\ (iii) \text{ वोल्ट} \quad (iv) \text{ कूलॉम/वोल्ट}$$

उत्तर— (iv) कूलॉम/वोल्ट

प्रश्न 10. वायु में रखे दो धनावेशों के मध्य परावैद्युत पदार्थ रख देने पर इनके बीच प्रतिकर्षण बल का मान— (2015)

$$(i) \text{ बढ़ जायेगा} \quad (ii) \text{ घट जायेगा} \quad (iii) \text{ वही रहेगा} \quad (iv) \text{ शून्य}$$

उत्तर— (ii) घट जायेगा

प्रश्न 11. 100 माइक्रोफैरड धारिता वाले संधारित्र को 10 वोल्ट तक आवेशित करने पर उसमें संचित ऊर्जा होगी— (2016)

$$(i) 5.0 \times 10^{-3} \text{ जूल} \quad (ii) 0.5 \times 10^{-3} \text{ जूल} \\ (iii) 0.5 \text{ जूल} \quad (iv) 5.0 \text{ जूल}$$

उत्तर— (i) 5.0×10^{-3} जूल

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. वैद्युत-विभव की परिभाषा दीजिए तथा इसकी विमा लिखिए। (2012, 17)

उत्तर— वैद्युत-विभव—वैद्युत-क्षेत्र में किसी बिन्दु पर वैद्युत-विभव (V), परीक्षण-आवेश ($+q_0$) को अनन्त से उस बिन्दु तक लाने में किये गये कार्य (W) तथा परीक्षण-आवेश के मान की निष्पत्ति के बराबर होता है।

अर्थात् $V = \frac{W}{q_0}$ जूल/कूलॉम या वोल्ट

वैद्युत-विभव (V) की विमा

$$\therefore \text{वोल्ट} = \frac{\text{जूल}}{\text{कूलॉम}} = \frac{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}}{\text{ऐम्पियर} \times \text{सेकण्ड}} \\ = \frac{(\text{किग्रा-मीटर} \times \text{सेकण्ड}^{-2}) \times \text{मीटर}}{\text{ऐम्पियर} \times \text{सेकण्ड}} \\ = \text{किग्रा} \times \text{मीटर}^2 \times \text{सेकण्ड}^{-3} \times \text{ऐम्पियर}^{-1} \\ \therefore \text{विमा} = [ML^2T^{-3}A^{-1}]$$

important FACTS

स्थिर वैद्युत परिक्षण (Electrostatic Shielding)

★ किसी क्षेत्र को बाह्य वैद्युत क्षेत्र से परिरक्षित करने की प्रक्रिया को स्थिर वैद्युत परिरक्षण (electrostatic shielding) कहते हैं। स्थिर वैद्युत परिरक्षण की एक सरलतम विधि उस क्षेत्र को किसी बन्द चालक द्वारा पूर्णतः घेर देना है। बन्द चालक के अन्दर वैद्युत क्षेत्र सदैव शून्य रहता है। इस प्रक्रिया का प्रयोग वैद्युत क्षेत्र के प्रति अति संवेदनशील उपकरणों को वैद्युत क्षेत्र से सुरक्षित रखने के लिए करते हैं।

प्रश्न 2. इलेक्ट्रॉन-वोल्ट की परिभाषा दीजिए।

या **eV क्या है?** इसका मान जूल में ज्ञात कीजिए।

उत्तर— इलेक्ट्रॉन-वोल्ट—यह ऊर्जा का जूल की तुलना में बहुत छोटा मात्रक है। इसको इस प्रकार परिभाषित किया जाता है—

“1 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट (eV) वह ऊर्जा है जो कि 1 इलेक्ट्रॉन (आवेश $q = e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम) 1 वोल्ट विभवान्तर पर त्वरित होने पर प्राप्त करता है।”

यदि q कूलॉम आवेश से आवेशित कण ΔV विभवान्तर पर त्वरित होता है तो उसके द्वारा प्राप्त गतिज ऊर्जा $K = q \times \Delta V$

यहाँ $q = e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम तथा $V = 1$ वोल्ट

$$\therefore 1 \text{ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट ऊर्जा} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम} \times 1 \text{ वोल्ट} \\ = 1.6 \times 10^{-19} \text{ जूल}$$

इस प्रकार $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ जूल}$

प्रश्न 3. 1 MeV को जूल में व्यक्त कीजिए।

हल— $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ जूल} \\ = 1.6 \times 10^{-13} \text{ जूल}$

प्रश्न 4. क्या यह सम्भव है कि किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव शून्य हो, लेकिन वैद्युत क्षेत्र शून्य न हो? (NCERT)

उत्तर— हाँ। उदाहरण के लिए, वैद्युत द्विध्रुव की निरक्षीय स्थिति में।

प्रश्न 5. 1 सेमी त्रिज्या के गोले को 1 कूलॉम आवेश देने से गोले के पृष्ठ पर उत्पन्न विभव की गणना कीजिए। (2016)

हल— दिया है, $q = 1$ कूलॉम, $r = 1$ सेमी $= 10^{-2}$ मीटर

$$\therefore \text{गोले के पृष्ठ पर विभव, } V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} = 9 \times 10^9 \times \frac{1}{10^{-2}} \\ = 9 \times 10^{11} \text{ वोल्ट}$$

अतः गोले के पृष्ठ पर उत्पन्न विभव 9×10^{11} वोल्ट होगा।

प्रश्न 6. एक प्रोटॉन 500 वोल्ट के विभवान्तर से त्वरित किया जाता है। प्रोटॉन का वेग ज्ञात कीजिए। (2018)

हल— दिया है, आवेश, $q = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम, विभवान्तर, $V = 500$ वोल्ट

$$\therefore \text{प्रोटॉन की गतिज ऊर्जा, } K = V \times q = 500 \times 1.6 \times 10^{-19} \\ = 8.0 \times 10^{-17} \text{ जूल}$$

सूत्र $K = \frac{1}{2} mv^2$ से,

$$\text{अतः प्रोटॉन की चाल, } v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 8.0 \times 10^{-17}}{1.67 \times 10^{-27}}} \\ = 3.1 \times 10^5 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

प्रश्न 7. दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर 50 V है। एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक 2×10^{-5} कूलॉम आवेश को ले जाने पर कितना कार्य करना होगा? (2011, 12, 18)

हल— कार्य (W) = आवेश \times विभवान्तर $= 2 \times 10^{-5}$ कूलॉम \times 50 वोल्ट
 $= 10^{-3}$ जूल

प्रश्न 8. सम-विभव पृष्ठ से क्या तात्पर्य है? (2015, 17)

उत्तर— किसी वैद्युत क्षेत्र में खींचा गया वह पृष्ठ जिस पर स्थित सभी बिन्दुओं पर वैद्युत विभव बराबर हो, समविभव पृष्ठ कहलाता है।

प्रश्न 9. किसी समविभव पृष्ठ के दो बिन्दुओं के मध्य $800 \mu\text{C}$ आवेश को गति कराने में कितना कार्य होगा? (2013)

हल— समविभव पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर विभव का मान समान होता है। अतः पृष्ठ के किन्हीं भी दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर $\Delta V = 0$

अतः $q = 800 \mu\text{C} = 800 \times 10^{-6}$ कूलॉम को इन बिन्दुओं के बीच गति कराने में किया गया कार्य

$$W = q \times \Delta V \\ = (800 \times 10^{-6}) \times 0 = 0 \text{ (शून्य)} \quad [\because 1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{C}]$$

प्रश्न 10. सिद्ध कीजिए कि विद्युत बल रेखाएँ समविभव सतह के लम्बवत् होती हैं। (2018)

उत्तर— चूँकि समविभव पृष्ठ पर किसी बिन्दु आवेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने में किया गया कार्य शून्य होता है इसलिए विद्युत बल रेखाएँ समविभव पृष्ठ के लम्बवत् होती हैं।

प्रश्न 11. एक इलेक्ट्रॉन 500 वोल्ट के विभवान्तर से त्वरित किया जाता है। वह कितनी चाल प्राप्त कर लेगा? (2018)

हल— यहाँ $V = 500$ वोल्ट, $q = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम,
 $m = 9.1 \times 10^{-31}$ किग्रा

$$\therefore \frac{1}{2} mv^2 = q \times V$$

$$\therefore \text{इलेक्ट्रॉन का वेग, } v = \sqrt{\frac{2q \times V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 500}{9.1 \times 10^{-31}}} \\ = 4.193 \times 10^7 \text{ मी/से} = 4.2 \times 10^7 \text{ मी/से}$$

प्रश्न 12. संधारित्र किसे कहते हैं? (2014)

उत्तर— संधारित्र एक ऐसा समायोजन है जिसमें किसी चालक के आकार में परिवर्तन किये बिना उस पर आवेश की पर्याप्त मात्रा संचित की जा सकती है।

प्रश्न 13. संधारित्र की धारिता की परिभाषा लिखिए। (2014, 15)

उत्तर— किसी संधारित्र की धारिता, उसकी एक प्लेट को दिए गए आवेश तथा दोनों प्लेटों के बीच उत्पन्न विभवान्तर के अनुपात के बराबर होती है।

$$\text{अर्थात्} \quad \text{संधारित्र की धारिता } C = \frac{q}{V}$$

important FACTS

★ पृथ्वी की वैद्युत धारिता—

★ सामान्यतया पृथ्वी के वैद्युत विभव को शून्य माना जाता है, अतः पृथ्वी की वैद्युत धारिता $C = \frac{q}{V} = \frac{q}{0} = \infty$ इसका तात्पर्य यह है कि पृथ्वी की वैद्युत धारिता बहुत अधिक होती है; अतः पृथ्वी से कितना ही आवेश लेने पर अथवा कितना ही आवेश देने पर इसके वैद्युत विभव में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

★ यदि पृथ्वी की लगभग 6400 किलोमीटर त्रिज्या के विलगित गोलीय चालक मानें तब इसकी वैद्युत धारिता $C = 4\pi\epsilon_0 R$ के अनुसार लगभग 711 माइक्रोफैरड (μF) होगी।

प्रश्न 14. किसी परावैद्युत पदार्थ के वैद्युत ध्रुवण से क्या तात्पर्य है? (2019)

उत्तर— वैद्युत ध्रुवण—किसी परावैद्युत अथवा विद्युतरोधी को बाह्य वैद्युत क्षेत्र में रखने पर इसके धन व ऋण आवेशों के केन्द्र पृथक्-पृथक् हो जाते हैं, जिससे इनमें वैद्युत द्विध्रुव आघूर्ण प्रेरित हो जाते हैं। ऐसे परावैद्युत को ध्रुवित होना कहते हैं तथा इस घटना को वैद्युत ध्रुवण कहते हैं।

extrashots

★ बाह्य वैद्युत क्षेत्र में रखे किसी परावैद्युत पदार्थ के प्रति एकांक आयतन में उत्पन्न

द्विध्रुव-आघूर्ण को ध्रुवण सदिश (polarization vector) \vec{P} कहते हैं तथा इसके परिमाण को परावैद्युत ध्रुवण कहते हैं।

यदि l लम्बाई व A अनुप्रस्थ क्षेत्रफल वाले परावैद्युत पदार्थ की पट्टी को बाह्य वैद्युत क्षेत्र में रखने पर उसमें उत्पन्न वैद्युत द्विध्रुव-आघूर्ण \vec{p} हो तब

$$\text{परावैद्युत ध्रुवण } P = \frac{p}{Al} = \frac{q}{A} = \sigma_p$$

जहाँ σ_p ध्रुवण आवेश का पृष्ठ घनत्व है।

परावैद्युत ध्रुवण का S.I. मात्रक 'कूलॉम/मीटर²' होता है।

★ बाह्य वैद्युत क्षेत्र में चालक तथा परावैद्युत (अचालक) दोनों के बाहरी पृष्ठों पर आवेश प्रेरित हो जाता है, परन्तु इनमें मुख्य अन्तर यह है कि चालकों के पृष्ठों पर आवेश मुक्त आवेशों (मुक्त इलेक्ट्रॉनों) के कारण तथा परावैद्युत के पृष्ठों पर आवेश बद्ध आवेशों के कारण उत्पन्न होता है।

प्रश्न 15. संधारित्रों में परावैद्युत के उपयोग से धारिता क्यों बढ़ जाती है? (2010, 11)

या किसी संधारित्र की प्लेटों के बीच परावैद्युत पदार्थ भरने पर इसकी धारिता पर क्या प्रभाव पड़ता है? (2014)

उत्तर— संधारित्रों की प्लेटों के बीच परावैद्युत भरने से इसके अन्दर प्लेटों के बीच उपस्थित वैद्युत-क्षेत्र के विपरीत दिशा में एक आन्तरिक वैद्युत-क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है, जो इसकी सतह पर प्लेटों के विपरीत आवेश के प्रेरित होने से उत्पन्न होता है। अतः प्लेटों के बीच विभवान्तर घट जाता है, जिसके परिणामस्वरूप धारिता बढ़ जाती है।

प्रश्न 16. परावैद्युत सामर्थ्य एवं भंजक विभवान्तर को स्पष्ट कीजिए। (2013)

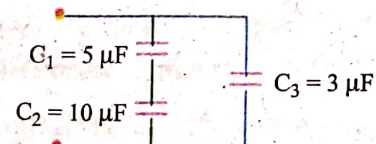
उत्तर— परावैद्युत सामर्थ्य—परावैद्युत पर आरोपित वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता का वह अधिकतम मान जिसको परावैद्युत बिना परावैद्युत भंजन के सहन कर सकता है, परावैद्युत की परावैद्युत सामर्थ्य कहलाती है।

भंजक विभवान्तर—किसी परावैद्युत पदार्थ के भंजक हुए बिना उसके दोनों सिरों के बीच लगाए गए वैद्युत विभवान्तर के अधिकतम मान को उस परावैद्युत का भंजक विभवान्तर कहते हैं।

प्रश्न 17. दो संधारित्र जिनकी धारिताएँ क्रमशः $20 \mu\text{F}$ तथा $30 \mu\text{F}$ हैं, श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। उनकी तुल्य धारिता ज्ञात कीजिए। (2011)

$$\text{हल—} \quad \frac{1}{C_s} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{12} \Rightarrow C_s = 12 \mu\text{F}$$

प्रश्न 18. चित्रानुसार संयोजन के समतुल्य संधारित्र की गणना कीजिए। (2018)



स्थिर वैद्युत विभव तथा धारिता

हल—दिया है, $C_1 = 5 \mu\text{F}$, $C_2 = 10 \mu\text{F}$ तथा $C_3 = 3 \mu\text{F}$
संधारित्र C_1 व C_2 श्रेणीक्रम में हैं। इनकी तुल्य धारिता

$$C = \frac{5 \times 10}{5 + 10} = \frac{50}{15} = 3.33 \mu\text{F}$$

अब C तथा C_3 समान्तर क्रम में हैं, तब तुल्य धारिता,

$$C' = C + C_3 = 3.33 + 3 = 6.33 \mu\text{F}$$

प्रश्न 19. एक $10 \mu\text{F}$ के संधारित्र का विभवान्तर 100 वोल्ट से 200 वोल्ट कर देने पर उसकी ऊर्जा में परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

(2011, 12, 14, 18)

हल—

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2) \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} (200^2 - 100^2) \\ &= 5 \times 10^{-6} \times 300 \times 100 = 15 \times 10^{-2} \\ &= 0.15 \text{ जूल} \end{aligned}$$

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. सिद्ध कीजिए कि निरक्षीय स्थिति में किसी बिन्दु पर वैद्युत-द्विध्रुव द्वारा वैद्युत-विभव शून्य होता है। (2010, 15, 16, 18)

उत्तर— वैद्युत-द्विध्रुव की निरक्षीय स्थिति में वैद्युत-विभव—माना वैद्युत-द्विध्रुव AB की लम्ब-अर्द्ध रेखा पर द्विध्रुव के मध्य-बिन्दु O से r मीटर की दूरी पर स्थित बिन्दु P वह बिन्दु है, जहाँ हमें वैद्युत-विभव ज्ञात करना है। अब बिन्दु P पर द्विध्रुव के आवेश $(+q)$ के कारण विभव,

$$V_1 = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \right) \left(\frac{q}{AP} \right)$$

तथा बिन्दु P पर द्विध्रुव के आवेश $(-q)$ के कारण विभव,

$$V_2 = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \right) \left(\frac{-q}{BP} \right) = - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \right) \left(\frac{q}{BP} \right)$$

P पर परिणामी विभव, $V = V_1 + V_2$

$$\therefore V = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \right) \frac{q}{AP} - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \right) \left(\frac{q}{BP} \right)$$

$$\text{अथवा } V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{1}{AP} - \frac{1}{BP} \right) = 0 \quad (\because BP = AP)$$

अतः वैद्युत-द्विध्रुव के कारण निरक्षीय रेखा (equatorial line) पर स्थित प्रत्येक बिन्दु पर वैद्युत-विभव शून्य होता है।

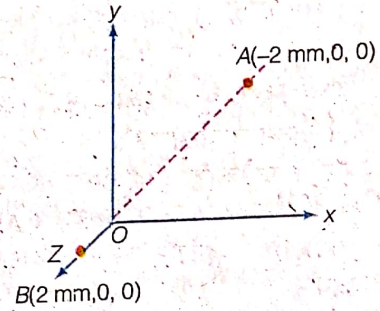
प्रश्न 2. किसी निकाय में दो आवेश $q_A = +1.5 \mu\text{C}$ तथा $q_B = -1.5 \mu\text{C}$ क्रमशः दो बिन्दुओं $A(-2\text{mm}, 0, 0)$ तथा $B(+2\text{mm}, 0, 0)$ पर स्थित हैं। इस निकाय के द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण तथा दिशा लिखिए। (2019)

हल— यहाँ बिन्दु A पर आवेश $q_A = +1.5 \mu\text{C} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ C}$
बिन्दु B पर आवेश, $q_B = -1.5 \mu\text{C} = -1.5 \times 10^{-6} \text{ C}$
निकाय का कुल आवेश, $q = q_A + q_B = (1.5 \times 10^{-6} - 1.5 \times 10^{-6})$
 $= 0$

दो आवेशों के बीच की दूरी, $d = AB = 2 - (-2) = 4 \text{ mm}$
 $= 4 \times 10^{-3} \text{ m}$

द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण, $P = \text{आवेश} \times d$

$$\begin{aligned} &= q_A \times d = 1.5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-3} \\ &= 6.0 \times 10^{-9} \text{ C-m} \\ &(\text{धनात्मक } z\text{-अक्ष की ओर}) \end{aligned}$$



अतः निकाय के द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण $6.0 \times 10^{-9} \text{ C-m}$ धन z -अक्ष की ओर है।

प्रश्न 3. एक α -कण की गतिज ऊर्जा 10^{-12} जूल है। यह सोने के नाभिक ($Z=79$) से प्रतिक्षेप प्रकीर्णन करता है। α -कण की नाभिक से निकटतम दूरी क्या होगी?

$$\text{दिया है } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ न्यूटन मी}^2 / \text{कूलॉम}^2 \quad (2019)$$

हल— दिया है, α -कण की गतिज ऊर्जा, $E_\alpha = 10^{-12}$ जूल
 α -कण पर आवेश, $q = 2e = 2 \times 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम
सोने के नाभिक पर आवेश, $Q = 79e = 79 \times 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

$$E_\alpha = qV_E = q \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{d} \Rightarrow d = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{E_\alpha}$$

$$\Rightarrow d = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 79 \times 1.6 \times 10^{-19}}{10^{-12}}$$

$$= 3640.32 \times 10^{-17} = 3.64 \times 10^{-14} \text{ मी}$$

अतः α -कण की नाभिक से निकटतम दूरी 3.64×10^{-14} मी होगी।

प्रश्न 4. किसी वैद्युत द्विध्रुव को एकसमान विद्युत क्षेत्र में संतुलन की स्थिति से θ कोण घुमाने में किये गये कार्य का सूत्र प्राप्त कीजिए। (2017)

हल— माना p वैद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण का एक वैद्युत-द्विध्रुव, किसी एकसमान वैद्युत क्षेत्र E में रखा है तथा वैद्युत द्विध्रुव को वैद्युत क्षेत्र के भीतर घुमाया जा रहा है। माना किसी क्षण वैद्युत-द्विध्रुव आघूर्ण p की दिशा क्षेत्र की दिशा से α कोण बनाती है, तब वैद्युत-द्विध्रुव पर वैद्युत-क्षेत्र के कारण कार्य करने वाले बल-युग्म का आघूर्ण $\tau = pE \sin \alpha$ । वैद्युत-द्विध्रुव को इस स्थिति से आगे अल्पांश कोण $d\alpha$ द्वारा घुमाने में वैद्युत-क्षेत्र के विरुद्ध कृत कार्य,

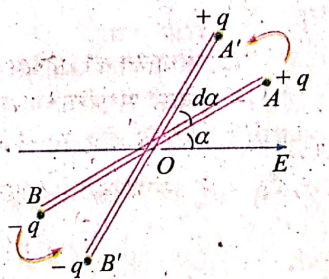
$$dW = \text{बल-युग्म का आघूर्ण} \times \text{कोणीय विस्थापन}$$

$$= \tau \times d\alpha = pE \sin \alpha \times d\alpha$$

अतः वैद्युत-द्विध्रुव को प्रारम्भिक स्थिति $\alpha = \theta_1$, से अन्तिम स्थिति $\alpha = \theta_2$ तक घुमाने में कृत कार्य,

$$\begin{aligned} W &= \int_{\alpha=\theta_1}^{\alpha=\theta_2} pE \sin \alpha \, d\alpha = pE \int_{\alpha=\theta_1}^{\alpha=\theta_2} \sin \alpha \, d\alpha \\ &= pE [-\cos \alpha]_{\alpha=\theta_1}^{\alpha=\theta_2} = -pE [\cos \theta_2 - \cos \theta_1] \end{aligned}$$

$$\text{अतः } W = pE [\cos \theta_1 - \cos \theta_2]$$



यदि प्रारम्भ में वैद्युत-द्विध्रुव बाह्य क्षेत्र की दिशा में अनुरेखित है अर्थात् $\theta_1 = 0^\circ$, तब वैद्युत-द्विध्रुव को θ कोण से घुमाने में कृत कार्य

$$W = pE(\cos 0^\circ - \cos \theta) \quad [\because \theta_2 = \theta]$$

अतः $W = pE(1 - \cos \theta)$

प्रश्न 5. एक परिवर्ती संधारित्र को 200 वोल्ट की बैटरी से जोड़ा गया है। यदि संधारित्र की धारिता $10 \mu\text{F}$ से बदलकर $2 \mu\text{F}$ कर दी जाये, तो ऊर्जा में परिवर्तन ज्ञात कीजिए। (2019)

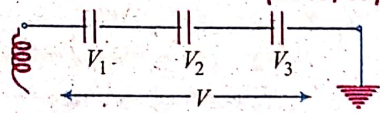
उत्तर— यहाँ, $V = 200$ वोल्ट, $C_1 = 10 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$

\therefore ऊर्जा में परिवर्तन, $\Delta U = \frac{1}{2} V(C_1 - C_2)$

$$= \frac{1}{2} \times 200(10 - 2) = 100 \times 8 = 800 \text{ जूल}$$

प्रश्न 6. तीन संधारित्र C_1 , C_2 और C_3 श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। इनकी समतुल्य धारिता का व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2015, 17)

हल— माना कि संधारित्रों की प्लेटों के बीच विभवान्तर क्रमशः V_1 , V_2 तथा V_3 हैं।



तब

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, V_2 = \frac{q}{C_2}, V_3 = \frac{q}{C_3}$$

[यहाँ q संधारित्रों की प्लेटों के बीच आवेश है।]

\therefore कुल विभवान्तर $V = V_1 + V_2 + V_3$

$$= \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} \quad \dots(1)$$

यदि 'C' तुल्य धारिता हो तब समी० (1) से,

$$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

यहाँ, C_1 , C_2 तथा C_3 श्रेणीक्रम में जुड़ी तीनों संधारित्रों की अलग-अलग धारिताएँ हैं।

प्रश्न 7. 9 pF धारिता वाले तीन संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है।

(a) संयोजन की कुल धारिता क्या है?

(b) यदि संयोजन को 120 V के संभरण (सप्लाय) से जोड़ दिया जाए, तो प्रत्येक संधारित्र पर क्या विभवान्तर होगा? (NCERT)

हल— तीनों संधारित्रों में प्रत्येक की धारिता 9 pF है।

अर्थात् $C_1 = C_2 = C_3 = 9 \text{ pF}$; संभरण वोल्टता $V = 120$ वोल्ट

(a) यदि इनके श्रेणी संयोजन की कुल धारिता C_s हो

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{9 \text{ pF}} + \frac{1}{9 \text{ pF}} + \frac{1}{9 \text{ pF}} = \frac{1}{3 \text{ pF}}$$

$$\Rightarrow C_s = 3 \text{ pF}$$

(b) संधारित्रों के श्रेणी संयोजन पर कुल आवेश $Q = C_s V$,

$$V = 3 \text{ pF} \times 120 \text{ वोल्ट}$$

श्रेणी संयोजन में प्रत्येक पर आवेश Q समान होगा। चूँकि प्रत्येक की धारिता भी समान है, अतः प्रत्येक संधारित्र का विभवान्तर भी समान होगा।

$$V_1 = V_2 = V_3 = \frac{Q}{C_1} = \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_3}$$

$$= \frac{3 \text{ pF} \times 120 \text{ वोल्ट}}{9 \text{ pF}} = 40 \text{ वोल्ट}$$

प्रश्न 8. एक समांतर प्लेट संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल 100 सेमी^2 है तथा दोनों प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र की तीव्रता 100 न्यूटन/कूलॉम है। प्लेट पर कितना आवेश है? निर्वात की विद्युतशीलता $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ कूलॉम}^2/\text{न्यूटन-मी}^2$ । (2019)

हल— प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल, $A = 100 \text{ सेमी}^2$

$$= 100 \times 10^{-4} \text{ मी}^2$$

प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र की तीव्रता, $E = 100 \text{ न्यूटन/कूलॉम}$

समांतर प्लेट संधारित्र की धारिता, $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

यहाँ, d प्लेटों के बीच की दूरी है।

संधारित्र की प्रत्येक प्लेट पर आवेश, $q = CV = \frac{\epsilon_0 A}{d} \cdot V$

परन्तु $\frac{V}{d} = E$ प्लेटों के बीच वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता है।

$$\therefore q = \epsilon_0 A E = (8.85 \times 10^{-12}) \times (100 \times 10^{-4}) \times 100$$

$$= 8.85 \times 10^{-12} \text{ कूलॉम}$$

प्रश्न 9. एक समतल वृत्ताकार कुण्डली में 100 फेरे हैं तथा उसकी त्रिज्या 3.0 सेमी है। इस कुण्डली में 2.0 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित की जाती है। कुण्डली के अक्ष पर स्थित, कुण्डली के केन्द्र से 4.0 सेमी दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की गणना कीजिए। (2018)

हल— दिया है, कुण्डली में फेरों की संख्या, $N = 100$, कुण्डली की त्रिज्या, $R = 3.0 \text{ सेमी} = 3.0 \times 10^{-2} \text{ मी}$, धारा, $i = 2.0$ ऐम्पियर, कुण्डली के केन्द्र से अक्ष की दूरी, $(x) = 4.0 \text{ सेमी} = 4.0 \times 10^{-2} \text{ मी}$, $B = ?$

वृत्ताकार धारावाही कुण्डली की अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता,

$$B = \frac{\mu_0 N i R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

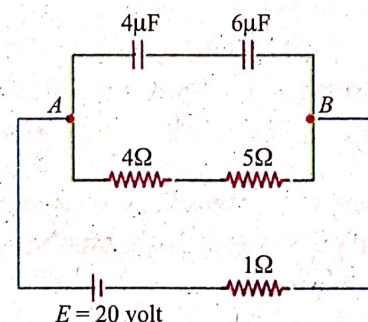
$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7}) \times 100 \times 2 \times (3.0 \times 10^{-2})^2}{2[(3.0 \times 10^{-2})^2 + (4.0 \times 10^{-2})^2]^{3/2}}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 200 \times 9 \times 10^{-4}}{2 \times 125 \times 10^{-6}}$$

$$= \frac{4 \times 3.14 \times 1800 \times 10^{-11}}{250 \times 10^{-6}}$$

$$= 9.04 \times 10^{-4} \text{ न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर}$$

प्रश्न 10. दिए गए परिपथ में दोनों संधारित्रों पर संचित आवेशों की गणना कीजिए। (2014, 19)



हल— स्थायी अवस्था में, परिपथ में धारा

$$i = \frac{V}{R + r} = \frac{20}{4 + 5 + 1} = 2 \text{ A}$$

स्थिर वैद्युत विभव तथा धारिता

A व B के बीच विभवान्तर

$$V = iR = 2 \times (4+5) = 18V$$

A व B के बीच तुल्य धारिता

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4 \times 6}{4+6} = 2.4 \mu F$$

प्रत्येक संधारित्र पर संचित आवेश $q = CV = 2.4 \times 18$

$$= 43.2 \mu F$$

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. किसी वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता तथा विभव-प्रवणता के बीच सम्बन्ध स्थापित कीजिए। (2011)

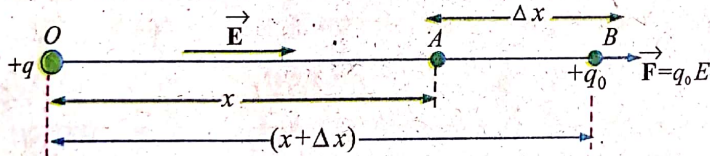
या विभव-प्रवणता से क्या तात्पर्य है ? विभव-प्रवणता एवं विद्युत-क्षेत्र की तीव्रता के मध्य सम्बन्ध स्थापित कीजिए। (2012)

या विभव-प्रवणता से आप क्या समझते हैं ? (2018)

उत्तर— माना बिन्दु O पर स्थित $+q$ आवेश के वैद्युत-क्षेत्र में, जिसकी

तीव्रता \vec{E} है, O से क्रमशः x तथा $(x + \Delta x)$ दूरी पर X-अक्ष की धनात्मक दिशा में स्थित बिन्दु A तथा बिन्दु B हैं। यदि एक परीक्षण धनावेश $+q_0$ बिन्दु B पर रख दिया जाये तो इस आवेश पर इस वैद्युत-क्षेत्र के कारण लगने वाला वैद्युत बल $F = q_0 E$ होगा। इस बल की दिशा \vec{E} की दिशा में अर्थात् X-अक्ष की धनात्मक दिशा में होगी। अतः $+q_0$ आवेश को बिन्दु B से बिन्दु A तक बल \vec{E} के विरुद्ध ले जाया गया है। बिन्दु A, बिन्दु O से x दूरी पर स्थित है,

अतः इस प्रक्रिया में बाह्य कर्ता को बल \vec{F} के विरुद्ध कार्य करना पड़ेगा। अतः यदि यह कार्य ΔW हो तो



$$\Delta W = \text{बल} \times \text{विस्थापन} = F \times BA = (q_0 E) \times (-\Delta x)$$

$$\text{अथवा} \quad \frac{\Delta W}{q_0} = -E \times \Delta x \quad \dots (1)$$

यदि A तथा B के बीच विभवान्तर ΔV हो, तो विभवान्तर की परिभाषा से,

$$\frac{\Delta W}{q_0} = A \text{ तथा } B \text{ के बीच विभवान्तर} = \Delta V$$

$$\therefore \Delta V = -E \times \Delta x$$

$$\text{अथवा} \quad E = -\left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right) = -(\text{विभव-प्रवणता}) \quad \dots (2)$$

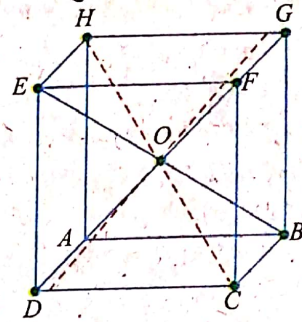
राशि $\Delta V/\Delta x$, दूरी के साथ विभव-परिवर्तन की दर है तथा इसे ही विभव-प्रवणता कहते हैं।

अतः किसी वैद्युत-क्षेत्र में किसी बिन्दु पर किसी दिशा में वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता उस दिशा में क्षेत्र की ऋणात्मक विभव-प्रवणता के बराबर होती है।

प्राप्त समीकरण (2) में ऋणात्मक चिह्न यह दर्शाता है कि वैद्युत-क्षेत्र की दिशा में विभव घटता है तथा वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता की दिशा विभव-प्रवणता की दिशा के विपरीत होती है।

प्रश्न 2. b भुजा वाले एक घन के प्रत्येक शीर्ष पर q आवेश है। इस आवेश विन्यास के कारण घन के केन्द्र पर विद्युत विभव तथा विद्युत-क्षेत्र ज्ञात कीजिए। (NCERT)

हल— चित्र में घन की भुजा $= b$



$$\therefore \text{घन का प्रत्येक विकर्ण} = \sqrt{b^2 + b^2 + b^2} = b\sqrt{3}$$

घन के प्रत्येक शीर्ष पर स्थित आवेश $= q$ तथा प्रत्येक आवेश की घन के केन्द्र O (चारों विकर्णों AF, EB, CH तथा GD का छेदन बिन्दु, जो इनका मध्य बिन्दु होता है) से दूरी

$$r = \frac{\text{विकर्ण}}{2} = \frac{b\sqrt{3}}{2}$$

अतः प्रत्येक शीर्ष पर स्थित आवेश के कारण O पर विभव समान होगा। अतः O पर परिणामी विभव

$$\begin{aligned} V &= 8 \times \text{एक शीर्ष पर स्थित आवेश के कारण विभव} \\ &= 8 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r} \right) = 8 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{b\sqrt{3}/2} \right) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{16q}{b\sqrt{3}} \right) = \frac{4q}{\pi\epsilon_0 b\sqrt{3}} \end{aligned}$$

चूँकि प्रत्येक विकर्ण के शीर्ष पर समान परिमाण तथा समान प्रकृति के आवेश स्थित हैं, अतः इनके कारण O पर तीव्रता परिमाण में बराबर तथा दिशा में विपरीत होगी। अर्थात् ये एक-दूसरे को निरस्त कर देंगी। अतः O पर परिणामी तीव्रता शून्य होगी।

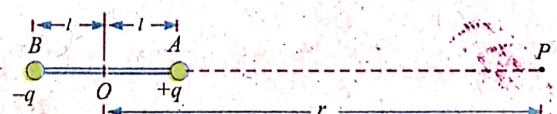
प्रश्न 3. किसी वैद्युत-द्विध्रुव के अक्ष (अनुदैर्घ्य स्थिति) पर स्थित किसी बिन्दु पर वैद्युत-विभव का सूत्र स्थापित कीजिए। (2011, 17)

या वैद्युत-द्विध्रुव को परिभाषित कीजिए। किसी वैद्युत-द्विध्रुव की अक्षीय स्थिति में किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव का सूत्र स्थापित कीजिए। (2012, 14, 15, 16, 18)

उत्तर— वैद्युत-द्विध्रुव— कम दूरी पर स्थित दो बराबर तथा विपरीत आवेशों के निकाय को वैद्युत-द्विध्रुव कहते हैं।

वैद्युत-द्विध्रुव के अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु पर वैद्युत-विभव— माना K परावैद्युतांक वाले माध्यम में एक वैद्युत-द्विध्रुव AB रखा है। द्विध्रुव $+q$ व $-q$ कूलॉम के आवेशों से बना है जिनके बीच की दूरी $2l$ है। द्विध्रुव के मध्य बिन्दु O से r मीटर की दूरी पर इसकी अक्षीय स्थिति में बिन्दु P पर वैद्युत-विभव ज्ञात करना है। चित्र से स्पष्ट है कि बिन्दु P की आवेश $+q$ से दूरी $(r - l)$ तथा $-q$ से $(r + l)$ है।

आवेश $+q$ के कारण P पर विभव,



$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{q}{(r - l)} \right]$$

$$\text{तथा आवेश } -q \text{ के कारण P पर विभव, } V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{-q}{(r + l)} \right]$$

चूँकि वैद्युत-विभव एक अदिश राशि है; अतः P पर परिणामी विभव
 $V = V_1 + V_2$

$$\therefore V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{1}{(r-l)} - \frac{1}{(r+l)} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left\{ \frac{q \times 2l}{(r^2 - l^2)} \right\} \text{ वोल्ट}$$

परन्तु $q \times 2l = p$ (वैद्युत-द्विध्रुव का आघूर्ण) है,

$$\text{अतः} \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left\{ \frac{p}{(r^2 - l^2)} \right\}$$

यदि $l \ll r$ हो तो l^2 को r^2 की तुलना में नगण्य माना जा सकता है।

$$\text{अतः} \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{p}{r^2} \right) \text{ वोल्ट}$$

यदि माध्यम निर्वात (अथवा वायु) हो, तो $K = 1$

$$\text{अतः} \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{p}{r^2} \right) \text{ वोल्ट}$$

प्रश्न 4. यदि H_2 अणु के दो में से एक इलेक्ट्रॉन को हटा दिया जाए तो हमें हाइड्रोजन आयनिक आयन (H_2^+) प्राप्त होगा। (H_2^+) की निम्नतम अवस्था (ground state) में दो प्रोटॉन के बीच दूरी लगभग 1.5 \AA है और इलेक्ट्रॉन प्रत्येक प्रोटॉन से लगभग 1 \AA की दूरी पर है। निकाय की स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए। स्थितिज ऊर्जा की शून्य स्थिति के चयन का उल्लेख कीजिए। (NCERT)

हल — स्थितिज ऊर्जा की शून्य स्थिति अनन्त पर मानते हुए दिए गए वैद्युत निकाय (जिसमें चित्र के अनुसार दो प्रोटॉन एवं एक इलेक्ट्रॉन है) की स्थितिज ऊर्जा

$$U = U_{e,e} + U_{e,-e} + U_{-e,e}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{e \times e}{AB} \right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{e \times -e}{BC} \right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-e \times e}{AC} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) e^2 \left[\frac{1}{AB} - \frac{1}{BC} - \frac{1}{AC} \right]$$

$$= (9 \times 10^9) (16 \times 10^{-19})^2 \times \left[\frac{1}{15 \times 10^{-10}} - \frac{1}{1 \times 10^{-10}} - \frac{1}{1 \times 10^{-10}} \right] \text{ जूल}$$

$$= (9 \times 10^9) \times (2.56 \times 10^{-38}) \left[\frac{2}{3} - 1 - 1 \right] \times 10^{10} \text{ जूल}$$

$$= 9 \times 2.56 \times \left[-\left(\frac{4}{3} \right) \right] \times 10^{-19} \text{ जूल}$$

$$= -3 \times 2.56 \times 4 \times 10^{-19} \text{ जूल} = -30.72 \times 10^{-19} \text{ जूल}$$

$$= [(-30.72 \times 10^{-19}) \div (16 \times 10^{-19})] \text{ eV} = -19.2 \text{ eV}$$

प्रश्न 5. किसी आवेशित चालक की स्थितिज ऊर्जा के लिए व्यंजक

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \text{ अथवा } \frac{1}{2} \left(\frac{q^2}{C} \right) \text{ प्राप्त कीजिए, जहाँ } C \text{ चालक की}$$

धारिता, q चालक पर आवेश तथा V उसका विभव है। (2011, 16)

या सिद्ध कीजिए कि $E = \frac{1}{2} \left(\frac{q^2}{C} \right)$, जहाँ E आवेशित चालक की

ऊर्जा, q चालक पर आवेश तथा C उसकी धारिता है।

या सिद्ध कीजिए कि आवेशित संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा $U = \frac{1}{2} CV^2$ होती है। (2017)

उत्तर — आवेशित चालक की स्थितिज ऊर्जा — किसी चालक को आवेशित करने में किया गया कार्य उसमें वैद्युत-स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।

चूँकि प्रारम्भ में चालक पर आवेश शून्य है; अतः चालक तल पर विभव भी शून्य होगा। जैसे-जैसे चालक को आवेश दिया जाता है, उसका विभव वैसे-वैसे बढ़ता जाता है, क्योंकि चालक का विभव उस पर उपस्थित आवेश के अनुक्रमानुपाती होता है।

माना चालक को कुल आवेश q कूलॉम देने पर उसका विभव V वोल्ट (बैटरी के विभव के बराबर) हो जाता है। हम यह मान सकते हैं कि चालक को आवेश देते समय उसका औसत विभव $(0 + V) / 2 = V/2$ रहा; अतः चालक को आवेशित करने में किया गया कुल कार्य,

$$W = \text{आवेश} \times \text{औसत विभव} = q \times \left(\frac{V}{2} \right) = \frac{1}{2} qV \text{ जूल}$$

यही कार्य आवेशित चालक के पृष्ठ पर स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित रहता है।

अतः चालक की स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2} qV = \frac{1}{2} (CV) \times V \quad (\because q = CV)$$

$$\text{अर्थात्} \quad U = \frac{1}{2} CV^2 \text{ अथवा } U = \frac{1}{2} \left(\frac{q^2}{C} \right) \quad (\because V = \frac{q}{C})$$

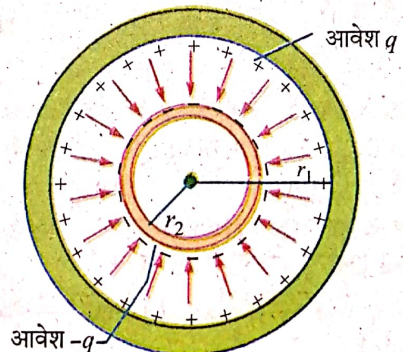
यदि q कूलॉम में, V वोल्ट में तथा C फैरड में हों, तो ऊर्जा U जूल में प्राप्त होगी।

important FACTS

- ★ सजातीय आवेशों को परस्पर निकट लाने में वैद्युत प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध बाह्य स्रोत द्वारा कार्य किया जाता है। अतः निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा बढ़ जाती है।
- ★ विजातीय आवेशों को परस्पर निकट लाने में वैद्युत आकर्षण बल स्वयं कार्य करता है। अतः निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा घट जाती है।

प्रश्न 6. चित्र में दो संकेन्द्रीय गोलीय चालकों जिनको उपयुक्त विद्युतरधी आलम्बों से उनकी स्थिति में रोका गया है, से मिलकर एक गोलीय संधारित्र बना है। दर्शाइए कि गोलीय संधारित्र की धारिता C इस प्रकार व्यक्त की जाती है : $C = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2}{r_1 - r_2}$

या पृथक्कृत गोलीय चालक जो परावैद्युतांक K वाले माध्यम में स्थित हैं, इसके लिए धारिता के सूत्र का निगमन कीजिए। (2019)



यहाँ r_1 और r_2 क्रमशः बाहरी तथा भीतरी गोलों की त्रिज्याएँ हैं।

(NCERT)

उत्तर— गोलीय अथवा गोलाकार संधारित्र की धारिता (Capacitance of Spherical Capacitor) का व्यंजक—माना गोलीय संधारित्र धातु के दो संकेन्द्रीय खोखले गोलों A व B का बना है, जो एक-दूसरे को कहीं भी स्पर्श नहीं करते। जब गोले A को $-q$ आवेश दिया जाता है तो प्रेरण द्वारा गोले B पर $+q$ आवेश उत्पन्न हो जाता है। चूँकि गोले B का बाहरी तल पृथ्वी से जुड़ा है; अतः गोले B के बाहरी तल पर उत्पन्न $-q$ आवेश पृथ्वी से आने वाले इलेक्ट्रॉनों से निरावेशित हो जाता है। इस प्रकार गोले B के आन्तरिक पृष्ठ पर $+q$ आवेश रह जाता है। माना गोले A की त्रिज्या r_2 तथा गोले B की त्रिज्या r_1 है।

गोले A पर $-q$ आवेश के कारण विभव,

$$V_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_2}$$

चूँकि गोले के भीतर प्रत्येक बिन्दु पर वही विभव होता है जो कि उसके पृष्ठ पर होता है।

अतः गोले B के अन्दर, $+q$ आवेश के कारण विभव,

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_1}$$

चूँकि विभव अदिश राशि है; अतः गोले A पर परिणामी विभव,

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_2} \\ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right)$$

गोला B पृथ्वी से जुड़ा होने के कारण इस पर विभव शून्य है। अतः गोले A व B के बीच विभवान्तर;

$$V = 0 - \left[-\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right) \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right)$$

अथवा $\frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2} \right)$

संधारित्र की धारिता के सूत्र $C = \frac{q}{V}$ से,

$$C = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2} \right)$$

अतः गोलीय संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2}{(r_1 - r_2)}$$

यदि गोलों के बीच का स्थान K परावैद्युतांक वाले माध्यम द्वारा भरा है तो ϵ_0 के स्थान पर $\epsilon_0 K$ रखने पर अभीष्ट धारिता $C = \frac{4\pi\epsilon_0 K r_1 r_2}{r_1 - r_2}$ होगी।

प्रश्न 7. संधारित्र के ऊर्जा घनत्व से क्या तात्पर्य है? प्रदर्शित कीजिए कि एकांक आयतन में किसी समानान्तर प्लेट संधारित्र में संचित ऊर्जा $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ है, जहाँ प्रतीकों का सामान्य अर्थ है। (2011, 15, 17)

उत्तर— आवेशित संधारित्र की ऊर्जा उसकी प्लेटों के बीच स्थित माध्यम में निहित रहती है। संधारित्र की प्लेटों द्वारा घेरे गये माध्यम के एकांक आयतन में निहित ऊर्जा को संधारित्र का ऊर्जा घनत्व कहते हैं।

अतः संधारित्र का ऊर्जा घनत्व

$$u = \frac{\text{आवेशित संधारित्र की कुल ऊर्जा}}{\text{संधारित्र की प्लेटों द्वारा घेरा गया आयतन}} = \frac{U}{v}$$

परन्तु

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad \text{तथा} \quad v = A \times d$$

जहाँ C = संधारित्र की धारिता, V = इसकी प्लेटों के बीच विभवान्तर, A = संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल तथा d = प्लेटों के बीच की दूरी

$$\therefore \text{संधारित्र का ऊर्जा घनत्व } u = \frac{\frac{1}{2} CV^2}{A \times d}$$

परन्तु

$$C = \epsilon_0 KA/d \quad (\text{जहाँ } K = \text{माध्यम का परावैद्युतांक})$$

$$\text{अतः} \quad u = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 KA}{d} \right) V^2}{A \times d} = \frac{1}{2} \left(\frac{K \epsilon_0 V^2}{d^2} \right) \quad \dots (1)$$

परन्तु संधारित्र की प्लेटों के बीच वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता $E = V/d$ अथवा $V = E \times d$

$$\text{यह मान समी० (1) में रखने पर, } u = \frac{1}{2} \left[\frac{\epsilon_0 K (E \times d)^2}{d^2} \right]$$

$$\text{अर्थात्} \quad \text{ऊर्जा घनत्व } u = \frac{1}{2} \epsilon_0 K E^2 \text{ जूल/मीटर}^3 \quad \dots (2)$$

यदि संधारित्र की प्लेटों के बीच वायु अथवा निर्वात हो, तो $K = 1$

$$\therefore \text{ऊर्जा घनत्व } u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \text{ जूल/मीटर}^3 \quad \dots (3)$$

प्रश्न 8. दो आवेशित चालकों को एक तार द्वारा जोड़ने पर ऊर्जा की हानि के व्यंजक को प्राप्त कीजिए। (2019)

हल— ऊर्जा की हानि के लिए व्यंजक :

$$\text{चालकों की प्रारम्भिक वैद्युत स्थितिज ऊर्जाएँ, } U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2$$

$$\text{तथा} \quad U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2$$

चालकों को परस्पर जोड़ने के बाद उनकी वैद्युत स्थितिज ऊर्जाएँ,

$$U'_1 = \frac{1}{2} C_1 V'^2 \quad \text{तथा} \quad U'_2 = \frac{1}{2} C_2 V'^2$$

$$\therefore V = \frac{\text{कुल आवेश}}{\text{कुल धारिता}} = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \quad \dots (1)$$

चालकों को परस्पर जोड़ने पर ऊर्जा हास = चालकों को जोड़ने से पूर्व कुल वैद्युत स्थितिज ऊर्जा - चालकों को जोड़ने के बाद कुल वैद्युत स्थितिज ऊर्जा

$$\Delta U = \left(\frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \right) - \left(\frac{1}{2} C_1 V'^2 + \frac{1}{2} C_2 V'^2 \right) \\ = \frac{1}{2} [C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2 - (C_1 + C_2) V'^2]$$

समीकरण (1) से V का मान रखने पर,

$$\Delta U = \frac{1}{2} \left[C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2 - (C_1 + C_2) \left(\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \right)^2 \right] \\ = \frac{1}{2} \left[\frac{(C_1 + C_2)(C_1 V_1^2 + C_2 V_2^2) - (C_1 V_1 + C_2 V_2)^2}{(C_1 + C_2)} \right] \\ = \frac{1}{2} \left[\frac{(C_1^2 V_1^2 + C_1 C_2 V_1^2 + C_1 C_2 V_2^2 + C_2^2 V_2^2) - (C_1^2 V_1^2 + C_2^2 V_2^2 + 2C_1 C_2 V_1 V_2)}{(C_1 + C_2)} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2 (V_1^2 + V_2^2 - 2V_1 V_2)}{(C_1 + C_2)}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} (V_1 - V_2)^2 \quad \dots (3)$$

चालकों को जोड़ने वाले चालक तार में आवेश प्रवाह के कारण ऊर्जा का यह हास मुख्यतः ऊष्मा के रूप में होता है।

प्रश्न 9. 200 V संभरण (सप्लाय) से एक 600 pF से संधारित्र को आवेशित किया जाता है। फिर इसको संभरण से वियोजित कर देते हैं तथा एक अन्य 600 pF वाले अनावेशित संधारित्र से जोड़ देते हैं। इस प्रक्रिया में कितनी ऊर्जा का हास होता है? (NCERT)

हल— दिया है, धारिताएँ $C_1 = 600 \times 10^{-12} \text{ F}$,
 $C_2 = 600 \times 10^{-12} \text{ F}$
 विभवान्तर $V_1 = 200 \text{ V}$, $V_2 = 0 \text{ V}$

प्रक्रिया में ऊर्जा का हास $\Delta U = ?$

\therefore आवेश के बाद संभरण को हटा दिया जाता है; अतः निकाय पर कुल आवेश नियत रहेगा।

माना संधारित्रों को जोड़ने पर उनका उभयनिष्ठ विभव V है,

$$q = C_1 V_1 + C_2 V_2 = (C_1 + C_2) V$$

$$\Rightarrow 600 \times 10^{-12} \times 200 + 0 = [600 + 600] \times 10^{-12} \times V$$

$$\therefore V = \frac{600 \times 200}{1200} = 100 \text{ वोल्ट}$$

\therefore निकाय की प्रारम्भिक ऊर्जा,

$$U = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 = \frac{1}{2} \times 600 \times 10^{-12} \times (200)^2 + 0$$

$$= 12 \times 10^{-6} \text{ जूल}$$

$$\text{अन्तिम ऊर्जा } U' = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V^2$$

$$= \frac{1}{2} [600 \times 10^{-12} + 600 \times 10^{-12}] \times (100)^2$$

$$= 6 \times 10^{-6} \text{ जूल}$$

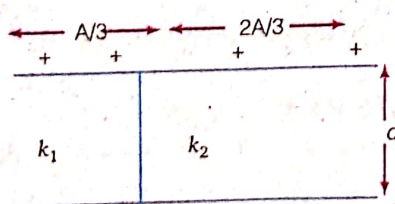
$$\therefore \text{ऊर्जा का हास } \Delta U = U - U' = 12 \times 10^{-6} - 6 \times 10^{-6} = 6 \times 10^{-6} \text{ जूल}$$

$$\text{अन्य विधि : ऊर्जा का हास } \Delta U = \frac{1}{2} \times \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} (V_1 - V_2)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{600 \times 10^{-12} \times 600 \times 10^{-12}}{[600 + 600] \times 10^{-12}} (200 - 0)^2$$

$$= 6 \times 10^{-6} \text{ जूल}$$

प्रश्न 10. एक समांतर प्लेट संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A तथा उनके बीच की दूरी d है। चित्र के अनुसार प्लेटों के बीच k_1 तथा k_2 परावैद्युतांक के गुटके रखे हैं। संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए। (2019)



हल— दिया है, समांतर प्लेट संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A तथा दोनों प्लेटों के बीच की दूरी d है। यदि धारिताएँ क्रमशः C_1 व C_2 हैं, तो

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{k_1 \frac{A}{3}}{d} = \epsilon_0 \frac{k_1 A}{3d} \quad \text{तथा} \quad C_2 = \epsilon_0 \frac{k_2 \frac{2A}{3}}{d} = \epsilon_0 \frac{2k_2 A}{3d}$$

माना तुल्य धारिता C है, तब

$$C = C_1 + C_2$$

$$= \epsilon_0 \frac{k_1 A}{3d} + \epsilon_0 \frac{2k_2 A}{3d}$$

$$= \frac{\epsilon_0 \cdot A}{3d} (k_1 + 2k_2)$$

(\therefore दोनों संधारित्र समान्तर क्रम में हैं।)

प्रश्न 11. निम्न का उत्तर दीजिए :

(a) पृथ्वी के पृष्ठ के सापेक्ष वायुमण्डल की ऊपर परत लगभग 400 kV पर है, जिसके संगत विद्युत-क्षेत्र ऊँचाई बढ़ने के साथ कम होता है। पृथ्वी के पृष्ठ के सापेक्ष विद्युत-क्षेत्र लगभग 100 Vm^{-1} है। तब फिर जब हम घर से बाहर खुले में जाते हैं तो हमें विद्युत आघात क्यों नहीं लगता? (घर को लोहे का पिंजरा मान लीजिए; अतः उसके अन्दर कोई विद्युत-क्षेत्र नहीं है।) (NCERT)

(b) एक व्यक्ति शाम के समय अपने घर के बाहर 2m ऊँचा अवरोधी पट्ट रखता है जिसके शिखर पर एक 1m^2 क्षेत्रफल की बड़ी ऐलुमिनियम की चादर है। अगली सुबह वह यदि धातु की चादर को छूता है तो क्या उसे विद्युत आघात लगेगा? (NCERT)

(c) तड़ित के दौरान वातावरण की विद्युत ऊर्जा, ऊर्जा के किन रूपों में क्षयित होती है? (NCERT)

[संकेत : पृष्ठ आवेश घनत्व $= 10^{-9} \text{ Cm}^{-2}$ के अनुरूप पृथ्वी के (पृष्ठ) पर नीचे की दिशा में लगभग 100 Vm^{-1} का विद्युत क्षेत्र होता है। लगभग 50 km ऊँचाई तक (जिसके बाहर यह अच्छा चालक है) वातावरण की थोड़ी सी चालकता के कारण लगभग $+1800 \text{ C}$ का आवेश प्रति सेकण्ड समग्र रूप से पृथ्वी में पंप होता रहता है। तथापि, पृथ्वी निरावेशित नहीं होती, क्योंकि संसार में हर समय लगातार तड़ित तथा तड़ित-झंझा होती रहती है, जो समान मात्रा में ऋणावेश पृथ्वी में पंप कर देती है।]

उत्तर— (a) हमारा शरीर तथा पृथ्वी के समान विभव पर रहने के कारण हमारे शरीर से होकर कोई विद्युत धारा प्रवाहित नहीं होती इसीलिए हमें कोई विद्युत आघात नहीं लगता।

(b) हाँ, पृथ्वी तथा ऐलुमिनियम की चादर मिलकर एक संधारित्र बनाती है तथा अवरोधी पट्ट परावैद्युत का कार्य करता है। ऐलुमिनियम की चादर वायुमण्डलीय आवेश के लगातार गिरते रहने से आवेशित होती रहती है और उच्च विभव प्राप्त कर लेती है; अतः जब व्यक्ति इस चादर को छूता है तो उसके शरीर से होकर एक विद्युत धारा प्रवाहित होती है और इस कारण उस व्यक्ति को विद्युत आघात लगेगा।

(c) तड़ित के दौरान वातावरण की विद्युत ऊर्जा, प्रकाश ऊर्जा, ध्वनि ऊर्जा तथा ऊष्मीय ऊर्जा के रूप में क्षयित होती है।

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

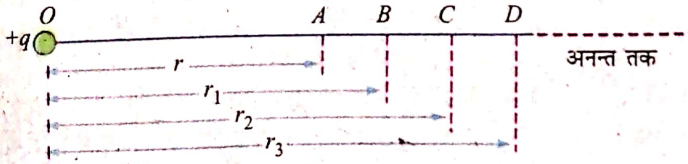
प्रश्न 1. वैद्युत विभव की परिभाषा लिखिए। वैद्युत-आवेश के कारण किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2015)

उत्तर— वैद्युत विभव— वैद्युत-क्षेत्र में किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव (V) परीक्षण आवेश ($+q_0$) को अनन्त से उस बिन्दु तक लाने में किये गये कार्य (W) तथा परीक्षण-आवेश के मान की निष्पत्ति के बराबर होता है।

स्थिर वैद्युत विभव तथा धारिता

अर्थात् $V = \left(\frac{W}{q_0} \right)$ जूल/कूलॉम या वोल्ट

वैद्युत आवेश के कारण किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव—माना एक माध्यम में, जिसका परावैद्युतांक K है, बिन्दु O पर $+q$ कूलॉम का एक आवेश रखा है। इस आवेश के वैद्युत-क्षेत्र में O से r मीटर दूरी पर एक बिन्दु A है जिस पर वैद्युत-विभव ज्ञात करना है। इसके लिए हमें परीक्षण-आवेश q को अनन्त से A तक लाने में किये गये कार्य की गणना करनी होगी।



बिन्दु A से अनन्त तक की दूरी को छोटे-छोटे भागों AB, BC, CD, \dots में विभाजित हुआ मान लेते हैं। माना कि बिन्दु O से बिन्दु A, B, C, D, \dots की दूरियाँ क्रमशः r, r_1, r_2, r_3, \dots मीटर हैं। अब बिन्दु A पर $+q_0$ कूलॉम का एक परीक्षण-आवेश रखने पर, आवेश $+q$ के कारण q_0 पर लगने वाला वैद्युत बल

$$F_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{qq_0}{r^2} \right) \text{ न्यूटन}$$

यदि परीक्षण-आवेश बिन्दु B पर रखें, तो उस पर लगा वैद्युत बल,

$$F_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{qq_0}{r_1^2} \right) \text{ न्यूटन}$$

चूँकि बिन्दु B व A बहुत समीप हैं; अतः उनके बीच बल का मान B व A पर बलों F_B व F_A के गुणोत्तर माध्य के बराबर ले सकते हैं।

अतः B व A के बीच q_0 पर लगने वाला माध्य-वैद्युत बल,

$$F_{BA} = \sqrt{(F_B \times F_A)}$$

$$\therefore F_{BA} = \sqrt{\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{qq_0}{r_1^2} \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{qq_0}{r^2} \right)}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{qq_0}{r_1 r} \right) \text{ न्यूटन}$$

आवेश q_0 को B से A तक लाने में वैद्युत-बल के विरुद्ध किया गया कार्य,

$$W_{BA} = \text{बल } F_{BA} \times \text{दूरी } BA$$

$$\therefore W_{BA} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{qq_0}{r_1 r} \right) \times (r_1 - r) = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) \text{ जूल}$$

इसी प्रकार, C से B तक परीक्षण-आवेश q_0 को लाने में किया गया कार्य,

$$W_{CB} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \text{ जूल}$$

इसी प्रकार, D से C तक परीक्षण-आवेश q_0 को लाने में किया गया कार्य

$$W_{DC} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) \text{ जूल}$$

अन्य भागों के लिए भी किये गये कार्य की गणना इसी तरह कर सकते हैं।

अतः परीक्षण-आवेश q_0 को अनन्त से A तक लाने में किया गया कार्य

$$W = W_{BA} + W_{CB} + W_{DC} + \dots$$

$$\therefore W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right) + \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) + \left(\frac{1}{r_3} - \dots \right) + \dots + \left(\dots - \frac{1}{\infty} \right) \right]$$

बीच के सभी पद कट जाते हैं और निम्न व्यंजक प्राप्त होता है—

$$W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{qq_0}{r} \right) \text{ जूल} \quad \left(\because \frac{1}{\infty} = 0 \right)$$

परन्तु बिन्दु A पर विभव, परीक्षण-आवेश q_0 को अनन्त से बिन्दु A तक लाने में किये गये कार्य तथा परीक्षण-आवेश q_0 की निष्पत्ति के बराबर होगा। अतः बिन्दु A पर $+q$ आवेश के कारण वैद्युत-विभव,

$$V = \frac{W}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{q}{r} \right) \text{ वोल्ट}$$

निर्वात (अथवा वायु) के लिए $K = 1$,

$$\text{अतः} \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r} \right)$$

या

$$V = 9 \times 10^9 \left(\frac{q}{r} \right) \text{ वोल्ट}$$

$$\left(\because \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ न्यूटन-मीटर}^2/\text{कूलॉम}^2 \right)$$

इसी प्रकार यदि बिन्दु O पर रखा आवेश ऋणात्मक $(-q)$ हो, तब इससे r दूरी पर स्थित बिन्दु A पर वैद्युत-विभव,

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r} \right) \text{ वोल्ट} = -9 \times 10^9 \left(\frac{q}{r} \right) \text{ वोल्ट}$$

Important FACTS

★ वैद्युत-विभव अदिश राशि है, इसीलिए किसी बिन्दु पर कई आवेशों के कारण परिणामी विभव, उन आवेशों से उत्पन्न विभव को बीजगणितीय विधि से जोड़कर प्राप्त कर सकते हैं। यदि कोई बिन्दु $+q_1, -q_2, -q_3, +q_4$ कूलॉम के बिन्दु आवेशों से क्रमशः r_1, r_2, r_3 तथा r_4 मीटर दूरी पर हो, तो उस बिन्दु पर कुल वैद्युत-विभव,

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{r_1} - \frac{q_2}{r_2} - \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4} \right] \text{ वोल्ट}$$

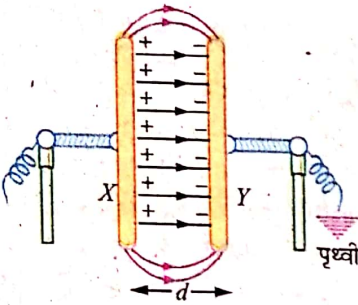
प्रश्न 2. समान्तर-प्लेट संधारित्र की धारिता के लिए व्यंजक का निगमन कीजिए। इसकी धारिता को कैसे बढ़ाया जा सकता है?

(2013, 15, 16, 17, 18)

या किसी समान्तर-पट्ट संधारित्र की धारिता का व्यंजक प्राप्त कीजिए, जबकि दोनों प्लेटों के बीच परावैद्युत भरा हो। (2013, 19)

उत्तर— **समान्तर-प्लेट संधारित्र की धारिता**—चित्र में एक समान्तर-प्लेट संधारित्र दिखाया गया है जिसमें मुख्यतः धातु की लम्बी व समतल दो प्लेटें X व Y होती हैं जो एक-दूसरे के आमने-सामने थोड़ी दूरी पर दो विद्युतरोधी स्टैण्डों में लगी रहती हैं। इन समान्तर-प्लेटों के बीच वायु के स्थान पर कोई विद्युतरोधी माध्यम (परावैद्युतांक K) भरा है। समतल प्लेटों में से प्रत्येक का क्षेत्रफल A मीटर² तथा उनके बीच की दूरी d मीटर है।

जब प्लेट X को $+q$ आवेश दिया जाता है तो प्रेरण के कारण प्लेट Y पर अन्दर की ओर $-q$ आवेश तथा बाहर की ओर $+q$ आवेश उत्पन्न हो जाता है, चूँकि प्लेट Y पृथ्वी से जुड़ी है; अतः इसके बाहरी तल का $+q$ आवेश पृथ्वी में चला जाएगा। अतः प्लेटों के बीच वैद्युत-क्षेत्र उत्पन्न हो जाएगा और लगभग सभी जगह क्षेत्र की तीव्रता एकसमान होगी।



प्लेटों पर आवेश का पृष्ठ घनत्व $\sigma = q/A$

प्लेटों के बीच में किसी बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता $E = \sigma/\epsilon$, जहाँ $\epsilon (= K\epsilon_0)$ परावैद्युत की वैद्युतशीलता है।

σ तथा ϵ का मान रखने पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{q}{K\epsilon_0 A} \quad \dots(1)$$

माना दोनों प्लेटों के बीच विभवान्तर V वोल्ट है व इनके बीच की दूरी d है।

अतः प्लेटों के बीच वैद्युत-क्षेत्र $E = \frac{V}{d}$ अथवा $V = Ed$

समीकरण (1) से E का मान रखने पर,

$$V = \frac{qd}{K\epsilon_0 A}$$

$$\therefore \text{संधारित्र की धारिता } C = \frac{q}{V} = \frac{q}{qd/K\epsilon_0 A}$$

$$\text{अथवा } C = \frac{K\epsilon_0 A}{d} \text{ फैरड} \quad \dots(2)$$

यदि प्लेटों के मध्य निर्वात (या वायु) हो, तो $K = 1$; अतः इस दशा में धारिता

$$C_0 = \epsilon_0 \left(\frac{A}{d} \right) \text{ फैरड}$$

जहाँ, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ फैरड/मीटर (निर्वात की वैद्युतशीलता है।)

समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता को निम्नलिखित प्रकार से बढ़ाया जा सकता है—

1. प्रयुक्त प्लेटें अधिक क्षेत्रफल की होनी चाहिए।
2. प्लेटों के बीच ऐसा माध्यम रखना चाहिए जिसका परावैद्युतांक अधिक हो।
3. प्लेटों के बीच की दूरी (d) कम लेनी चाहिए अर्थात् प्लेटें परस्पर समीप रखनी चाहिए।

प्रश्न 3. वानडे ग्राफ जनित्र की संरचना तथा कार्यविधि चित्र की सहायता से समझाइए। (2015, 18)

या वानडे ग्राफ जनित्र के सिद्धान्त एवं कार्यविधि का वर्णन कीजिए। (2017)

या वानडे ग्राफ जनित्र के गुण-दोष/उपयोग का वर्णन कीजिए।

या वानडे ग्राफ जनित्र का नामांकित चित्र बनाइए। इसके कार्य करने का सिद्धान्त बताइए। यह किस तरह से उच्च वोल्टेज उत्पन्न करता है? (2018)

उत्तर— प्रोफेसर वानडे ग्राफ ने सन् 1931 में एक ऐसे स्थिर वैद्युत उत्पादक यन्त्र (electrostatic generator) की रचना की जिसके द्वारा दस लाख वोल्ट या इससे भी उच्च कोटि का विभवान्तर उत्पन्न किया जा सकता है। इस जनित्र को उनके नाम पर ही वानडे ग्राफ जनित्र कहते हैं।

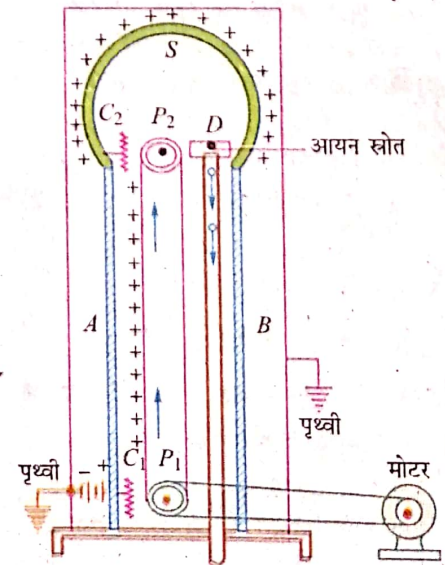
सिद्धान्त— इस जनित्र का सिद्धान्त निम्न दो स्थिर वैद्युत घटनाओं पर आधारित है—

- (i) एक खोखले चालक का आवेश उसकी बाहरी सतह पर विद्यमान रहता है।
- (ii) किसी चालक से वायु में वैद्युत विसर्जन, उसके नुकीले सिरों की प्राथमिकता से होता है।

इस जनित्र की कार्यविधि वैद्युत चालक के नुकीले सिरों (pointed ends) की क्रिया पर आधारित है। चालक के नुकीले भाग पर आवेश का पृष्ठ घनत्व बहुत अधिक होने के कारण, इस भाग के पास तीव्र वैद्युत क्षेत्र उपस्थित होता है, जिससे वहाँ भी वायु का आयनीकरण (ionisation) हो जाता है। तब विपरीत प्रकृति का आवेश आकर्षण के कारण नुकीले भाग के पास तथा समान प्रकृति का आवेश प्रतिकर्षण के कारण नुकीले भाग से दूर की ओर दौड़ता है अर्थात् नुकीले भाग से वैद्युत पवन उत्पन्न हो जाता है।

यदि किसी खोखले चालक गोले के अन्दर जुड़े किसी चालक के (नुकीले भाग के) पास कोई आवेश लाया जाए, तो यह सम्पूर्ण आवेश खोखले चालक के बाहरी पृष्ठ पर स्थानान्तरित हो जाता है, चाहे खोखले चालक का विभव कितना भी अधिक हो। इस प्रकार खोखले चालक पर बार-बार आवेश देकर इसके आवेश तथा विभव को बहुत अधिक मान तक बढ़ाया जा सकता है। इसकी सीमा वैद्युतरोधी कठिनाइयों द्वारा निर्धारित की जाती है।

रचना— चित्र में वानडे ग्राफ जनित्र की रचना प्रदर्शित है। इसमें लगभग 5 मीटर व्यास के धातु का खोखला गोला S होता है जो लगभग 15 मीटर ऊँचे विद्युतरोधी स्तम्भों A व B पर टिका रहता है। P_1 और P_2 दो घिरनियाँ होती हैं जिनमें से होकर विद्युतरोधी पदार्थ, जैसे—रबर या रेशम की बनी एक पट्टी (belt) गुजरती है।



नीचे की घिरनी P_1 को एक वैद्युत मोटर के द्वारा घुमाया जाता है जिससे पट्टी ऊर्ध्वाधर तल में तीर की दिशा में घूमने लगती है। C_1 और C_2 धातु की दो कंधियाँ होती हैं। C_1 को फुहार कंधी (spray comb) तथा C_2 को संग्राहक कंधी (collection comb) कहते हैं। कंधी C_1 को एक उच्च विभव की बैटरी के धन सिरे से जोड़ दिया जाता है ताकि वह लगभग 10000 वोल्ट के धनात्मक विभव पर रह सके। कंधी C_2 को गोले S के आन्तरिक पृष्ठ से जोड़ दिया जाता है। D एक विसर्जन-नलिका (discharge tube) है। गोले से आवेश के क्षरण (leakage) को रोकने के लिए जनित्र को एक लोहे के टैंक में जिसमें दाब युक्त (लगभग 15 वायुमण्डलीय दाब) वायु भरी होती है, बन्द कर देते हैं। लोहे का टैंक पृथ्वीकृत होता है।

कार्यविधि—जब कंघे C_1 को अति उच्च विभव दिया जाता है, तो तीक्ष्ण बिन्दुओं की क्रिया के फलस्वरूप यह इसके स्थान में आयन उत्पन्न करता है। धन आयनों व कंघे C_1 के बीच प्रतिकर्षण के कारण ये धन आयन बेल्ट पर चले जाते हैं। गतिमान बेल्ट द्वारा ये आयन ऊपर ले जाए जाते हैं। C_2 के तीक्ष्ण सिरे बेल्ट को ठीक छूते हैं। इस प्रकार कंघा C_2 बेल्ट के धन आवेश को एकत्रित करता है। यह धन आवेश शीघ्र ही गोले S के बाहरी पृष्ठ पर स्थानान्तरित हो जाता है। चूँकि बेल्ट घूमती रहती है, यह धन आवेश को ऊपर की ओर ले जाती है जो कंघे C_2 द्वारा एकत्रित कर लिया जाता है तथा गोले S के बाहरी पृष्ठ पर स्थानान्तरित हो जाता है। इस प्रकार गोले S का बाहरी पृष्ठ निरन्तर धन आवेश प्राप्त करता है तथा इसका विभव अति उच्च हो जाता है।

जब गोले S का विभव बहुत अधिक हो जाता है, तो निकटवर्ती वायु की परावैद्युत तीव्रता (dielectric strength) टूट जाती है तथा आवेश का निकटवर्ती वायु में क्षरण (leakage) हो जाता है। अधिकतम विभव की स्थिति में आवेश के क्षरण होने की दर गोले पर स्थानान्तरित आवेश की दर के बराबर हो जाती है। गोले से आवेश का क्षरण रोकने के लिए, जनित्र को पृथ्वी से सम्बन्धित तथा उच्च दाब पर वायु भरे टैंक में रखा जाता है।

R त्रिज्या के गोले की धारिता $C = 4\pi\epsilon_0 R$

यदि गोले पर आवेश Q हो, तो गोले का विभव $V = \frac{Q}{C} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$

वास्तविक जनित्र में एक खोखले गोले S के स्थान पर दो खोखले गोले प्रयुक्त करके, एक गोले पर धनावेश तथा दूसरे गोले पर ऋणावेश एकत्रित करके, इन दोनों गोलों के बीच एक अत्यन्त उच्च विभवान्तर प्राप्त कर लिया जाता है। वानडे ग्राफ जनित्र धन आवेशित कणों को अति उच्च वेग तक त्वरित करने के लिए प्रयोग किया जाता है। इस प्रकार का जनित्र IIT कानपुर में लगा है जो आवेशित कणों को 2 MeV ऊर्जा तक त्वरित करता है।

उपयोग—वानडे ग्राफ जनित्र के उपयोग निम्नलिखित हैं—

1. उच्च विभवान्तर उत्पन्न करने के लिए,
2. तीव्र एक्स किरणों के उत्पादन में,
3. नाभिकीय विघटन के प्रयोगों में आवेशित कणों (प्रोटॉन, ड्यूट्रॉन तथा α कण आदि) को उच्च गतिज ऊर्जा प्रदान करने में,
4. नाभिकीय भौतिकी के अध्ययन में इसका उपयोग कण त्वरक (particle accelerator) के रूप में किया जाता है।

दोष—वानडे ग्राफ जनित्र के दोष निम्नवत् हैं—

1. इसके आकार के बड़ा होने के कारण इसका उपयोग असुविधाजनक होता है।
2. उच्च विभव के कारण इसका उपयोग खतरनाक होता है।



विद्युत धारा



Quick Review

Side Study Subscribe

● अनुगमन वेग, धारा घनत्व में सम्बन्ध— $v_d = \frac{i}{Ane} = \frac{j}{ne}$

● अनुगमन वेग एवं विभवान्तर में सम्बन्ध— $v_d = \frac{Vet}{ml} = \frac{Eet}{m}$

● गतिशीलता—आवेशवाहक की गतिशीलता $\mu = \frac{\mu_d}{E} = \frac{et}{m}$

● ओम का नियम— $i \propto V \Rightarrow V = iR$ जहाँ R , चालक का वैद्युत प्रतिरोध है।

● विशिष्ट प्रतिरोध— $\rho = \frac{RA}{l} = \frac{E}{j}$

● विशिष्ट चालकता— $\sigma = \frac{1}{\rho}$

● किसी वैद्युत परिपथ में व्यय वैद्युत ऊर्जा $W = V_q = Vit = i^2 R t = \frac{V^2}{R} t$ जूल

- वैद्युत शक्ति $-P = \frac{W}{t} = Vi = I^2 R = \frac{V^2}{R}$ वाट
- प्रतिरोधों के श्रेणीक्रम संयोजन का तुल्य प्रतिरोध $R = R_1 + R_2 + R_3$
- प्रतिरोधों के समान्तर क्रम संयोजन का तुल्य प्रतिरोध $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$
- सेल के वैद्युत वाहक बल, टर्मिनल विभवान्तर तथा आन्तरिक प्रतिरोध में सम्बन्ध—
 $E = i(R + r)$ अथवा $E = V + ir$ अथवा $r = (E/V - 1)R$ जहाँ R परिपथ का बाह्य प्रतिरोध है।
- सेल के आवेशन के समय, $E = V - ir$ अथवा $V = E + ir$
- यदि E वैद्युत वाहक बल तथा r आन्तरिक प्रतिरोध के n सेल श्रेणीक्रम संयोजन में जुड़े हों तब परिपथ के श्रेणीक्रम में धारा $i = \frac{nE}{R + nr}$
- यदि E वैद्युत वाहक बल तथा r आन्तरिक प्रतिरोध के n सेल समान्तर क्रम में संयोजित हैं, तब परिपथ के समान्तर क्रम में धारा $i = \frac{nE}{nR + r}$
- यदि E वैद्युत वाहक बल तथा r आन्तरिक प्रतिरोध के n सेल एक पंक्ति में परस्पर श्रेणीक्रम में जुड़े हों तथा ऐसी m पंक्तियाँ परस्पर समान्तर क्रम में सम्बन्धित हों तब परिपथ के मिश्रित क्रम में धारा

$$i = \frac{mnE}{mR + nr}$$
- व्हीटस्टोन सेतु की भुजाओं के प्रतिरोधों में सम्बन्ध $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$
- यदि मीटर सेतु से सम्बन्धित प्रतिरोध बॉक्स से R प्रतिरोध लगाने पर अज्ञात प्रतिरोध S के लिए धारामापी में शून्य विक्षेप स्थिति l दूरी पर प्राप्त हो तब अज्ञात प्रतिरोध $S = \frac{(100 - l)}{l} \times R$
- विभवमापी का सिद्धान्त—जब एकसमान परिच्छेद के तार में नियत धारा बह रही हो तब तार के किसी भी भाग के सिरों के बीच विभवान्तर, तार की उस लम्बाई के अनुक्रमानुपाती होता है, अर्थात् $V \propto l$ अथवा $V = Kl$, जहाँ K तार में विभव प्रवणता है। सन्तुलन की स्थिति में, $E = V = Kl$
- दो सेलों के वैद्युत वाहक बलों की तुलना $= \frac{E_1}{E_2} = \frac{l_1}{l_2}$
- आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करना $r = \left(\frac{E}{V} - 1 \right) R = \left(\frac{l_1}{l_2} - 1 \right) R$

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. किसी चालक में 3.2 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। प्रति सेकण्ड प्रवाहित इलेक्ट्रॉनों की संख्या होगी— (2015)

- (i) 2×10^{19} (ii) 3×10^{20}
 (iii) 5.2×10^{19} (iv) 9×10^{20}

उत्तर — (i) 2×10^{19}

प्रश्न 2. वैद्युत धारा घनत्व j तथा अपवाह वेग v_d में सम्बन्ध है— (2015)

- (i) $j = nev_d$ (ii) $j = \frac{ne}{v_d}$
 (iii) $j = \frac{v_d e}{n}$ (iv) $j = nev_d^2$

उत्तर — (i) $j = nev_d$

प्रश्न 3. एक बेलनाकार चालक की प्रतिरोधकता एवं विशिष्ट चालकता का गुणनफल निर्भर करता है— (2018, 19)

- (i) तापक्रम पर (ii) पदार्थ पर
 (iii) अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल पर (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर — (i) तापक्रम पर

प्रश्न 4. यदि इलेक्ट्रॉन का अपवाह वेग v_d तथा विद्युत-क्षेत्र की तीव्रता E हो तो निम्नलिखित में से कौन-सा सम्बन्ध ओम के नियम का पालन करता है? (2018)

- (i) $v_d =$ नियतांक (ii) $v_d \propto E$
 (iii) $v_d \propto \sqrt{E}$ (iv) $v_d \propto E^2$

उत्तर — (ii) $v_d \propto E$

प्रश्न 5. 50Ω प्रतिरोध के धात्विक तार को खींचकर उसकी लम्बाई दो गुनी कर देते हैं। उसका नया प्रतिरोध है— (2016)

- (i) 25Ω (ii) 50Ω
 (iii) 100Ω (iv) 200Ω

उत्तर — (iv) 200Ω

प्रश्न 6. एक 100 वाट-220 वोल्ट का बल्ब 110 वोल्ट की सप्लाय से जुड़ा है। बल्ब में व्यय होने वाली शक्ति होगी— (2017)

- (i) 100 वाट (ii) 50 वाट
 (iii) 25 वाट (iv) 2 वाट

उत्तर — (iii) 25 वाट

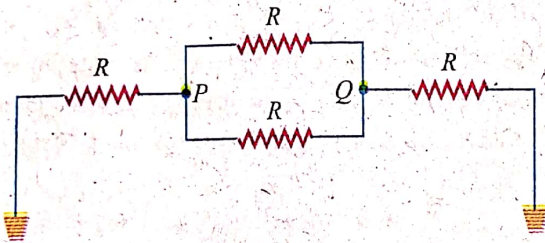
प्रश्न 7. किसी तार का वैद्युत प्रतिरोध 500Ω है। इसकी वैद्युत चालकता होगी (2019)

- (i) 500 ओम^{-1} (ii) 50 ओम^{-1}
 (iii) 0.02 ओम^{-1} (iv) 0.002 ओम^{-1}
 उत्तर— (iv) 0.002 ओम^{-1}

important FACTS

- ★ जब किसी तार को खींचकर उसकी लम्बाई n गुना कर दी जाती है, तब तार का वैद्युत प्रतिरोध n^2 गुना हो जाता है, अर्थात् $R_2 = n^2 R_1$
 ★ जब किसी तार को खींचकर उसकी त्रिज्या $\left(\frac{1}{n}\right)$ गुना कर दी जाती है, तब तार का वैद्युत प्रतिरोध n^4 गुना हो जाता है, अर्थात् $R_2 = n^4 R_1$

प्रश्न 8. चित्र में दिए गए परिपथ में बिन्दु P व Q के बीच कुल प्रतिरोध है— (2018)



- (i) $R/2$ (ii) $\frac{2R}{5}$ (iii) $\frac{3R}{5}$ (iv) $\frac{R}{3}$

उत्तर— (i) $R/2$

प्रश्न 9. समान्तर क्रम में जुड़े 10 ओम के दो प्रतिरोधों का तुल्य प्रतिरोध है— (2014)

- (i) 20 ओम (ii) 10 ओम (iii) 15 ओम (iv) 5 ओम

उत्तर— (iv) 5 ओम

प्रश्न 10. दो प्रतिरोध R तथा $2R$ एक विद्युत परिपथ में समान्तर क्रम में जुड़े हैं। R तथा $2R$ में उत्पन्न ऊष्मीय ऊर्जा का अनुपात होगा— (2015)

- (i) 1 : 2 (ii) 2 : 1 (iii) 1 : 4 (iv) 4 : 1

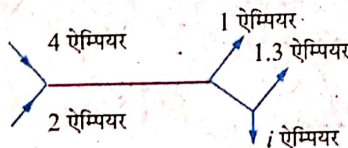
उत्तर— (ii) 2 : 1

प्रश्न 11. एक बैटरी जिसका वि० वा० बल 5 वोल्ट है तथा आन्तरिक प्रतिरोध 2.0 ओम है, एक बाहरी प्रतिरोध से जुड़ी है। यदि परिपथ में धारा 0.4 ऐम्पियर हो, तो बैटरी की टर्मिनल वोल्टता है (2010, 12, 18)

- (i) 5 वोल्ट (ii) 5.8 वोल्ट (iii) 4.6 वोल्ट (iv) 4.2 वोल्ट

उत्तर— (iv) 4.2 वोल्ट

प्रश्न 12. दिए गए चित्र में, किसी परिपथ के भाग में धारा दर्शायी गयी है तो धारा i का मान है (2018, 19)



- (i) 1.7 ऐम्पियर (ii) 3.7 ऐम्पियर
 (iii) 1.3 ऐम्पियर (iv) 1.0 ऐम्पियर

उत्तर— (ii) 3.7 ऐम्पियर

प्रश्न 13. विभवमापी के प्रयोग में दो सेलों के विद्युत वाहक बल E_1 तथा E_2 हैं। इन्हें श्रेणीक्रम में जोड़कर विभवमापी के तार पर अविक्षेप बिन्दु 58 सेमी पर प्राप्त होता है। जब E_2 विद्युत वाहक बल वाली सेल की ध्रुवता उलट दी जाती है तब अविक्षेप बिन्दु 29 सेमी पर प्राप्त होता है। $\frac{E_1}{E_2}$ का अनुपात है (2014)

- (i) 3 : 1 (ii) 2 : 1 (iii) 1 : 3 (iv) 1 : 2

उत्तर— (ii) 2 : 1

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. किसी चालक पदार्थ की विशिष्ट चालकता क्या है? विशिष्ट चालकता का अन्तर्राष्ट्रीय पद्धति में मात्रक दीजिए। (2014)
 या विशिष्ट चालकता के लिए सूत्र एवं मात्रक लिखिए। (2012, 18)

उत्तर— किसी चालक के पदार्थ के विशिष्ट प्रतिरोध के व्युत्क्रम को उस पदार्थ की विशिष्ट चालकता (specific conductance) कहते हैं। इसे ' σ ' से प्रदर्शित करते हैं। अर्थात् $\sigma = \frac{1}{\rho}$

इसकी इकाई म्हो-मीटर⁻¹ होती है।

प्रश्न 2. धारा-घनत्व, विशिष्ट चालकता तथा विद्युत-क्षेत्र के बीच परस्पर सम्बन्ध लिखिए तथा इससे विशिष्ट चालकता का मात्रक निकालिए। (2009, 11, 12, 18)

उत्तर— विशिष्ट चालकता = $\frac{\text{धारा-घनत्व}}{\text{विद्युत-क्षेत्र}}$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{j}{E} = \frac{\text{ऐम्पियर/मीटर}^2}{\text{वोल्ट/मीटर}} = \left(\frac{\text{ऐम्पियर}}{\text{वोल्ट}} \right) \times \frac{1}{\text{मीटर}} \\ = \text{ओम}^{-1} \times \text{मीटर}^{-1} = \text{म्हो-मीटर}^{-1}$$

important FACTS

★ मुक्त इलेक्ट्रॉनों के लिए—

ऊष्मीय अथवा तापीय वेग (u) = 10^5 मीटर/सेकण्ड

औसत तापीय वेग (\bar{u}) = 0

अपवाह अथवा अनुगमन वेग (v_d) = 10^{-4} मीटर/सेकण्ड

माध्य मुक्त पथ (λ) = 10^{-9} मीटर

श्रान्ति काल (τ) = 10^{-14} सेकण्ड

प्रश्न 3. ताँबे के एक तार, जिसकी अनुप्रस्थ काट $2 \times 10^{-6} \text{ मी}^2$ है; में 3.2 ऐम्पियर धारा प्रवाहित हो रही है। तार में प्रवाहित धारा-घनत्व का मान ज्ञात कीजिए। (2011, 14)

हल— धारा-घनत्व, $j = \frac{i}{A} = \frac{3.2 \text{ ऐम्पियर}}{2 \times 10^{-6} \text{ मी}^2} \\ = 1.6 \times 10^6 \text{ ऐम्पियर/मीटर}^2$

प्रश्न 4. इलेक्ट्रॉनों के श्रान्ति-काल पर तापक्रम के प्रभाव की व्याख्या कीजिए। (2018)

उत्तर— ताप बढ़ने पर श्रान्तिकाल कम हो जाता है।

प्रश्न 5. धातुओं में मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवाह वेग एवं श्रान्तिकाल में सम्बन्ध लिखिए। प्रयुक्त संकेतों के अर्थ बताइए। (2016)

हल— अपवाह वेग, $v_d = \left(\frac{eV}{mI}\right)\tau$, जहाँ τ = श्रांतिकाल,

m = इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान,

l = धात्विक तार की लम्बाई

तथा V = तार के सिरों के बीच विभवान्तर

प्रश्न 6. एक इलेक्ट्रॉन वृत्ताकार कक्षा में 6×10^6 चक्कर प्रति सेकण्ड की दर से घूम रहा है। लूप में तुल्य प्रवाहित धारा का मान ज्ञात कीजिए।

हल— यहाँ, $n = 6 \times 10^6$ चक्कर, $t = 1$ सेकण्ड
तथा $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

$$\therefore \text{लूप में तुल्य प्रवाहित धारा } i = \frac{ne}{t} = \frac{6 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1} = 9.6 \times 10^{-13} \text{ ऐम्पियर}$$

प्रश्न 7. 0.5 मिमी त्रिज्या के एक तार में 0.5 ऐम्पियर की धारा बह रही है। यदि तार में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या 4×10^{28} प्रति मी^3 हो, तो उनके अनुगमन वेग की गणना कीजिए।

हल— दिया है, $r = 0.5$ मिमी $= 5 \times 10^{-4}$ मी, $i = 0.5$ ऐम्पियर,
 $n = 4 \times 10^{28}$ प्रति मी^3

$$\text{तार के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल, } A = \pi r^2 = 3.14 \times (5 \times 10^{-4})^2 = 78.5 \times 10^{-8} \text{ मी}^2$$

$$\text{तार में धारा घनत्व, } J = \frac{i}{A} = \frac{0.5}{78.5 \times 10^{-8}} = 6.4 \times 10^5 \text{ ऐम्पियर/मी}^2$$

$$\text{अनुगमन वेग, } v_d = \frac{J}{ne} = \frac{6.4 \times 10^5}{4 \times 10^{28} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 10 \times 10^{-5} \text{ मी/से}$$

प्रश्न 8. अनओमीय परिपथ से आप क्या समझते हैं? इसका एक उदाहरण दीजिए।

या अनओमीय चालक किसे कहते हैं?

या गत्यात्मक प्रतिरोध का अर्थ क्या है?

उत्तर— वे परिपथ (अर्थात् चालक) जिनमें ओम के नियम का पालन नहीं होता है; अर्थात् जिनके सिरों पर आरोपित विभवान्तर V तथा संगत धारा i का अनुपात नियत नहीं रहता है, अनओमीय परिपथ (चालक) कहलाते हैं। ऐसे परिपथों के लिए V तथा i के अनुपात के नियत न रहने का अर्थ है कि इनका वैद्युत प्रतिरोध परिवर्तनीय होता है। अतः इनके प्रतिरोध को गत्यात्मक प्रतिरोध (dynamic resistance) भी कहते हैं।

अनओमीय परिपथ के किसी खण्ड के विभवान्तर में अल्पांश परिवर्तन ΔV तथा उसके संगत धारा में परिवर्तन Δi का अनुपात गत्यात्मक प्रतिरोध के बराबर होता है; अर्थात् गत्यात्मक प्रतिरोध $= \Delta V / \Delta i$ ।

उदाहरण—बल्ब का तन्तु तथा डायोड बल्ब।

प्रश्न 9. किसी तार का प्रतिरोध $R \Omega$ है। यदि इसे मूल लम्बाई के n गुना खींचा जाता है, तो इस खींचे हुए नये तार का प्रतिरोध क्या होगा?

हल— दिया है, तार का प्रतिरोध $= R \Omega$

तार की प्रारम्भिक लम्बाई $= l$

तार की अन्तिम लम्बाई $= nl$

माना तार का नया प्रतिरोध, $R' = ?$

$$\therefore R' = R \left(\frac{l'}{l}\right)^2$$

$$R' = R \left(\frac{nl}{l}\right)^2 = Rn^2$$

अतः तार का नया प्रतिरोध n^2 गुना हो जाएगा।

प्रश्न 10. कार्बन प्रतिरोधक के सिरों पर 50 वोल्ट विभवान्तर लगाया जाता है। प्रतिरोधक पर प्रथम, द्वितीय एवं तृतीय वलयों के रंग क्रमशः लाल, पीला एवं नारंगी हैं। प्रतिरोधक में धारा का मान ज्ञात कीजिए।

(2015)

हल— दिया है, $V = 50$ वोल्ट

प्रतिरोध $R = AB \times 10^C$ [जहाँ, $A = 2, B = 4$ तथा $C = 3$]

$$\therefore \text{प्रतिरोध } R = 24 \times 10^3 \Omega = 24 \text{ k}\Omega$$

$$\therefore \text{धारा, } i = \frac{V}{R} = \frac{50}{24 \times 10^3} = 0.20 \times 10^{-2} \text{ ऐम्पियर}$$

प्रश्न 11. विशिष्ट प्रतिरोध का मात्रक एवं विमा लिखिए।

(2011, 12, 15)

उत्तर— मात्रक—ओम-मीटर या ओम-सेमी

विमा सूत्र— $[ML^3 T^{-3} A^{-2}]$

प्रश्न 12. एक प्लैटिनम प्रतिरोध तापमापी का प्रतिरोध 0°C ताप पर 3.0 ओम तथा 1000°C पर 3.75 ओम है। किसी अज्ञात ताप पर इसका प्रतिरोध 3.15 ओम है। अज्ञात ताप का मान ज्ञात कीजिए।

(2015)

हल— दिया है, $R_0 = 3$ ओम, $R_{100} = 3.75$, $R_t = 3.15$, $t = ?$

$$\begin{aligned} \text{अज्ञात ताप } t &= \frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100 \\ &= \frac{3.15 - 3}{3.75 - 3} \times 100 = \frac{0.15}{0.75} \times 100 = 20^\circ\text{C} \end{aligned}$$

प्रश्न 13. सिल्वर के किसी तार का 27.5°C पर प्रतिरोध 2.1Ω और 100°C

पर प्रतिरोध 2.7Ω है। सिल्वर का प्रतिरोधकता ताप-गुणांक ज्ञात कीजिए।

(NCERT)

हल— प्रश्नानुसार, $R_1 = 2.1 \Omega$, $t_1 = 27.5^\circ\text{C}$, $R_2 = 2.7 \Omega$, $t_2 = 100^\circ\text{C}$, $\alpha = ?$

सिल्वर की प्रतिरोधकता का ताप-गुणांक,

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{R_2 - R_1}{R_1(t_2 - t_1)} = \frac{2.7 - 2.1}{2.1(100 - 27.5)} = \frac{0.6}{2.1 \times 72.5} \\ &= 0.0039 (^\circ\text{C})^{-1} \end{aligned}$$

important FACTS

★ यदि किसी चालक तार का $t_1^\circ\text{C}$ व $t_2^\circ\text{C}$ पर वैद्युत प्रतिरोध क्रमशः R_1 व R_2 हों, तब

$$R_2 = R_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)]$$

$$\text{तथा प्रतिरोध ताप गुणांक } \alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 t_2 - R_2 t_1}$$

★ यदि किसी चालक तार पर 0°C , 100°C तथा किसी अज्ञात ताप $t^\circ\text{C}$ पर वैद्युत प्रतिरोध क्रमशः R_0 , R_{100} व R_t हों, तब

$$t = \left(\frac{R_t - R_0}{R_{100} - R_0} \times 100 \right)^\circ\text{C}$$

प्रश्न 14. 1000W – 250V के हीटर के तार का प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।

(2015)

हल— दिया है, $P = 1000 \text{ W}$, $V = 250 \text{ V}$

विद्युत धारा

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(250 \text{ V})^2}{1000 \text{ W}} = 62.5 \Omega$$

प्रश्न 15. एक चालक में 50 वोल्ट पर 2 मिली-ऐम्पियर तथा 60 वोल्ट पर 3 मिली-ऐम्पियर धारा बहती है। चालक ओमीय है या अन-ओमीय इसे गणना द्वारा स्पष्ट कीजिए। (2017)

हल— चालक का प्रतिरोध $R_1 = \frac{V}{i} = \frac{50}{2 \times 10^{-3}}$

$$= 25 \times 10^3 \text{ ओम}$$

$$R_2 = \frac{V}{i} = \frac{60}{3 \times 10^{-3}}$$

$$= 20 \times 10^3 \text{ ओम}$$

चूँकि चालक में प्रतिरोध परिवर्तनशील है। अतः यह अन-ओमीय है।

प्रश्न 16. मैंगनिन का उपयोग प्रामाणिक प्रतिरोध को बनाने में क्यों किया जाता है? (NCERT)

उत्तर— क्योंकि तापमान में परिवर्तन इसे प्रभावित नहीं करता है तथा उसकी प्रतिरोधकता उच्च है।

प्रश्न 17. ऐसे दो पदार्थों के नाम लिखिए जिनकी प्रतिरोधकता ताप बढ़ाने पर घटती है। (NCERT)

उत्तर— अर्द्धचालक—जर्मेनियम तथा सिलिकॉन।

प्रश्न 18. एक कार्बन प्रतिरोधक पर बैंड के रंगों का क्रम लाल, काला, नारंगी तथा रजत हैं। इसका प्रतिरोध तथा सह्यता (tolerance) कितनी है? (2019)

हल— प्रतिरोध का मान निम्न प्रकार होगा—

लाल रंग के लिए अंक — 2

काले रंग के लिए अंक — 0

नारंगी रंग के लिए अंक — 3

रजत रंग के लिए सह्यता — 10%

∴ प्रतिरोध $= (20 \times 10^3 \pm 5\%) \text{ ओम}$

प्रश्न 19. 1 किलोवाट के विद्युत बल्ब में 1 मिनट में कितनी ऊर्जा व्यय होगी? (2015)

हल— व्यय ऊर्जा (यूनिट) $= \frac{\text{वाट} \times \text{घण्टा} \times \text{दिन}}{1000}$

$$= \frac{1000 \times \frac{1}{60} \times 1}{1000} = \frac{1}{60} \text{ यूनिट}$$

प्रश्न 20. 60 वाट, 30 वोल्ट के बल्ब को 90 वोल्ट सप्लाय पर जलाने के लिए श्रेणीक्रम में जुड़े प्रतिरोध का मान ज्ञात कीजिए। (2014)

हल— परिपथ में धारा $i = \frac{P}{V} = \frac{60}{30} = 2 \text{ ऐम्पियर}$

$$\text{परिपथ का प्रतिरोध } R_L = \frac{V^2}{P} = \frac{30 \times 30}{60} = 15 \Omega$$

पुनः परिपथ में धारा $= \frac{\text{परिपथ में लगे स्रोत का वैद्युत वाहक बल}}{\text{परिपथ का कुल प्रतिरोध}}$

$$2 = \frac{90}{R_L + R} \Rightarrow 2 = \frac{90}{15 + R}$$

$$\Rightarrow 15 + R = 45$$

$$\Rightarrow R = 30 \Omega$$

प्रश्न 21. 10Ω प्रतिरोध के तार को 5 बराबर भागों में काट कर उनको समान्तर क्रम में जोड़ा गया है। इस संयोजन का परिणामी प्रतिरोध ज्ञात कीजिए। (2014)

हल— 10Ω के प्रतिरोध को 5 बराबर भागों में बाँटने पर प्रत्येक प्रतिरोध का मान $= \frac{10}{5} = 2 \Omega$

माना समान्तर क्रम में जोड़ने पर इनका तुल्य प्रतिरोध R है।

तब, $\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$$R = \frac{2}{5} = 0.40 \Omega$$

प्रश्न 22. सेल के आन्तरिक प्रतिरोध से आप क्या समझते हैं? (2015, 16, 18)

उत्तर— जब किसी सेल की प्लेटों को तार द्वारा जोड़ देते हैं तो तार में वैद्युत धारा सेल की धन-प्लेट से ऋण-प्लेट की ओर तथा सेल के भीतर उसके घोल में ऋण-प्लेट से धन-प्लेट की ओर बहती है। इस प्रकार, सेल की दोनों प्लेटों के बीच सेल के भीतर वैद्युत धारा के प्रवाह में घोल द्वारा उत्पन्न अवरोध को सेल का 'आन्तरिक प्रतिरोध' कहते हैं।

important FACTS

- ★ सेल का आन्तरिक प्रतिरोध नियत नहीं रहता है वरन् लम्बे समय तक सेल को प्रयुक्त करने पर उसका आन्तरिक प्रतिरोध बढ़ता जाता है।
- ★ प्राथमिक सेलों का आन्तरिक प्रतिरोध द्वितीयक सेलों के आन्तरिक प्रतिरोध से अधिक होता है। इसी कारण समान वैद्युत वाहक बल के द्वितीयक सेल से प्राथमिक सेल की तुलना में अधिक धारा प्राप्त होती है।
- ★ किसी आदर्श सेल का आन्तरिक प्रतिरोध शून्य होता है।

प्रश्न 23. सेल का आन्तरिक प्रतिरोध किन-किन बातों पर निर्भर करता है? (2018)

उत्तर— सेल का आन्तरिक प्रतिरोध निम्नलिखित बातों पर निर्भर करता है—

- सेल के इलेक्ट्रोडों के बीच की दूरी पर—**यह दूरी के अनुक्रमानुपाती होता है।
- वैद्युत-अपघट्य के घोल में इलेक्ट्रोडों के डूबे हुए भागों के क्षेत्रफल पर—**यह क्षेत्रफल के व्युत्क्रमानुपाती होता है।
- वैद्युत-अपघट्य की प्रकृति तथा सान्द्रता पर—**विभिन्न वैद्युत-अपघट्यों के लिए आन्तरिक प्रतिरोध भिन्न होता है तथा यह वैद्युत-अपघट्य के घोल की सान्द्रता के भी अनुक्रमानुपाती होता है।

COMMON ERROR

- ★ सेल के अन्दर धनायन, ऋणावेशित इलेक्ट्रोड कैथोड की ओर गति करते हैं अतः इन आयनों को धनायन (cation) कहते हैं जबकि ऋणायन, धनावेशित इलेक्ट्रोड ऐनोड की ओर गति करते हैं। अतः इन आयनों को ऋणायन (anion) कहते हैं।
- ★ सेल के अन्दर धनायन, ऋणायन गति करते हैं परन्तु सेल से बाहर, बाह्य परिपथ में केवल इलेक्ट्रॉन ही गति करते हैं।
- ★ सेल का वैद्युत वाहक बल भ्रमित करता है कि यह एक बल है जबकि वास्तव में यह एक बल न होकर एकांक आवेश को सेल सहित पूर्ण परिपथ में एक बार प्रवाहित करने में किया गया कार्य है।

प्रश्न 24. सेल के विद्युत वाहक बल एवं टर्मिनल विभवान्तर में अन्तर स्पष्ट कीजिए। (2012, 13, 15)

उत्तर— एकांक आवेश को पूरे परिपथ में सेल सहित प्रवाहित करने में सेल द्वारा दी गयी ऊर्जा को सेल का 'विद्युत वाहक बल' कहते हैं, जबकि किसी परिपथ के दो बिन्दुओं के बीच एकांक आवेश को प्रवाहित करने में किए गए कार्य को उन बिन्दुओं के बीच 'टर्मिनल विभवान्तर' कहते हैं।

प्रश्न 25. किसी कार की संचायक बैटरी का विद्युत वाहक बल 12V है। यदि बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध 0.4Ω हो तो बैटरी से ली जाने वाली अधिकतम धारा का मान क्या है? (NCERT)

हल— E वैद्युत वाहक बल वाली बैटरी से ली जाने वाली धारा,

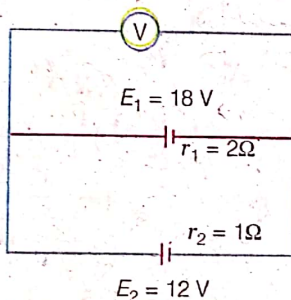
$$i = \frac{E}{R + r}$$

जिसमें R बाह्य प्रतिरोध तथा r आन्तरिक प्रतिरोध है।

अधिकतम धारा के लिए बाह्य प्रतिरोध, $R = 0$

$$\therefore \text{धारा, } i = \frac{E}{r} = \frac{12}{0.4} = 30 \text{ A}$$

प्रश्न 26. दिए गए वैद्युत परिपथ की सहायता से वोल्टमीटर का पाठ्यांक ज्ञात कीजिए। (2019)



हल— दोनों सेल परस्पर एक-दूसरे का विरोध कर रहे हैं। अतः परिपथ परिणामी वैद्युत वाहक बल, $E = E_1 - E_2 = 18 - 12 = 6 \text{ V}$

परिपथ का प्रभावी प्रतिरोध, $R = 2 + 1 = 3 \Omega$

$$\text{परिपथ में धारा } (i) = \frac{E}{R} = \frac{6}{3} = 2 \text{ ऐम्पियर}$$

18V के सेल के अन्दर धारा ऋण टर्मिनल से प्रवेश कर धन टर्मिनल की ओर बह रही है।

अतः सेल का टर्मिनल विभवान्तर, $V_1 = E_1 = ir_1$

$$= 18 - 2 \times 2 = 18 - 4 = 14 \text{ V}$$

12 वोल्ट के सेल के अन्दर धारा धन टर्मिनल से प्रवेश कर ऋण टर्मिनल की ओर बह रही है अर्थात् सेल आवेशन की अवस्था में है। अतः सेल का टर्मिनल विभवान्तर

$$V_2 = E_2 + ir_2 = 12 + 2 \times 1 = 14 \text{ V}$$

अतः वोल्टमीटर का पाठ्यांक = 14 V

प्रश्न 27. एक सेल से 0.5 ऐम्पियर धारा लेने पर उसका विभवान्तर 1.8 वोल्ट तथा 1.0 ऐम्पियर धारा लेने पर 1.6 वोल्ट हो जाता है। सेल का आन्तरिक प्रतिरोध तथा विद्युत वाहक बल ज्ञात कीजिए। (2015, 16)

हल— दिया है, (i) जब $i = 0.5$ ऐम्पियर तब, $V = 1.8$ वोल्ट

तथा (ii) जब $i = 1.0$ ऐम्पियर तब

$$V = 1.6 \text{ वोल्ट}$$

$$\therefore V = E - ir \quad \dots(1)$$

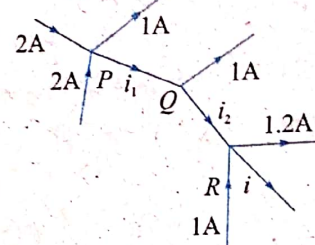
\therefore प्रथम स्थिति में समी० (1) से,

$$1.8 = E - (0.5)r \quad \dots(2)$$

द्वितीय स्थिति में समी० (1) से

समी० (2) व (3) को हल करने पर,
सेल का आन्तरिक प्रतिरोध $r = 0.4 \Omega$
विद्युत वाहक बल $E = 2.0$ वोल्ट

प्रश्न 28. निम्न चित्र में धारा i का मान ज्ञात कीजिए— (2017, 19)



हल— बिन्दु P पर धारा i_1 = बिन्दु P की ओर आने वाली धाराओं का योग-बिन्दु P से दूर जाने वाली धाराओं का योग

$$i_1 = 2 + 2 - 1 = 3 \text{ A}$$

$$\text{बिन्दु Q पर धारा } i_2 = i_1 - 1 \text{ A} = 3 - 1 = 2 \text{ A}$$

$$\text{बिन्दु R पर धारा } i_2 + 1 \text{ A} = i + 1.2 \text{ A}$$

$$i = (2 + 1 - 1.2) \text{ A} = 1.8 \text{ A}$$

प्रश्न 29. किरचॉफ का धारा नियम लिखिए। (2019)

उत्तर— किरचॉफ का धारा नियम— किसी दिष्ट धारा वैद्युत परिपथ की किसी सन्धि पर मिलने वाली समस्त धाराओं का बीजगणितीय योग शून्य होता है, अर्थात् $\Sigma i = 0$

प्रश्न 30. व्हीटस्टोन सेतु में यदि सेल तथा धारामापी की स्थिति को आपस में बदल दिया जाए तो सन्तुलन की स्थिति पर क्या प्रभाव पड़ेगा? क्यों? (2014)

उत्तर— कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा। इसका कारण यह है कि सेल तथा धारामापी व्हीटस्टोन सेतु के विकर्णों के सिरों के बीच जुड़े होते हैं। किसी भी एक विकर्ण के सिरों के बीच सेल जोड़ने पर दूसरे विकर्ण के सिरों समविभव पर होने से सेतु सन्तुलित रहता है।

प्रश्न 31. विभवमापी की सुग्राहिता से क्या तात्पर्य है? इसे कैसे बढ़ाया जा सकता है? (2012, 16)

उत्तर— विभवमापी की सुग्राहिता का अर्थ है कि जौकी को शून्य विक्षेप स्थिति से थोड़ा-सा खिसकाने पर धारामापी में बहुत अधिक विक्षेप उत्पन्न हो जाये। विभवमापी की सुग्राहिता विभव-प्रवणता के व्युत्क्रमानुपाती होती है। परन्तु विभव-प्रवणता $K = V/L$ (जहाँ V = विभवमापी के तार के सिरों का विभवान्तर), अतः $K \propto 1/L$ अर्थात् विभवमापी के तार की लम्बाई L बढ़ाने से K का मान कम हो जाएगा; अर्थात् सुग्राहिता बढ़ जाएगी। इस प्रकार विभवमापी की सुग्राहिता में वृद्धि तार की लम्बाई में वृद्धि करके की जा सकती है।

प्रश्न 32. किसी विभवमापी में 1.0182 वोल्ट वि०वा०बल के सेल के लिए सन्तुलन बिन्दु 339.4 सेमी लम्बाई पर प्राप्त होता है। विभवमापी की विभव प्रवणता ज्ञात कीजिए। (2016)

हल— दिया है, विद्युत वाहक बल (E) = 1.0182 तथा $l = 339.4$ सेमी

$$= 339.4 \times 10^{-2} \text{ मीटर}$$

$$\text{विभव-प्रवणता, } K = \frac{E}{l} = \frac{1.0182}{339.4 \times 10^{-2}}$$

$$= 0.003 \times 10^2 \text{ वोल्ट/मीटर}$$

$$= 0.3 \text{ वोल्ट/मीटर}$$

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. L लम्बाई के एक चालक को E विद्युत वाहक बल की सेल से जोड़ा जाता है। यदि इस चालक के स्थान पर समान पदार्थ व समान मोटाई के किसी अन्य चालक जिसकी लम्बाई $3L$ हो, सेल से जोड़ दिया जाए तब अनुगमन वेग पर क्या प्रभाव पड़ेगा? (2014)

उत्तर— L लम्बाई के चालक के स्थान पर $3L$ लम्बाई के चालक को जोड़ने पर प्रतिरोध 3 गुना हो जाएगा और इसलिए धारा एकतिहाई $\left(\frac{1}{3}\right)$ रह जाएगी।

अतः सूत्र $v_d = \frac{i}{neA}$ के अनुसार, अनुगमन वेग एकतिहाई $\left(\frac{1}{3}\right)$ रह जाएगा।

प्रश्न 2. धातुओं में इलेक्ट्रॉनों के अनियमित (मुक्त) वेग और उनके अनुगमन वेग में क्या अन्तर है? (2014)

उत्तर— धातुओं में मुक्त इलेक्ट्रॉन बन्द बर्तन में भरी गैस के अणुओं की तरह व्यवहार करते हैं तथा धातु के भीतर स्थित धन आयनों के बीच खाली स्थान में उच्च वेग (10^5 मी/से) से अनियमित गति करते हैं, यह मुक्त इलेक्ट्रॉनों का वेग है। धातु के सिरों के बीच विभवान्तर होने पर मुक्त इलेक्ट्रॉन अपनी अनियमित गति के होते हुए भी एक निश्चित सूक्ष्म वेग ($=10^{-4}$ मी/से) से उच्च विभव वाले सिरों की ओर खिसकते हैं, यह अनुगमन वेग है।

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए कि $j = \sigma E$, जहाँ E चालक का वैद्युत क्षेत्र, j धारा घनत्व तथा σ विशिष्ट चालकता है। (2014)

उत्तर— यदि किसी धातु का विशिष्ट प्रतिरोध ρ हो तो उसकी विशिष्ट चालकता

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

परन्तु विशिष्ट प्रतिरोध की परिभाषा से $\rho = \frac{E}{j}$

जहाँ, E = चालक के अन्दर किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा j = धारा घनत्व

$$\therefore \sigma = \frac{1}{E/j} = \frac{j}{E} \quad \text{अथवा} \quad j = \sigma E$$

अथवा वेक्टर रूप में $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

अर्थात् धारा घनत्व = विशिष्ट चालकता \times वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

प्रश्न 4. 1 मिमी व्यास के चाँदी के एक तार में 75 मिनट में 90 कूलॉम आवेश प्रवाहित होता है। यदि प्रति सेमी³ आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या 5.8×10^{22} हो तो ज्ञात कीजिए—(i) वैद्युत धारा तथा (ii) इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग। (2019)

हल— यहाँ, तार का व्यास, $2r = 1$ मिमी

\therefore तार की त्रिज्या, $r = 0.5$ मिमी $= 0.5 \times 10^{-3}$ मी

आवेश, $q = 90$ कूलॉम, समय, $t = 75$ मिनट $= 75 \times 60$ सेकण्ड

मुक्त इलेक्ट्रॉन घनत्व, $n = 5.8 \times 10^{22}$ प्रति सेमी³

$$= 5.8 \times 10^{28} \text{ प्रति मी}^3$$

$$(i) \text{ तार में वैद्युत धारा, } i = \frac{q}{t} = \frac{90}{75 \times 60} = \frac{90}{4500}$$

$$= 2.0 \times 10^{-2} \text{ ऐम्पियर}$$

(ii) तार का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल, $A = \pi r^2$

$$= 3.14 \times (0.5 \times 10^{-3})^2$$

$$= 0.785 \times 10^{-6} \text{ मी}^2$$

इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग, $v_d = \frac{i}{Ane}$

$$= \frac{2.0 \times 10^{-2}}{(0.785 \times 10^{-6})(5.8 \times 10^{28})(1.6 \times 10^{-19})}$$

$$= 2.7 \times 10^{-6} \text{ मी/से}$$

प्रश्न 5. 200 V, 0.2 ऐम्पियर धारा वाले बल्ब के तन्तु के तार की लम्बाई 20 सेमी है। तन्तु के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध 5×10^{-7} ओम-मीटर है। तार के व्यास की गणना कीजिए। (2018)

हल— प्रतिरोध, $R = \frac{V}{i} = \frac{200}{0.2} = 1000$ ओम

विशिष्ट प्रतिरोध, $\rho = R \frac{A}{l}$

$$\Rightarrow A = \frac{\rho l}{R} = \frac{5 \times 10^{-7} \times 20}{1000}$$

$$= 10^{-7} \times 10^{-3} = 10^{-10} \text{ मी}^2$$

तार के परिच्छेद का क्षेत्रफल $= 10^{-10}$

$$\pi r^2 = 10^{-10}$$

$$r^2 = \frac{10^{-10}}{3.14} = 0.32 \times 10^{-10}$$

$$r = \sqrt{0.32 \times 10^{-10}}$$

$$= 0.56 \times 10^{-5} \text{ मीटर} = 5.6 \times 10^{-6} \text{ मीटर}$$

अतः तार का व्यास $= 2 \times 5.6 \times 10^{-6} = 11.2 \times 10^{-6}$

प्रश्न 6. 8 ओम के मोटे तार को खींचकर इसकी लम्बाई दोगुनी कर दी जाती है। तार के नये प्रतिरोध की गणना कीजिए। (2015, 16)

हल— दिया है, तार का प्रतिरोध (R) = 8 ओम

तार की लम्बाई में वृद्धि (n) = 2

माना तार का नया प्रतिरोध $= R'$

तब, $R' = n^2 R = (2)^2 \times 8 = 4 \times 8 = 32$ ओम

प्रश्न 7. सेल के विद्युत वाहक बल से क्या तात्पर्य है? किसी वोल्टमीटर से सेल का वि० वा० बल सही-सही क्यों नहीं नापा जा सकता है?

या किसी सेल के विद्युत वाहक बल से क्या तात्पर्य है? (2014)

उत्तर— सेल का विद्युत वाहक बल—एकांक आवेश को पूरे परिपथ (सेल सहित) में प्रवाहित करने में सेल द्वारा दी गयी ऊर्जा को सेल का 'विद्युत वाहक बल' (electromotive force) कहते हैं। यदि किसी परिपथ में q आवेश प्रवाहित करने पर सेल को W कार्य करना पड़े (ऊर्जा देनी पड़े) तो सेल का वि० वा० बल

$$E = W/q$$

यदि W जूल में तथा q कूलॉम में हों तो E का मान वोल्ट में प्राप्त होता है।

यदि किसी परिपथ में 1 कूलॉम आवेश प्रवाहित करने पर सेल द्वारा दी गयी ऊर्जा 1 जूल हो, तो सेल का वि० वा० बल 1 वोल्ट होता है। वि० वा० बल प्रत्येक सेल का एक लाक्षणिक गुण होता है।

सेल के विद्युत वाहक बल का सही मापन करने के लिए, इसको मापने के लिए प्रयुक्त यन्त्र का प्रतिरोध अनन्त होना चाहिए। परन्तु वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनन्त नहीं होता है। इसलिए इससे विद्युत वाहक बल का सही-सही मापन नहीं किया जा सकता है।

प्रश्न 8. 60 ओम के बाह्य प्रतिरोध को बैटरी के टर्मिनलों से जोड़ने पर 0.3 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित होती है तथा प्रतिरोध घटाकर 30 ओम कर देने पर धारा का मान 0.5 ऐम्पियर हो जाता है। बैटरी के वि० वा० बल और आन्तरिक प्रतिरोध की गणना कीजिए। (2014)

हल— माना बैटरी का विद्युत वाहक बल E तथा आन्तरिक प्रतिरोध r है। इससे जुड़े बाह्य प्रतिरोध R में वैद्युत धारा

$$i = \frac{E}{R+r} \Rightarrow E = i(R+r)$$

प्रथम स्थिति में, $E = 0.3(60+r)$... (1)

द्वितीय स्थिति में, $E = 0.5(30+r)$... (2)

समी० (1) व (2) से,

$$0.3(60+r) = 0.5(30+r)$$

$$\Rightarrow 18 + 0.3r = 15 + 0.5r$$

$$\Rightarrow 0.2r = 3 \Rightarrow r = 15 \Omega$$

विद्युत वाहक बल $E = 0.3(60+15) = 0.3 \times 75$

$$= 22.5 \text{ वोल्ट}$$

प्रश्न 9. खुले परिपथ में एक सेल की प्लेटों के बीच विभवान्तर 1.5 वोल्ट है। इस सेल को 10 ओम के प्रतिरोध से जोड़ने पर इसकी प्लेटों के बीच विभवान्तर 1.2 वोल्ट हो जाता है। वैद्युत परिपथ बनाकर सेल का आन्तरिक प्रतिरोध एवं 10 ओम के प्रतिरोध में प्रवाहित होने वाली धारा का मान ज्ञात कीजिए। (2015, 16)

हल—

सेल का वि० वा० बल $E = 1.5$ वोल्ट

सेल का विभवान्तर $V = 1.2$ वोल्ट

बाह्य प्रतिरोध $R = 10$ ओम

सेल का आन्तरिक प्रतिरोध $r = \frac{(E-V)R}{V}$

$$= \frac{(1.5-1.2) \times 10}{1.2} = \frac{0.3 \times 10}{1.2} = \frac{30}{12} = 2.5 \text{ ओम}$$

\therefore 10 ओम के प्रतिरोध में प्रवाहित धारा, $i = \frac{V}{R} = \frac{1.2}{10} = 0.12$ ऐम्पियर

प्रश्न 10. किसी सेल से 0.6 ऐम्पियर धारा लेने पर उसकी टर्मिनल वोल्टता 1.6 वोल्ट हो जाती है तथा 0.8 ऐम्पियर धारा लेने पर टर्मिनल वोल्टता 1.3 वोल्ट हो जाती है। सेल का वैद्युत वाहक बल तथा आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— दिया है, $i_1 = 0.6$ ऐम्पियर, $V_1 = 1.6$ वोल्ट
 $i_2 = 0.8$ ऐम्पियर, $V_2 = 1.3$ वोल्ट

सेल के सिरों पर विभवान्तर $V = E - ir$

पहली स्थिति में, $1.6 = E - 0.6 \times r$... (1)

दूसरी स्थिति में, $1.3 = E - 0.8 \times r$... (2)

समीकरण (1) व (2) को हल करने पर,

सेल का वैद्युत वाहक बल $E = 2.5$ वोल्ट

तथा सेल का आन्तरिक प्रतिरोध $r = 1.5$ ओम

प्रश्न 11. एक विभवमापी के तार का प्रतिरोध 9 ओम है तथा लम्बाई 9 मीटर है। एक अज्ञात प्रतिरोध और 2 वोल्ट का एक सेल इसके श्रेणीक्रम में जोड़ दिए गए हैं। इस प्रतिरोध का मान क्या होना चाहिए कि तार पर विभव प्रवणता 1 माइक्रोवोल्ट/मिमी हो जाए? (2018)

हल— दिया है, $K = 1$ माइक्रोवोल्ट/मिमी $= \frac{10^{-6}}{10^{-3}}$ वोल्ट/मी

$$= \frac{1}{1000} \text{ वोल्ट/मी}$$

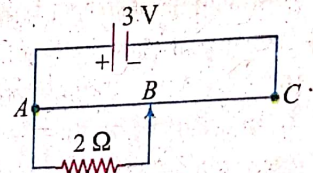
चूँकि 9 मीटर तार का प्रतिरोध = 9 ओम
अतः 1 मीटर तार का प्रतिरोध $= \frac{9}{9} = 1$ ओम

परिपथ में धारा, $i = \frac{E}{R+r} = \frac{2}{9+R}$ (जहाँ, R अज्ञात प्रतिरोध है।)

विभव-प्रवणता के सूत्र $K = ip$ से,
 $\frac{1}{1000} = \frac{2}{(9+R)} \times 1 \Rightarrow 9+R = 2000$

$\Rightarrow R = 2000 - 9 = 1991$ ओम

प्रश्न 12. एक 3 वोल्ट विद्युत वाहक बल की सेल 4 ओम प्रतिरोध वाले विभवमापी तार AC के मध्य जुड़ी है। 2 ओम प्रतिरोध के सिरों के बीच विभवान्तर ज्ञात कीजिए, यदि सम्पर्क बिन्दु B विभवमापी तार के ठीक मध्य में हो। (2015)



हल— $E = iR - ir$

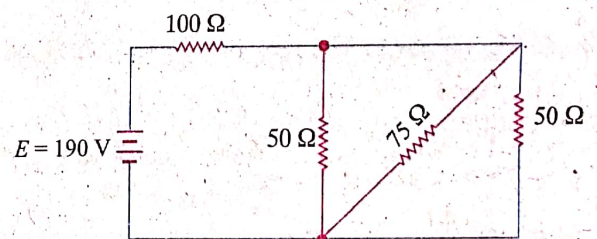
$\therefore E = iR$

$\therefore i = \frac{3}{4}$ ऐम्पियर

\therefore 2 Ω प्रतिरोध के सिरों के बीच विभवान्तर

$$V = iR = \frac{3}{4} \times 2 = 1.5 \text{ वोल्ट}$$

प्रश्न 13. चित्र में दर्शाए गए 75 Ω के प्रतिरोध में प्रवाहित धारा का मान ज्ञात कीजिए। (2017)



हल— 50 Ω, 50 Ω व 75 Ω समान्तर क्रम में लगे हैं;

अतः इनका तुल्य प्रतिरोध $\frac{1}{R'} = \frac{1}{50} + \frac{1}{50} + \frac{1}{75} = \frac{8}{150}$

$$R' = \frac{150}{8} = 18.75 \Omega$$

18.75 Ω तथा 100 Ω श्रेणी क्रम में हैं; अतः इनका तुल्य प्रतिरोध

$$R = 100 + 18.75 = 118.75 \Omega$$

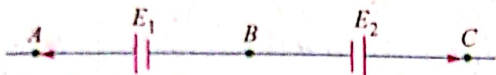
माना कि 100 Ω, 50 Ω, 50 Ω तथा 75 Ω में धाराएँ क्रमशः i_1, i_2, i_3 तथा i_4 हैं। सेल E द्वारा पूरे परिपथ में भेजी गई धारा i_1 है।

$$i_1 = \frac{E}{R} = \frac{190}{118.75} = 1.6 \text{ ऐम्पियर}$$

विभवान्तर $V = i_1 \times R' = 1.6 \times 18.75 = 30$ वोल्ट

75 Ω में प्रवाहित धारा $= \frac{V}{R} = \frac{30}{75} = 0.4$ ऐम्पियर

प्रश्न 14. E_1 व E_2 वि०वा०ब० वाले दो सेल ($E_1 > E_2$) चित्रानुसार जुड़े हैं। जब विभवमापी A व B के बीच जुड़ा हो, तब विभवमापी तार की सन्तुलित लम्बाई 300 सेमी है। जब समान विभवमापी A व C के बीच जुड़ा हो, तब सन्तुलित लम्बाई 100 सेमी है। E_1 व E_2 के अनुपात की गणना करें। (2018)



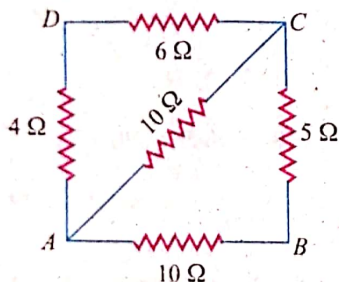
हल— माना विभवमापी के तार की विभव-प्रवणता = K वोल्ट/सेमी
 $\therefore E_1 = K \times 300$ वोल्ट ... (1) तथा $(E_1 - E_2) = K \times 100$ वोल्ट ... (2)
 समी० (1) व (2) से,

$$K \times 300 - E_2 = K \times 100 \text{ अथवा } E_2 = K \times 200 \text{ वोल्ट ... (3)}$$

समी० (1) को समी० (3) से भाग करने पर

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{K \times 300}{K \times 200} = \frac{3}{2} \text{ या } 3:2$$

प्रश्न 15. निम्न परिपथ में बिन्दुओं (i) A तथा B के बीच तथा (ii) A व D के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिए। (2018)



हल— (i) परस्पर श्रेणीबद्ध $AD = 4\Omega$ तथा $DC = 6\Omega$ का तुल्य प्रतिरोध,

$$R_1 = (4 + 6)\Omega = 10\Omega$$

परस्पर समान्तरबद्ध $R_1 = 10\Omega$ तथा $AC = 10\Omega$ का तुल्य प्रतिरोध

$$R_2 = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = \frac{100}{20} = 5\Omega$$

परस्पर श्रेणीबद्ध $R_2 = 5\Omega$ तथा $BC = 5\Omega$ का तुल्य प्रतिरोध,

$$R_3 = (5 + 5)\Omega = 10\Omega$$

परस्पर समान्तरबद्ध $R_3 = 10\Omega$ तथा $AB = 10\Omega$ का तुल्य प्रतिरोध

$$= A \text{ तथा } B \text{ के बीच तुल्य प्रतिरोध } R_{AB} = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5\Omega$$

(ii) परस्पर श्रेणीबद्ध $AB = 10\Omega$ तथा $BC = 5\Omega$ का तुल्य प्रतिरोध

$$R_1 = (10 + 5)\Omega = 15\Omega$$

परस्पर समान्तरबद्ध $R_1 = 15\Omega$ तथा AC का तुल्य प्रतिरोध

$$R_2 = \frac{15 \times 10}{15 + 10} = \frac{150}{25} = 6\Omega$$

परस्पर श्रेणीबद्ध $R_2 = 6\Omega$ तथा $DC = 6\Omega$ का तुल्य प्रतिरोध

$$R_3 = (6 + 6)\Omega = 12\Omega$$

परस्पर समान्तरबद्ध $R_3 = 12\Omega$ तथा $A = 4\Omega$ का तुल्य प्रतिरोध

$$= A \text{ तथा } D \text{ के बीच तुल्य प्रतिरोध, } R_{AD} = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = \frac{48}{16} = 3\Omega$$

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. धारा-घनत्व j से आप क्या समझते हैं? इसका मात्रक M.K.S.A. पद्धति में लिखिए तथा विमा सूत्र बताइए। यह सदिश राशि है या अदिश? (2013)

उत्तर— धारा-घनत्व (Current Density)—किसी चालक में किसी बिन्दु पर प्रति एकांक क्षेत्रफल से अभिलम्बवत् गुजरने वाली धारा को उस बिन्दु पर 'धारा-घनत्व' कहते हैं। इसे j से प्रदर्शित करते हैं।

यदि किसी चालक में प्रवाहित धारा i , चालक के अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A पर एकसमान रूप से वितरित हो, तब उस क्षेत्रफल के किसी बिन्दु पर धारा-घनत्व $j = \frac{i}{A}$

M.K.S.A. पद्धति में इसका मात्रक ऐम्पियर प्रति मीटर² तथा विमा $[M^0 L^{-2} T^0 A^1]$ है।

धारा-घनत्व, चालक के भीतर किसी बिन्दु का एक लाक्षणिक गुण है (न कि सम्पूर्ण चालक का) तथा यह एक सदिश राशि है। किसी बिन्दु पर धारा-घनत्व की दिशा उस बिन्दु पर धनावेश के चलने की दिशा होती है।

प्रश्न 2. किसी धारावाही चालक में धारा घनत्व j , अनुगमन वेग v_d , प्रति एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या n तथा मूल आवेश e में सम्बन्ध स्थापित कीजिए। (2017)

या मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग समझाइए। अनुगमन वेग व धारा-घनत्व के बीच सम्बन्ध स्थापित कीजिए। (2016)

या किसी चालक में प्रवाहित धारा तथा इसमें मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवाह (अनुगमन) वेग में सम्बन्ध स्थापित कीजिए। (2013, 18)

या मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवाह वेग के लिए विद्युत धारा के पद में व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए। (2017)

या अपवाह वेग की परिभाषा दीजिए। अपवाह वेग एवं विद्युत धारा में सम्बन्ध स्थापित कीजिए। (2018)

उत्तर— मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग—[संकेत—विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 1 के उत्तर में पढ़िए।]

धारा तथा अनुगमन वेग में सम्बन्ध—माना किसी धातु में किसी स्थान से t सेकण्ड में मुक्त इलेक्ट्रॉनों द्वारा ले जाया जाने वाला कुल आवेश q है, तब धातु में वैद्युत धारा

$$i = \frac{q}{t} \quad \dots (1)$$

माना तार के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A है तथा उसके प्रति एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या n व इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग v_d है, तब

एक सेकण्ड में तार के क्षेत्रफल में से गुजरने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या $= nAv_d$

$\therefore t$ सेकण्ड में तार के क्षेत्रफल में से गुजरने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या

$$= nAv_d \times t$$

तथा t सेकण्ड में तार के क्षेत्रफल में से गुजरने वाले आवेश की मात्रा

$$q = nAv_d \times t \times e \text{ (जहाँ, } e = \text{इलेक्ट्रॉन का आवेश है)}$$

q का मान समीकरण (1) में रखने पर

$$i = neAv_d \quad \dots (2)$$

यह वैद्युत धारा तथा अनुगमन वेग में सम्बन्ध है।

प्रश्न 3. विशिष्ट प्रतिरोध की परिभाषा दीजिए तथा मात्रक बताइए। विशिष्ट प्रतिरोध तथा विशिष्ट वैद्युत-चालकता में क्या सम्बन्ध है?

या विशिष्ट प्रतिरोध की परिभाषा लिखिए। (2014, 15)

उत्तर— विशिष्ट प्रतिरोध—“किसी धारावाही चालक के अन्दर किसी बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता E तथा उस बिन्दु पर धारा घनत्व j के अनुपात को चालक का विशिष्ट प्रतिरोध कहते हैं।”

$$\therefore \text{विशिष्ट प्रतिरोध, } \rho = \frac{E}{j} \quad \dots(1)$$

माना कि किसी चालक की लम्बाई l है तथा अनुप्रस्थ-काट का क्षेत्रफल A है। माना कि इसके तारों पर विभवान्तर V लगाने पर इसमें स्थायी धारा I बहती है। तब तार के किसी बिन्दु पर

$$\text{वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता } E = \frac{V}{l} \quad \text{तथा} \quad \text{धारा-घनत्व } j = \frac{I}{A}$$

$$\text{ये मान समीकरण (1) में रखने पर } \rho = \frac{V/l}{I/A} = \left(\frac{V}{I}\right) \frac{A}{l}$$

परन्तु ओम के नियम से, $(V/I) = \text{चालक का प्रतिरोध} = R$

$$\therefore \rho = R \left(\frac{A}{l}\right) \quad \dots(2)$$

अब यदि $l = 1$ मीटर, $A = 1$ मीटर² तो

$$\rho = \frac{(R \text{ ओम}) \times (1 \text{ मीटर}^2)}{1 \text{ मीटर}} = R \text{ ओम-मीटर}$$

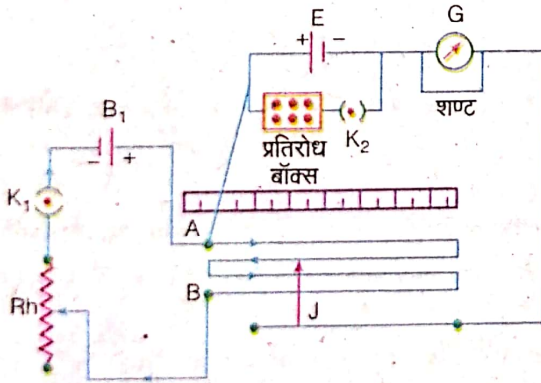
अतः "किसी पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध उस पदार्थ के 1 मीटर लम्बे तथा 1 मीटर² अनुप्रस्थ-परिच्छेद के क्षेत्रफल वाले तार के प्रतिरोध के बराबर होता है।"

मात्रक—ओम-मीटर या ओम-सेमी।

विशिष्ट प्रतिरोध ρ तथा विशिष्ट वैद्युत-चालकता σ में सम्बन्ध $\sigma = 1/\rho$

प्रश्न 4. विभवमापी से किसी सेल के आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए परिपथ खींचिए तथा प्रयुक्त सूत्र का निगमन कीजिए। (2019)

उत्तर— सर्वप्रथम बैटरी B_1 तथा दिए गए सेल E के धन ध्रुवों को विभवमापी के संयोजक पेंच A से जोड़ देते हैं। बैटरी B_1 के ऋण ध्रुव को धारा नियन्त्रक R_h तथा प्लग कुंजी K_1 के द्वारा विभवमापी के संयोजक पेंच B से जोड़ देते हैं। लैक्लांशी सेल के ऋण ध्रुव को शण्टयुक्त धारामापी G से जोड़कर, जौकी J से जोड़ देते हैं। लैक्लांशी सेल E के समान्तर क्रम में एक प्रतिरोध बॉक्स तथा एक प्लग कुंजी K_2 लगा देते हैं।



प्रयोग विधि—पहले प्लग कुंजी K_1 का प्लग लगाकर उसे ऑन (ON) कर देते हैं तथा प्लग कुंजी K_2 को खुला (OFF) रहने देते हैं। जौकी J को विभवमापी के तार पर खिसकाकर धारामापी में शून्य विक्षेप की स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। इस स्थिति के निकट पहुँचने पर धारामापी से शण्ट हटा लेते हैं तथा पुनः यथार्थ शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात करते हैं। यदि तार के सिरे A से शून्य विक्षेप स्थिति की दूरी l_1 हो तब दिए गए सेल का वैद्युत वाहक बल

$$E = K l_1 \quad \dots(1)$$

जहाँ K विभवमापी के तार में विभव प्रवणता है।

अब प्लग कुंजी K_2 का भी प्लग लगाकर उसे ऑन (ON) कर देते हैं तथा प्रतिरोध बॉक्स की सहायता से उपयुक्त प्रतिरोध R लगाते हैं। पुनः जौकी की सहायता से धारामापी में शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कर लेते हैं।

यदि तार के सिरे A से शून्य विक्षेप स्थिति की दूरी l_2 हो तब सेल का टर्मिनल विभवान्तर

$$V = K l_2 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) को समीकरण (2) से भाग देने पर,

$$\frac{E}{V} = \frac{l_1}{l_2} \quad \dots(3)$$

माना दिए गए सेल का वैद्युत वाहक बल E वोल्ट तथा आन्तरिक प्रतिरोध r ओम है। जब इस सेल को R ओम के प्रतिरोध के बाह्य परिपथ में जोड़ा जाता है तो परिपथ में बहने वाली धारा

$$I = \frac{E}{(R + r)} \quad \text{अथवा} \quad E = I(R + r) \quad \dots(4)$$

यदि प्रतिरोध R के सिरे के बीच विभवान्तर V हो, तब

$$V = IR \quad \dots(5)$$

समीकरण (4) को समीकरण (5) से भाग देने पर,

$$\frac{E}{V} = \frac{R + r}{R} = 1 + \frac{r}{R} \quad \text{अथवा} \quad \frac{r}{R} = \left(\frac{E}{V} - 1\right)$$

$$\text{अथवा} \quad r = R \left(\frac{E}{V} - 1\right) \quad \dots(6)$$

समीकरण (3) तथा समीकरण (4) से,

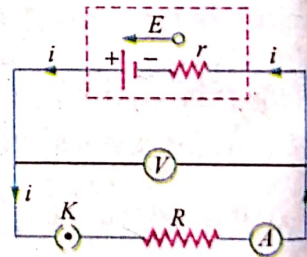
$$\text{सेल का आन्तरिक प्रतिरोध } r = R \left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right)$$

इस प्रकार उपर्युक्त सूत्र में l_1, l_2 व R का मान रखकर सेल का आन्तरिक प्रतिरोध (r) ज्ञात कर लेते हैं।

प्रश्न 5. किसी सेल के टर्मिनल विभवान्तर, वि० वा० बल तथा आन्तरिक प्रतिरोध में सम्बन्ध स्थापित कीजिए तथा दिखाइए कि टर्मिनल विभवान्तर, सेल से ली गयी धारा पर निर्भर करता है। (2016)

या किसी सेल के विद्युत वाहक बल तथा इसके सिरे के बीच विभवान्तर (टर्मिनल विभवान्तर) में सम्बन्ध का सूत्र स्थापित कीजिए। (2013)

उत्तर— माना E विद्युत वाहक बल तथा r आन्तरिक प्रतिरोध वाली एक सेल को चित्र की भाँति एक कुंजी K द्वारा किसी बाह्य परिपथ में जोड़ दिया गया है, जिसका प्रतिरोध R है। कुंजी को बन्द करने पर परिपथ में एक नियत धारा i प्रवाहित होने लगती है जिसका मान परिपथ के श्रेणीक्रम में जुड़े अमीटर की सहायता से पढ़ा जाता है।



माना धारा i परिपथ में t समय के लिए प्रवाहित की जाती है। अतः परिपथ में प्रवाहित आवेश $q = \text{धारा} \times \text{समय} = i \times t$, सेल सहित पूरे परिपथ में इस आवेश को प्रवाहित कराने में सेल द्वारा किया गया कार्य (अर्थात् सेल द्वारा दी गयी ऊर्जा) W हो, तो यह ऊर्जा सेल सहित पूरे परिपथ में निम्नलिखित दो भागों में प्रयुक्त होती है—

ऊर्जा का एक भाग $W_{\text{बाह्य}}$; प्रतिरोध R में आवेश q को प्रवाहित कराने में तथा शेष दूसरा भाग $W_{\text{आन्तरिक}}$, सेल के आन्तरिक प्रतिरोध r (अर्थात् वैद्युत-अपघट्य) में आवेश q को प्रवाहित कराने में व्यय होता है।

$$W = W_{\text{बाह्य}} + W_{\text{आन्तरिक}}$$

$$\text{दोनों पक्षों में } q \text{ का भाग देने पर, } \frac{W}{q} = \frac{W_{\text{बाह्य}}}{q} + \frac{W_{\text{आन्तरिक}}}{q} \quad \dots(1)$$

परन्तु सेल के विद्युत वाहक बल की परिभाषा के अनुसार,

$$\frac{W}{q} = \text{सेल का विद्युत वाहक बल} = E$$

तथा टर्मिनल विभवान्तर की परिभाषा के अनुसार,

$$\frac{W_{\text{बाह्य}}}{q} = \text{सेल का टर्मिनल विभवान्तर} = V$$

यही बाह्य प्रतिरोध R के सिरों का विभवान्तर होगा जिसको इसके समान्तर क्रम में जुड़े वोल्टमीटर द्वारा पढ़ा जाता है तथा ओम के नियम के अनुसार, $V = iR$.

$\frac{W_{\text{आन्तरिक}}}{q}$ = एकांक आवेश को सेल के आन्तरिक प्रतिरोध r में प्रवाहित

कराने में व्यय ऊर्जा; अर्थात् यह सेल के वैद्युत-अपघट्य में विभव पतन (potential drop) होगा जिसका मान ओम के नियम के अनुसार ir होगा।

अतः समी० (1) के आधार पर $E = V + ir$

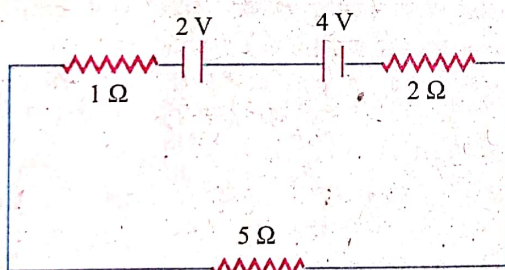
अथवा $V = E - ir$... (2)

यही टर्मिनल विभवान्तर तथा सेल के आन्तरिक प्रतिरोध के बीच सम्बन्ध है। इस सम्बन्ध से स्पष्ट है कि “जब किसी सेल से वैद्युत धारा ली जा रही होती है; अर्थात् सेल बन्द परिपथ में होती है तो उसका टर्मिनल विभवान्तर V उसके विद्युत वाहक बल E से कम होता है।” ऐसा सेल के आन्तरिक प्रतिरोध r में विभव पतन ir के कारण होता है।

परन्तु जब सेल को धारा दी जा रही होती है तो उपर्युक्त सूत्र (2) निम्न प्रकार व्यक्त किया जाता है—

$$V = E + ir \quad \dots (3)$$

प्रश्न 6. दिये गये परिपथ में प्रत्येक सेल के सिरों के बीच विभवान्तर ज्ञात कीजिए। (2018)



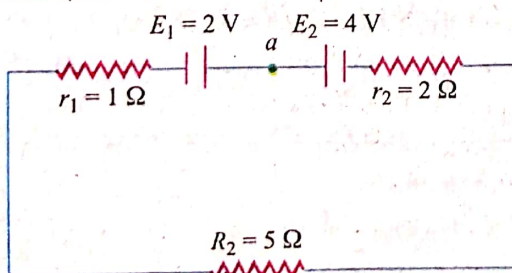
हल— यहाँ E_1 व E_2 परस्पर विरोधी हैं।

चूँकि $E_2 > E_1$

अतः परिपथ में परिणामी वि०वा०ब० = $E_2 - E_1 = 4 - 2 = 2$ वोल्ट

सेलों के श्रेणीक्रम संयोजन का तुल्य प्रतिरोध, $r' = r_1 + r_2 = 1 + 2 = 3 \Omega$

तथा बाह्य प्रतिरोध, $R = 5 \Omega$



अतः परिपथ का परिणामी प्रतिरोध, $= r' + 5 = 3 + 5 = 8 \Omega$

परिपथ में प्रवाहित धारा, $i = \frac{\text{परिपथ का परिणामी वि०वा०ब०}}{\text{परिपथ का परिणामी प्रतिरोध}}$

$$= \frac{2}{8} = 0.25 \text{ ऐम्पियर}$$

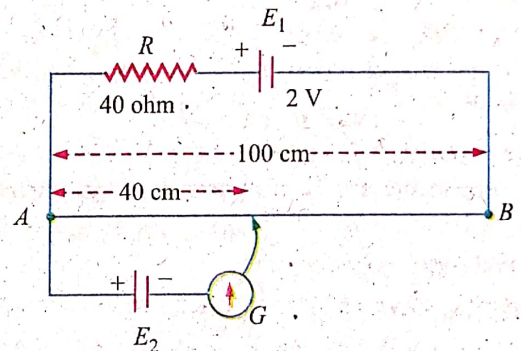
चूँकि सेल E_2 के भीतर धारा ऋण से धन टर्मिनल की ओर बह रही है। अतः टर्मिनलों a तथा b के बीच विभवान्तर $= V_a - V_b = E_2 - ir_2$

$$= 4 - 0.25 \times 2 = 4 - 0.50 = 3.5 \text{ वोल्ट}$$

तथा सेल E_1 के भीतर धारा धन से ऋण टर्मिनल की ओर बह रही है। अतः टर्मिनलों a तथा c के बीच विभवान्तर, $= V_a - V_c$

$$= E_1 + ir_1 = 2 + 0.25 \times 1 = 2.25 \text{ वोल्ट}$$

प्रश्न 7. विभव विभाजक का सिद्धान्त क्या है? AB एक 100 सेमी लम्बा विभवमापी का तार है तथा इसका प्रतिरोध 10 ओम है। यह एक प्रतिरोध $R = 40$ ओम एवं वि०वा० बल 2 वोल्ट एवं नगण्य आन्तरिक प्रतिरोध की बैटरी से श्रेणीक्रम में जुड़ा है जैसा कि निम्न चित्र में दिखाया गया है: (NCERT)



धारामापी (G) की अविक्षेप स्थिति में सेल E_2 के वि०वा० बल के मान की गणना कीजिए। (2018, 19)

हल— विभवमापी के परिपथ का कुल प्रतिरोध $= (10 + 40) \Omega = 50 \Omega$

$$\therefore \text{विभवमापी के तार में प्रवाहित धारा, } i = \frac{E}{\text{कुल प्रतिरोध}} = \frac{2}{50} = 0.04 \text{ ऐम्पियर}$$

विभवमापी के तार की एकांक लम्बाई का प्रतिरोध

$$\rho' = \frac{\text{तार का प्रतिरोध}}{\text{तार की लम्बाई}} = \frac{10}{100} = 0.1 \text{ ओम/सेमी}$$

\therefore तार की विभव प्रवणता $K = i \times \rho' = 0.04 \times 0.1 = 0.004$ वोल्ट/सेमी

G की अविक्षेप स्थिति में E_2 ; विभवमापी के तार AB की $l = 40$ सेमी लम्बाई पर सन्तुलित है।

\therefore सेल E_2 का वि०वा० बल $= K \cdot l = 0.004 \times 40 = 0.16$ वोल्ट

प्रश्न 8. निम्नलिखित चित्र में, यदि धारामापी G में कोई विक्षेप नहीं है, तो इस दशा में प्रतिरोध R का मान तथा इसमें प्रवाहित धारा का मान परिकलित कीजिए। (2018)

हल— चित्र में प्रदर्शित परिपथ व्हीटस्टोन सेतु परिपथ है। चूँकि धारामापी G में कोई विक्षेप नहीं है। अतः सेतु सन्तुलित है।

व्हीटस्टोन सेतु की सन्तुलन की शर्त $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$ के अनुसार,

$$\frac{R_{AB}}{R_{BC}} = \frac{R_{AD}}{R_{DC}} \Rightarrow \frac{15}{R} = \frac{30}{6}$$

$$\Rightarrow R = \frac{15 \times 6}{30} = 3 \Omega$$

परस्पर श्रेणीबद्ध 15Ω तथा $R = 3 \Omega$ का तुल्य प्रतिरोध

$R_1 = (15 + 3)\Omega = 18\Omega$
 एवं परस्पर श्रेणीबद्ध 30Ω तथा 6Ω का तुल्य प्रतिरोध
 $R_2 = (30 + 6)\Omega = 36\Omega$
 R_1 तथा R_2 बिन्दु A तथा C के मध्य A परस्पर समान्तरबद्ध हैं। यदि इनका तुल्य प्रतिरोध R_{AC} हो, तो

$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$= \frac{1}{18} + \frac{1}{36} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow R_{AC} = 12\Omega$$

परन्तु A तथा C के मध्य विद्युत वाहक बल $E = 6$ वोल्ट की सेल से जुड़ी है। अतः सेल से प्राप्त धारा, $i = \frac{E}{R_{AC}} = \frac{6}{12} = 0.5$ ऐम्पियर,

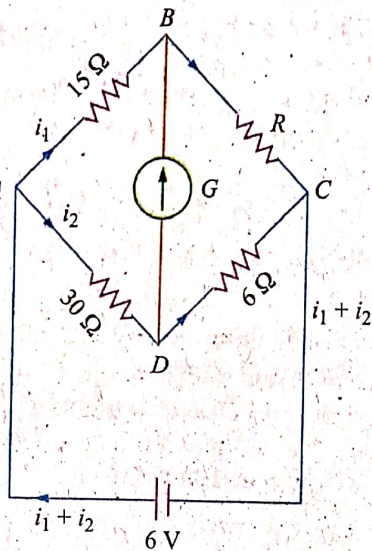
चित्र में यह धारा i सन्धि A पर i_1 व i_2 भागों में विभाजित दिखाई गई है।
 \therefore A व C के मध्य R_1 तथा R_2 परस्पर समान्तरबद्ध हैं, अतः इनके सिरों का विभवान्तर समान होगा।

$$\text{इसलिए } i_1 R_1 = i_2 R_2 \Rightarrow i_1 \times 18 = i_2 \times 36 \Rightarrow i_2 = \frac{i_1}{2}$$

परन्तु A पर किरचॉफ के प्रथम नियम से,

$$i_1 + i_2 = i \Rightarrow i_1 + \frac{i_1}{2} = i$$

$$\Rightarrow \frac{3i_1}{2} = 0.5 \Rightarrow i_1 = \frac{0.5 \times 2}{3} = \frac{1}{3} \text{ ऐम्पियर}$$



का विभवान्तर इलेक्ट्रॉनों को त्वरित गति प्रदान नहीं कर पाता बल्कि तार की लम्बाई के अनुदिश एक लघु नियत वेग ही दे पाता है जो इलेक्ट्रॉनों के अनियमित गति पर आरोपित हो जाता है। इलेक्ट्रॉनों के इस लघु नियत वेग को ही 'अनुगमन वेग' (drift velocity) कहते हैं। इसे v_d से प्रदर्शित करते हैं।

ओम के नियम का निगमन—माना एक धातु के तार की लम्बाई l तथा अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल A है। जब इसके सिरों के बीच विभवान्तर V लगाया जाता है, तो इसमें वैद्युत धारा i प्रवाहित होने लगती है। यदि तार के प्रति एकांक आयतन में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या (मुक्त इलेक्ट्रॉन-घनत्व) n हो तथा इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग v_d हो, तब

$$i = neAv_d \quad \dots(1)$$

जहाँ, e इलेक्ट्रॉन का आवेश है। तार के प्रत्येक बिन्दु पर वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता

$$E = V/l$$

इस क्षेत्र द्वारा प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन पर आरोपित बल $F = eE = eV/l$ यदि इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान m हो, तो इस बल के कारण इलेक्ट्रॉन में उत्पन्न त्वरण

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eV}{ml} \quad \dots(2)$$

तार के भीतर मुक्त इलेक्ट्रॉन धातु के धन आयनों से बारम्बार टकराते रहते हैं। किसी धन आयन से टकराने के पश्चात् इलेक्ट्रॉन का वेग वैद्युत-क्षेत्र E की विपरीत दिशा में बढ़ने लगता है। यदि किसी इलेक्ट्रॉन की, धन आयनों से हुई दो क्रमागत टक्करों के बीच का समयान्तराल τ है, तो इलेक्ट्रॉन के वेग में $a\tau$ वृद्धि होगी। यदि किसी क्षण वैद्युत-क्षेत्र की अनुपस्थिति में किसी इलेक्ट्रॉन का ऊष्मीय वेग u_1 है, तब वैद्युत-क्षेत्र E की उपस्थिति में उसका वेग बढ़कर $u_1 + a\tau_1$ हो जाएगा; जहाँ τ_1 उस इलेक्ट्रॉन का दो क्रमागत टक्करों के बीच का समयान्तराल है। इसी प्रकार, अन्य इलेक्ट्रॉनों के वेग $(u_2 + a\tau_2)$, $(u_3 + a\tau_3)$ होंगे। सभी n इलेक्ट्रॉनों का औसत वेग ही मुक्त इलेक्ट्रॉनों का अनुगमन वेग v_d है। इस प्रकार

$$v_d = \frac{(u_1 + a\tau_1) + (u_2 + a\tau_2) + \dots + (u_n + a\tau_n)}{n}$$

$$= \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_n}{n} + a \left(\frac{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n}{n} \right)$$

$$\text{परन्तु } \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_n}{n} = \text{मुक्त इलेक्ट्रॉनों का औसत ऊष्मीय वेग}$$

परन्तु यह शून्य होता है तथा $(\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n)/n = \tau =$ इलेक्ट्रॉनों का दो क्रमागत टक्करों के बीच का 'औसत' समयान्तराल है जिसे श्रान्तिकाल (relaxation time) कहते हैं।

$$\therefore v_d = 0 + a\tau \quad \text{अथवा} \quad v_d = a\tau \quad \dots(3)$$

समीकरण (2) से a का मान समीकरण (3) में रखने पर,

$$v_d = \left(\frac{eV}{ml} \right) \tau \quad \text{अथवा} \quad v_d = \frac{eV\tau}{ml}$$

यह तार में मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अनुगमन वेग v_d तथा तार के सिरों के बीच विभवान्तर V में सम्बन्ध है।

v_d का यह मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$i = neA \left(\frac{eV\tau}{ml} \right)$$

अथवा

$$i = \left(\frac{ne^2\tau}{m} \right) \frac{A}{l} V$$

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अनुगमन वेग से आप क्या समझते हैं? इलेक्ट्रॉन अनुगमन वेग के सिद्धान्त द्वारा ओम के नियम का निगमन कीजिए।

(2011, 12, 17, 18, 19)

या किसी चालक के विभवान्तर तथा मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवाह (अनुगमन) वेग के बीच का सम्बन्ध स्थापित कीजिए।

(2012, 18)

या किसी चालक के बीच विभवान्तर तथा मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अनुगमन वेग के बीच सम्बन्ध स्थापित कीजिए।

(2013)

या मुक्त इलेक्ट्रॉनों के 'अपवाह वेग' से आप क्या समझते हैं? मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवाह वेग के आधार पर ओम के नियम की व्याख्या कीजिए।

(2014, 18, 19)

या अनुगमन वेग की परिभाषा दीजिए।

(2014, 19)

या मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अनुगमन वेग से आप क्या समझते हैं?

(2015)

या किसी धातु में मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवाह वेग से क्या तात्पर्य है? मुक्त इलेक्ट्रॉनों के अपवाह वेग के आधार पर ओम का नियम व्युत्पन्न कीजिए।

(2017, 18)

उत्तर— अनुगमन वेग (अपवाह वेग)—किसी धातु के तार के सिरों को बैटरी से जोड़ देने पर तार के सिरों के बीच एक विभवान्तर स्थापित हो जाता है। इस विभवान्तर अथवा वैद्युत-क्षेत्र के कारण इलेक्ट्रॉन एक वैद्युत बल का अनुभव करते हैं जो इलेक्ट्रॉनों को त्वरण प्रदान करता है। परन्तु इस त्वरण से इलेक्ट्रॉनों की चाल लगातार बढ़ती नहीं जाती, बल्कि धातु के धन आयनों से टकराकर ये इलेक्ट्रॉन बैटरी से प्राप्त ऊर्जा को खोते रहते हैं। स्पष्ट है कि बैटरी

विद्युत धारा

अथवा
$$\frac{V}{i} = \left(\frac{m}{ne^2 \tau} \right) \frac{l}{A}$$

$\left(\frac{m}{ne^2 \tau} \right) \frac{l}{A}$, एक निश्चित ताप पर दिये गये तार के लिए एक नियतांक (constant) है। इसे तार का वैद्युत प्रतिरोध R कहते हैं।

अर्थात्
$$R = \frac{ml}{ne^2 \tau A}$$

$$\frac{V}{i} = R \text{ (नियतांक)}$$

यही ओम का नियम है।

प्रश्न 2. 60W-220V तथा 100W-220V के दो बल्ब श्रेणीक्रम में जोड़कर 220 वोल्ट मेन्स से सम्बन्धित किये गये हैं। उनमें प्रवाहित होने वाली धाराओं की गणना कीजिए। यदि बल्ब समान्तर क्रम में जोड़े जायें तब धाराएँ कितनी होंगी? (2011, 17)

हल— श्रेणीक्रम में जुड़े बल्बों में समान धारा प्रवाहित होगी।

60 वाट के बल्ब का प्रतिरोध

$$R_1 = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{(220 \text{ वोल्ट})^2}{60 \text{ वाट}} = 807 \text{ ओम}$$

तथा 100 वाट के बल्ब का प्रतिरोध $R_2 = \frac{V_2^2}{P_2} = \frac{(220 \text{ वोल्ट})^2}{100 \text{ ओम}} = 484 \text{ ओम}$

\therefore कुल प्रतिरोध $R = R_1 + R_2 = 807 + 484 = 1291 \text{ ओम}$

बल्ब 220 वोल्ट मेन्स से जुड़े हैं। अतः प्रत्येक में धारा

$$i = \frac{V}{R} = \frac{220 \text{ वोल्ट}}{1291 \text{ ओम}} = 0.17 \text{ ऐम्पियर}$$

समान्तर क्रम में जुड़े दोनों बल्बों पर मेन्स से प्राप्त विभवान्तर V (= 220 वोल्ट) समान होगा, परन्तु उनमें धाराएँ अलग-अलग होंगी। अतः

60 वाट के बल्ब में धारा $i_1 = \frac{P_1}{V} = \frac{60 \text{ वाट}}{220 \text{ वोल्ट}} = 0.273 \text{ ऐम्पियर}$

$$[\because P = Vi \text{ वाट}]$$

तथा 100 वाट के बल्ब में धारा $i_2 = \frac{P_2}{V} = \frac{100 \text{ वाट}}{220 \text{ वोल्ट}} = 0.454 \text{ ऐम्पियर}$

प्रश्न 3. वैद्युत परिपथ के लिए किरचॉफ के नियमों का उल्लेख कीजिए और उनको परिपथ बनाकर समझाइए। (2012, 18)

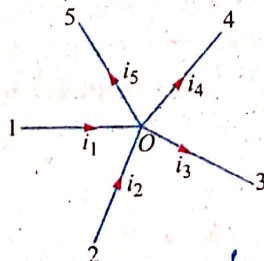
या किरचॉफ का धारा नियम लिखिए तथा धारा के लिए चिह्न परिपाटी भी बताइए। (2018)

या धारा व वोल्टता सम्बन्धी किरचॉफ का नियम लिखिए। (2015, 17)

उत्तर— किरचॉफ के नियम (Kirchhoff's Laws)—प्रथम नियम—

किसी वैद्युत परिपथ की किसी भी सन्धि पर मिलने वाली धाराओं का बीजगणितीय योग (algebraic sum) शून्य होता है; अर्थात् $\Sigma i = 0$

माना कि चालक जिनमें धाराएँ i_1, i_2, i_3, i_4 व i_5 बह रही हैं, सन्धि O पर मिलते हैं। चिह्न परिपाटी के अनुसार सन्धि की ओर आने वाली



धारा धनात्मक है। अतः i_1 व i_2 धनात्मक तथा i_3, i_4 व i_5 ऋणात्मक हैं। किरचॉफ के नियम के अनुसार,

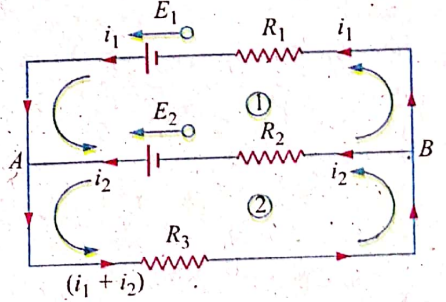
$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

या

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$$

स्पष्ट है कि परिपथ के किसी बिन्दु पर आने वाली धाराओं का योग वहाँ से जाने वाली धाराओं के योग के बराबर होता है। यह नियम आवेश के संरक्षण को व्यक्त करता है।

द्वितीय नियम— किसी वैद्युत परिपथ में प्रत्येक बन्दपाश के विभिन्न भागों में प्रवाहित होने वाली धाराओं एवं संगत प्रतिरोधों के गुणनफलों का बीजगणितीय योग उस पाश में लगने वाले समस्त वि० वा० बलों के बीजगणितीय योग के बराबर होता है।



अर्थात्

$$\Sigma iR = \Sigma E$$

इस नियम को लगाते समय धारा की दिशा में चलने पर धारा व इसके संगत प्रतिरोध का गुणनफल धनात्मक लेते हैं तथा सेल के वैद्युत-अपघट्य में ऋण इलेक्ट्रोड से धन इलेक्ट्रोड की ओर चलने पर वि० वा० बल धनात्मक लेते हैं। चित्र में दिखाये गये वैद्युत परिपथ में दो बन्दपाश (1) व (2) हैं। इस नियम के अनुसार बन्दपाश (1) के लिए—

$$i_1 R_1 - i_2 R_2 = E_1 - E_2$$

तथा बन्दपाश (2) के लिए, $i_2 R_2 + (i_1 + i_2) R_3 = E_2$

इन समीकरणों को हल करके i_1 व i_2 के मान ज्ञात किये जा सकते हैं। यह नियम ऊर्जा के संरक्षण को व्यक्त करता है।

प्रश्न 4. वैद्युत परिपथ के लिए किरचॉफ के नियमों का उल्लेख कीजिए तथा उनकी सहायता से किसी व्हीटस्टोन सेतु के सन्तुलित होने का सूत्र $\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$ व्युत्पादित कीजिए, जहाँ संकेतों का सामान्य अर्थ है। (2014, 19)

या व्हीटस्टोन सेतु का परिपथ चित्र खींचकर उसकी साम्यावस्था का प्रतिबन्ध निकालिए। (2014, 17)

या व्हीटस्टोन सेतु की संतुलन अवस्था में उसकी भुजाओं के प्रतिरोध में सम्बन्ध स्थापित कीजिए। (2017, 18)

या व्हीटस्टोन सेतु का परिपथ आरेख खींचिए तथा संतुलन के प्रतिबन्ध का व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2017)

या व्हीटस्टोन ब्रिज सिद्धान्त की संतुलन गति को लिखिए। (2018)

उत्तर— किरचॉफ के नियमों के लिए विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 3 का उत्तर देखिए।

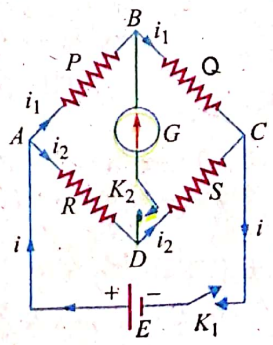
व्हीटस्टोन सेतु का सिद्धान्त— चित्र में व्हीटस्टोन सेतु व्यवस्था दिखायी गयी है।

जब व्हीटस्टोन सेतु में चतुर्भुज रूप में जुड़े प्रतिरोधों के मान इस प्रकार समायोजित किये जाएँ कि सेल की कुंजी K_1 तथा धारामापी की कुंजी K_2 दोनों बन्द करने पर धारामापी में कोई विक्षेप न आये तो इस दशा में सेतु सन्तुलित (balanced) कहा जाता है।

“सेतु की संतुलन अवस्था में सेतु (चतुर्भुज) की किन्हीं दो संलग्न भुजाओं में लगे प्रतिरोधों का अनुपात शेष दो संलग्न भुजाओं में लगे प्रतिरोधों के अनुपात के बराबर होता है।”

अर्थात्

$$P/Q = R/S$$



किरचॉफ के नियमों का उपयोग करके उपर्युक्त सम्बन्ध का निगमन—

चित्र में बन्दपाश ABDA में किरचॉफ का द्वितीय नियम लगाने पर,

$$i_1 \times P + 0 \times G - i_2 \times R = 0$$

(जहाँ G = धारामापी का प्रतिरोध तथा इसमें धारा = शून्य)

$$\text{अथवा } i_1 \times P = i_2 \times R \quad \dots(1)$$

इसी प्रकार, बन्दपाश BCDB में किरचॉफ का द्वितीय नियम लगाने पर

$$i_1 \times Q - i_2 \times S + 0 \times G = 0$$

$$\text{अथवा } i_1 \times Q = i_2 \times S \quad \dots(2)$$

समी० (1) को समी० (2) से भाग देने पर

$$\frac{i_1 \times P}{i_1 \times Q} = \frac{i_2 \times R}{i_2 \times S} \quad \text{अथवा} \quad \frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$

COMMON ERROR

- ★ परिपथ की कुंजी K_1 को सर्वप्रथम ऑन (ON) करने पर पूर्ण परिपथ में धारा प्रवाहित हो जाती है तथा विकर्ण BD के बिन्दु B व D समान विभव प्राप्त कर लेते हैं, अब कुंजी K_2 को ऑन करने पर विकर्ण BD में दोनों सिरों से उत्पन्न प्रेरित धाराएँ एक-दूसरे के प्रभाव को शून्य कर देती हैं तथा धारामापी में शून्य विक्षेप स्थिति अभिभावित रहती है।
- ★ यदि कुंजी K_2 को पहले ऑन (ON) कर दें तत्पश्चात् कुंजी K_1 को ऑन करें तब प्रेरित धारा के प्रभाव से धारामापी में अल्प समय के लिए विक्षेप स्थिति आ जाने के कारण सन्तुलन की स्थिति होते हुए भी सेतु के असन्तुलित होने का भ्रम हो सकता है।

important FACTS

- ★ व्हीटस्टोन सेतु में प्रतिरोधों P व Q की भुजाएँ अनुपाती भुजाएँ (ratio arms), प्रतिरोध R की भुजा ज्ञात भुजा (known arm) तथा प्रतिरोध S की भुजा अज्ञात भुजा (unknown arm) कहलाती है।
- ★ सन्तुलन की अवस्था में सेतु भुजा (BD) के सिरों पर विभव समान (विभवान्तर शून्य) होता है, अर्थात् $V_B = V_D$
- ★ सेतु के सन्तुलन की अवस्था में धारामापी तथा बैटरी की स्थिति परस्पर आपस में बदल देने पर सेतु की सन्तुलन अवस्था पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। अतः परिपथ की भुजाएँ BD व AC परस्पर संयुग्मी भुजाएँ (conjugate arms) कहलाती हैं।
- ★ सेतु की सुग्राहिता उस समय सबसे अधिक होती है जब प्रयुक्त किए गए चारों प्रतिरोध एक ही कोटि (order) के होते हैं।

प्रश्न 5. विभवमापी का सिद्धान्त चित्र खींचकर समझाइए। यह वोल्टमीटर से श्रेष्ठ क्यों है? (2017, 18)

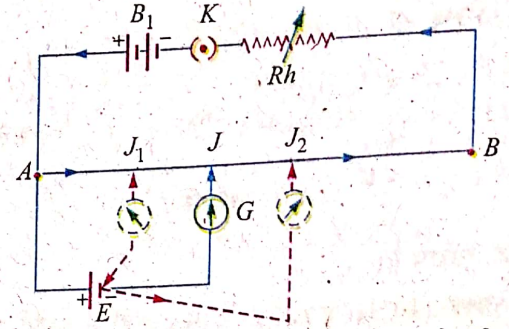
या हम सेल का विद्युत वाहक बल नापने के लिए वोल्टमीटर की अपेक्षा विभवमापी को वरीयता क्यों देते हैं? (2014)

या विभवमापी का सिद्धान्त समझाइए। इसकी सुग्राहिता किस प्रकार बढ़ाई जा सकती है? (2015, 18)

उत्तर— विभवमापी का सिद्धान्त— इसमें मुख्यतः एक लम्बा व एकसमान व्यास का धातु का प्रतिरोध-तार AB होता है। इसका एक सिरा A एक संचायक-बैटरी के धन-ध्रुव से जुड़ा होता है। बैटरी का ऋण-ध्रुव एक कुंजी (K) तथा एक धारा नियन्त्रक (Rh) के द्वारा तार के दूसरे सिरे B से जोड़ दिया जाता है। धारा नियन्त्रक के द्वारा तार AB में धारा को घटाया अथवा बढ़ाया जा सकता है।

E एक सेल है जिसका विद्युत वाहक बल नापना है। इसका धन-ध्रुव तार के A सिरे से जुड़ा होता है तथा ऋण-ध्रुव एक धारामापी G के द्वारा जौकी J से जुड़ा होता है जो तार पर खिसकाकर कहीं भी स्पर्श करायी जा सकती है।

बैटरी से विद्युत धारा तार के सिरे A से सिरे B की ओर को बहती है। अतः सेल E की ओर तार के प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत-विभव गिरता जाता है। तार की प्रति एकांक लम्बाई में विभव-पतन को विभव-प्रवणता कहते हैं तथा इसे K से प्रदर्शित करते हैं।



माना जौकी को J_1 पर स्पर्श कराते हैं, जबकि A और J_1 के बीच विभवान्तर, सेल E के वि० वा० बल से कम है। चूँकि बिन्दु A का विभव J_1 से ऊँचा है; अतः बैटरी B_1 की धारा AEJ_1 मार्ग से धारामापी में प्रवाहित होगी। परन्तु सेल E का धन-ध्रुव, बिन्दु A से जुड़ा है; अतः सेल की धारा AJ_1E मार्ग से धारामापी में प्रवाहित होगी। स्पष्ट है कि ये दोनों धाराएँ परस्पर विपरीत दिशाओं में हैं। परन्तु चूँकि सेल का वि० वा० बल बैटरी के कारण उत्पन्न A व J_1 के बीच विभवान्तर से अधिक है; अतः सेल की धारा की प्रधानता होगी। इस प्रकार AJ_1E की दिशा में प्रवाहित एक परिणामी धारा के कारण धारामापी की सूई एक ओर विक्षेपित हो जाएगी।

इसके विपरीत यदि जौकी को J_2 पर स्पर्श कराते हैं, जबकि A व J_2 के बीच विभवान्तर, सेल E के वि० वा० बल से अधिक हो, तो बैटरी B_1 की धारा की प्रधानता होगी। इस दशा में धारामापी में एक परिणामी धारा AEJ_2 दिशा में प्रवाहित होगी और धारामापी की सूई पहले से विपरीत दिशा में विक्षेपित हो जाएगी।

स्पष्ट है कि जौकी की दोनों स्थितियों J_1 व J_2 के मध्य में J एक ऐसा बिन्दु होगा, जहाँ पर जौकी को स्पर्श कराने पर धारामापी में कोई विक्षेप नहीं होगा। यह शून्य विक्षेप की स्थिति होगी और ऐसी स्थिति में A व J के मध्य विभवान्तर, सेल के वि० वा० बल के बराबर होगा।

माना तार में बहने वाली धारा का मान i है तथा तार की 1 सेमी लम्बाई का प्रतिरोध ρ है, तब

$$\text{विभव-प्रवणता } K = i\rho$$

यदि तार के भाग AJ की लम्बाई l सेमी हो तथा बिन्दु A व J के बीच विभवान्तर V हो, तो

$$V = Kl$$

शून्य विक्षेप स्थिति में, विभवान्तर V सेल के विद्युत वाहक बल E के बराबर होता है। अतः

$$E = Kl$$

विभवमापी की सुग्राहिता बढ़ाने के लिए विभवमापी के तार की लम्बाई बढ़ा दी जाती है जिस कारण विभव-प्रवणता कम हो जाती है और शून्य विक्षेप की स्थिति की दूरी (l) अधिक लम्बाई पर आती है।

वोल्टमीटर की तुलना में विभवमापी की श्रेष्ठता

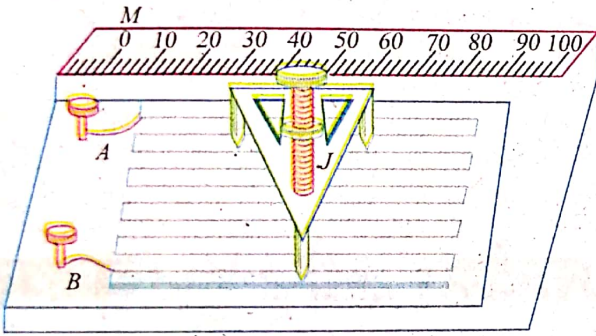
- जब हम सेल का वि० वा० बल विभवमापी से नापते हैं तो शून्य-विक्षेप स्थिति में सेल के परिपथ में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती; अर्थात् सेल खुले परिपथ पर होती है। अतः इस स्थिति में सेल के वि० वा० बल का वास्तविक मान प्राप्त होता है। इस प्रकार विभवमापी अनन्त प्रतिरोध के आदर्श वोल्टमीटर के समतुल्य है।
- वोल्टमीटर द्वारा वि० वा० बल नापने के लिए वोल्टमीटर में विक्षेप पढ़ना पड़ता है। विक्षेप के पढ़ने में त्रुटि रह सकती है। इसके विपरीत विभवमापी द्वारा वि० वा० बल अविक्षेप (null) विधि से नापा जाता है। इसमें तार पर

शून्य-विक्षेप स्थिति को पढ़ना होता है। शून्य-विक्षेप स्थिति में पढ़ने में अधिक-से-अधिक 1 मिमी की त्रुटि हो सकती है, जो नगण्य है।

प्रश्न 6. एक विभवमापी की संरचना तथा कार्यविधि का वर्णन कीजिए। इसके द्वारा सेल का विद्युत वाहक बल कैसे ज्ञात किया जाता है? (2011)
या विभवमापी का सिद्धान्त समझाइए। विभवमापी से किसी सेल का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए परिपथ आरेख खींचिए तथा प्रयुक्त सूत्र को प्राप्त कीजिए। (2013, 15)

या विभवमापी का संक्षिप्त वर्णन कीजिए। इसकी सहायता से किसी सेल का आन्तरिक प्रतिरोध कैसे ज्ञात करते हैं? (2015)

उत्तर— विभवमापी की संरचना—विभवमापी में मुख्यतः एक उच्च विशिष्ट प्रतिरोध व निम्न प्रतिरोध ताप गुणांक की मिश्रधातु (जैसे—कॉन्स्टेन्टन, मैंगनिन आदि) का 4 से 12 मीटर तक लम्बा एक समान व्यास का तार होता है। इस तार को एक-एक मीटर के समान्तर टुकड़ों के रूप में चित्र की भाँति एक लकड़ी के तख्ते पर बिछा देते हैं। तार के ये सभी टुकड़े ताँबे की मोटी पत्तियों के द्वारा श्रेणीक्रम में जोड़ दिये जाते हैं। इस सम्पूर्ण तार के प्रारम्भ होने वाले सिरे और अन्तिम सिरे पर क्रमशः संयोजक पेंच A और B लगा देते हैं। तारों की लम्बाई के समान्तर एक मीटर पैमाना M लगा रहता है, जिससे जौकी J की स्थिति पढ़ ली जाती है।



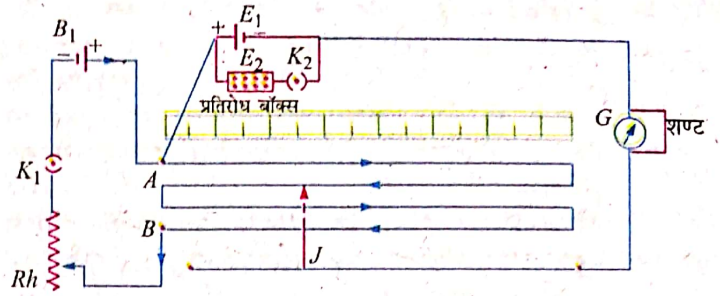
कार्यविधि अथवा कार्य सिद्धान्त—उपरोक्त विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 में पढ़िए।

विभवमापी द्वारा किसी सेल का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करना—इसके लिए विभवमापी के तार AB के सिरों के बीच एक संचायक सेल B_1 , धारा नियन्त्रक Rh व कुंजी K_1 चित्र के अनुसार जोड़ देते हैं। सेल B_1 का धन-ध्रुव तार के सिरे A से जोड़ा जाता है। अब जिस सेल का आन्तरिक प्रतिरोध r ज्ञात करना होता है, उसके धन सिरे को बिन्दु A से तथा ऋण सिरे को एक शट्युक्त धारामापी G द्वारा जौकी J से जोड़ देते हैं। इस सेल के समान्तर क्रम में चित्र के अनुसार एक प्रतिरोध बॉक्स व कुंजी K_2 डाल देते हैं। सर्वप्रथम कुंजी K_2 से प्लग को निकालकर सेल E को खुले परिपथ में रखा जाता है। अब कुंजी K_1 का प्लग लगाकर सेल E के लिए शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। मान लीजिए कि इस स्थिति में सिरे A से दूरी l_1 सेमी है। चूँकि खुले परिपथ पर सेल की प्लेटों के बीच विभवान्तर V इसके विद्युत वाहक बल E के बराबर है, अतः

$$E = Kl_1 \quad \dots(1)$$

जहाँ K तार AB की विभव-प्रवणता है।

अब प्रतिरोध बॉक्स में से कोई उचित प्रतिरोध R निकालकर कुंजी K_2 को बन्द कर देते हैं। इस दशा में प्रतिरोध R के सिरों के बीच लगने वाले विभवान्तर V के लिए तार AB पर शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। माना इस स्थिति की बिन्दु A से दूरी l_2 सेमी है, तब



$$V = Kl_2 \quad \dots(2)$$

समी० (1) को समी० (2) से भाग देने पर

$$\frac{E}{V} = \frac{Kl_1}{Kl_2} \quad \text{अथवा} \quad \frac{E}{V} = \frac{l_1}{l_2} \quad \dots(3)$$

$$\text{परन्तु सेल का आन्तरिक प्रतिरोध } r = R \left(\frac{E}{V} - 1 \right) \quad \dots(4)$$

समी० (3) से E/V का मान समी० (4) में रखने पर

$$r = R \left(\frac{l_1}{l_2} - 1 \right) \quad \dots(5)$$

इस सूत्र (5) से r के मान का परिकलन किया जा सकता है। l_1 व l_2 के अनेक प्रेक्षण लेते हैं और प्रत्येक प्रेक्षण से सेल के आन्तरिक प्रतिरोध का परिकलन करके औसत मान ज्ञात कर लेते हैं।

प्रश्न 7. विभवमापी की संरचना तथा कार्यविधि का वर्णन कीजिए। इसके द्वारा दो सेलों के वि० वा० बल की तुलना कैसे की जाती है? परिपथ आरेख बनाकर समझाइए। (2015)

उत्तर— विभवमापी की संरचना—उपरोक्त विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 6 में पढ़िए।

विभवमापी की कार्यविधि—उपरोक्त विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 में पढ़िए।
विभवमापी द्वारा दो सेलों के वि० वा० बल की तुलना—पहले विभवमापी के तार के सिरों A व B के बीच एक संचायक सेल अथवा बैटरी B_1 , धारा-नियन्त्रक Rh तथा एक कुंजी K_1 जोड़ देते हैं। B_1 का धन-ध्रुव तार के A सिरे से जोड़ा जाता है। अब जिन दो सेलों E_1 व E_2 के विद्युत वाहक बलों की तुलना करनी है, उनके धन-ध्रुवों को A से जोड़ देते हैं तथा ऋण-ध्रुवों को एक द्वि-मार्गी (two-way) कुंजी K_2 के द्वारा एक शट्युक्त धारामापी G से जोड़कर जौकी J से जोड़ देते हैं।

पहले कुंजी K_1 को लगाकर तार AB के सिरों के बीच विभवान्तर स्थापित करते हैं। अब पहले सेल E_1 को कुंजी K_2 के द्वारा परिपथ में डालते हैं और जौकी के द्वारा शून्य-विक्षेप स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। मान लो तार पर शून्य-विक्षेप स्थिति की बिन्दु A से दूरी l_1 सेमी है। तब

$$E_1 = Kl_1,$$

जहाँ K तार पर विभव-प्रवणता है। इसी प्रकार दूसरे सेल E_2 को कुंजी K_2 के द्वारा परिपथ में डालकर पुनः शून्य-विक्षेप स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। मान लो इस स्थिति की बिन्दु A से दूरी l_2 सेमी है। तब

$$E_2 = Kl_2; \quad \text{अतः} \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{l_1}{l_2},$$

इस सूत्र से E_1/E_2 की गणना कर सकते हैं।

यदि इनमें एक सेल प्रमाणिक सेल हो, जिसका विद्युत वाहक बल ज्ञात होता है तो दूसरी सेल का विद्युत वाहक बल ज्ञात किया जा सकता है।

विभवमापी में शून्य-विक्षेप की स्थिति में, सेल E_1 अथवा E_2 में कोई धारा नहीं बहती अर्थात् सेल खुले परिपथ में होती है। अतः विभवमापी से सेल का यथार्थ विद्युत वाहक बल प्राप्त होता है।

प्रश्न 8. आपके पास 12 सेलें हैं जिनमें से प्रत्येक का वि०वा०बल 1.5 वोल्ट तथा आन्तरिक प्रतिरोध 0.5 ओम है। इन सभी सेलों के संयोजन का प्रयोग करके 1.5 ओम के बाह्य प्रतिरोध में विद्युत धारा प्रवाहित करनी है। आप सेलों को किस प्रकार संयोजित करेंगे जिससे इस प्रतिरोध में अधिकतम धारा मिले? अधिकतम धारा का मान भी ज्ञात कीजिए। (2018)

हल— माना सेलों की m पंक्तियों को परस्पर समान्तर क्रम में व्यवस्थित किया गया है तथा प्रत्येक पंक्ति में n सेल परस्पर श्रेणी क्रम में जुड़े हैं—
 \therefore सेलों की कुल संख्या, $mn = 12$... (1)

सेलों की प्रत्येक पंक्ति का आन्तरिक प्रतिरोध $= nr$
 $= 0.5n$

m पंक्तियों का कुल आन्तरिक प्रतिरोध,

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{nr} + \frac{1}{nr} + \dots m \text{ तक} = \frac{m}{nr}$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{m}{0.5n} \Rightarrow r' = \frac{0.5n}{m}$$

अधिकतम धारा के लिए,

$$R = r' \text{ अथवा } 1.5 = \frac{0.5n}{m}$$

$$\frac{n}{m} = \frac{1.5}{0.5} = 3$$

\therefore समी० (1) व समी० (2) की गुणा करने पर

$$mn \times \frac{n}{m} = 12 \times 3$$

$$n^2 = 36$$

$$n = 6$$

n का मान समी० (1) में रखने पर,

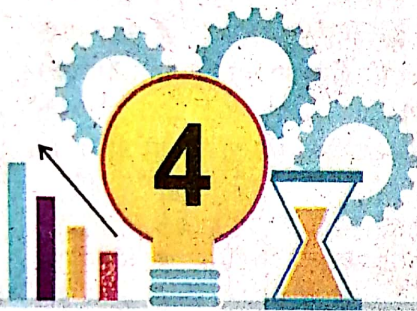
$$m \times 6 = 12 \Rightarrow m = 2$$

अतः सेलों की दो पंक्तियों को परस्पर समान्तर क्रम में संयोजित करेंगे जबकि प्रत्येक पंक्ति में 6 सेल परस्पर श्रेणीक्रम में लगे हों।

परिपथ में अधिकतम धारा,

$$I_{\max} = \frac{mnE}{mR + nr} = \frac{12 \times 1.5}{2 \times 1.5 + 6 \times 0.5}$$

$$= \frac{18}{3 + 3} = \frac{18}{6} = 3 \text{ ऐम्पियर}$$



गतिमान आवेश और चुम्बकत्व

Quick Review

- बायो-सेवर्ट के नियमानुसार, किसी धारावाही अल्पांश ($i \Delta l$) के कारण r दूरी पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $\Delta B = \frac{\mu_0 i \Delta l \sin \theta}{4\pi r^2}$
- निर्वात की वैद्युतशीलता (ϵ_0) तथा चुम्बकशीलता (μ_0) में सम्बन्ध $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$ जहाँ c निर्वात में प्रकाश की चाल है।
- परिमित लम्बाई के ऋजुरेखीय धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} (\sin \phi_1 + \sin \phi_2)$
जहाँ i चालक में प्रवाहित धारा, a उससे लम्बवत् दूरी तथा ϕ_1 व ϕ_2 उसके सिरों द्वारा चालक को प्रेक्षण बिन्दु से मिलाने वाली रेखा पर अन्तरित कोण है।
- अनन्त लम्बाई के ऋजुरेखीय धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}$
- वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 Ni}{2r}$
जहाँ N कुण्डली में फेरों की कुल संख्या, r कुण्डली की त्रिज्या व i उसमें प्रवाहित धारा है।
- वृत्ताकार धारावाही कुण्डली की अक्ष पर केन्द्र से x दूरी पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 NiR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$
- गतिमान आवेश के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 qv \sin \theta}{4\pi r^2}$

● लम्बी परिनालिका के भीतर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \mu_0 ni = \frac{\mu_0 Ni}{l}$

जहाँ N परिनालिका में फेरों की कुल संख्या, l परिनालिका की लम्बाई तथा n उसकी प्रति एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या है।

● अनन्त लम्बाई की परिनालिका के सिरे पर चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 ni}{2}$

● एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश पर बल $F = qvB\sin\theta$ अथवा $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$

● यदि L लम्बाई का चालक जिसमें i धारा बह रही है, एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में B से θ कोण बनाते हुए रखा हो तब उस पर कार्यरत बल $F = iLB\sin\theta$

● एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में लम्बवत् गति करते आवेशित कण के वृत्तीय पथ की त्रिज्या $r = \frac{mv}{qB} = \frac{\sqrt{2mK}}{qB}$

● कण का परिक्रमण काल $T = \frac{2\pi m}{qB}$, आवृत्ति $n = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$

● यदि धारामापी का प्रतिरोध G है तथा यह i_g धारा के लिए पूर्ण विक्षेप दर्शाता है तब उसे i परास के अमीटर में परिवर्तित करने के लिए आवश्यक शन्ट

$$S = \left(\frac{i_g}{i - i_g} \right) G$$

● यदि धारामापी का प्रतिरोध G है तथा यह i_g धारा के लिए पूर्ण विक्षेप देता है तब उसे V वोल्ट परास के वोल्टमीटर में परिवर्तित करने के लिए आवश्यक प्रतिरोध $R = (V/i_g) - G$

● बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित धारा लूप (चुम्बकीय द्विध्रुव) पर कार्यरत बल-युग्म का आघूर्ण $\tau = NiAB\sin\theta = MB\sin\theta$

● चुम्बकीय द्विध्रुव के कारण अक्षीय स्थिति में उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 2M}{4\pi r^3}$

● चुम्बकीय द्विध्रुव के कारण निरक्षीय स्थिति में उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3}$

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. गतिशील आवेश उत्पन्न करता है-

(2013)

या धारावाही चालक के चारों ओर उत्पन्न क्षेत्र होता है-

(2019)

- (i) केवल वैद्युत क्षेत्र
- (ii) केवल चुम्बकीय क्षेत्र
- (iii) वैद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र दोनों
- (iv) वैद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र में से कोई नहीं

उत्तर— (iii) वैद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र दोनों

प्रश्न 2. एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न किया जा सकता है-

(2015)

- (i) केवल गतिमान आवेश द्वारा
- (ii) केवल बदलते वैद्युत क्षेत्र द्वारा
- (iii) (i) तथा (ii) दोनों के द्वारा
- (iv) इनमें से किसी के द्वारा नहीं

उत्तर— (iii) (i) तथा (ii) दोनों के द्वारा

प्रश्न 3. चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का मात्रक होता है-

(2011)

या चुम्बकीय क्षेत्र का मात्रक होता है-

(2015, 16)

- (i) वेबर \times मीटर²
- (ii) वेबर/मीटर²
- (iii) वेबर
- (iv) वेबर/मीटर

उत्तर— (ii) वेबर/मीटर²

प्रश्न 4. $(\mu_0 \epsilon_0)^{-1/2}$ का मान है-

(2011, 14, 16, 18, 19)

- (i) 3×10^8 सेमी/सेकण्ड
- (ii) 3×10^{10} सेमी/सेकण्ड
- (iii) 3×10^9 सेमी/सेकण्ड
- (iv) 3×10^8 किमी/सेकण्ड

उत्तर— (ii) 3×10^{10} सेमी/सेकण्ड

प्रश्न 5. एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B में बल रेखाओं के समान्तर एक इलेक्ट्रॉन जिसका आवेश e है, वेग v से चलता है। इलेक्ट्रॉन पर लगने वाला बल है-

(2011, 14)

- (i) evB
- (ii) शून्य
- (iii) $\frac{ev}{B}$
- (iv) $\frac{Bv}{e}$

उत्तर— (ii) शून्य

प्रश्न 6. m द्रव्यमान का कण जिस पर आवेश q है एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत् वेग v से प्रविष्ट होता है। इसके पथ की त्रिज्या होगी-

(2014)

- (i) $\frac{m}{qB}$
- (ii) $\frac{m}{qvB}$
- (iii) $\frac{2m}{qB}$
- (iv) $\frac{mv}{qB}$

उत्तर— (iv) $\frac{mv}{qB}$

प्रश्न 7. किसी समान चुम्बकीय क्षेत्र में एक इलेक्ट्रॉन क्षेत्र के लम्बवत् दिशा में प्रवेश करता है। इलेक्ट्रॉन का पथ होगा-

(2013, 15, 17)

- (i) परवलयाकार
- (ii) दीर्घवृत्ताकार
- (iii) वृत्ताकार
- (iv) सरल रैखिक

उत्तर— (iii) वृत्ताकार

प्रश्न 8. चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण का मात्रक है-

(2011, 12)

- (i) न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर
- (ii) ऐम्पियर-मीटर²
- (iii) वेबर/मीटर²
- (iv) हेनरी

उत्तर— (ii) ऐम्पियर-मीटर²

प्रश्न 9. एक वृत्तीय धारा लूप का चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण M है। यदि धारा लूप की त्रिज्या आधी कर दी जाए तब चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण होगा—

(2014)

- (i) M (ii) $\frac{M}{2}$ (iii) $\frac{M}{4}$ (iv) $4M$

उत्तर— (ii) $\frac{M}{2}$

प्रश्न 10. यदि किसी A क्षेत्रफल वाले कुण्डली में धारा i बह रही है और फेरों की संख्या N है, तब कुण्डली का चुम्बकीय आघूर्ण M होगा— (2018)

- (i) NiA (ii) Ni/A (iii) Ni/\sqrt{A} (iv) N^2Ai

उत्तर— (i) NiA

प्रश्न 11. एक वृत्ताकार छल्ले का क्षेत्रफल 1.0 सेमी² है तथा इसमें 10.0 ऐम्पियर धारा प्रवाहित हो रही है। 0.1 टेस्ला तीव्रता का चुम्बकीय क्षेत्र छल्ले के तल के लम्बवत् लगाया जाता है। चुम्बकीय क्षेत्र के कारण छल्ले पर लगने वाला बल-आघूर्ण होगा— (2015)

- (i) शून्य (ii) 10^{-4} न्यूटन-मी
(iii) 10^{-2} न्यूटन-मी (iv) 1.0 न्यूटन-मी

उत्तर— (iv) 1.0 न्यूटन-मी

प्रश्न 12. चुम्बकीय क्षेत्र (\vec{B}) में वेग (\vec{v}) से गतिमान आवेश q के एक कण पर लगने वाला बल (\vec{F}) है— (2017, 18)

- (i) $\frac{q}{\vec{v} \times \vec{B}}$ (ii) $\frac{\vec{v} \times \vec{B}}{q}$
(iii) $q(\vec{v} \times \vec{B})$ (iv) $\vec{v} \times q \times \vec{B}$

उत्तर— (iii) $q(\vec{v} \times \vec{B})$

प्रश्न 13. एक वृत्ताकार लूप का पृष्ठ क्षेत्रफल A तथा इसमें प्रवाहित धारा i है। चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B लूप के तल के लम्बवत् है। चुम्बकीय क्षेत्र के कारण लूप में लगने वाला बल आघूर्ण है— (2017)

- (i) BiA (ii) $2BiA$ (iii) $\frac{1}{2}BiA$ (iv) शून्य

उत्तर— (i) BiA

प्रश्न 14. चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत् v वेग से चलने वाले आवेश q पर लगने वाले बल F का मान है— (2016, 18)

- (i) $F = qvB$ (ii) $F = \frac{qv}{B}$ (iii) $F = \frac{qB}{v}$ (iv) $F = \frac{Bv}{q}$

उत्तर— (i) $F = qvB$

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. लॉरेंज बल क्या है? (2018)

या एक इलेक्ट्रॉन (आवेश e) $+X$ अक्ष की दिशा में v चाल से, समरूप चुम्बकीय क्षेत्र B जो $-Y$ अक्ष की दिशा में है, प्रवेश करता है। इलेक्ट्रॉन पर कार्य करने वाले बल का सूत्र एवं दिशा ज्ञात कीजिए। (2015)

उत्तर— चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश (इलेक्ट्रॉन) पर लगने वाले चुम्बकीय बल को लॉरेंज बल कहते हैं। यदि q आवेश v वेग से चुम्बकीय क्षेत्र B की दिशा से θ कोण पर गति करे, तो उस पर कार्य करने वाला लॉरेंज बल $F = qvB \sin \theta$ बल की दिशा \vec{v} तथा \vec{B} दोनों के लम्बवत् होती है।

प्रश्न 2. q आवेश वाला कोई कण v वेग से एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B में समान्तर दिशा में गति कर रहा है। इस कण पर लगने वाले बल का मान कितना होगा? (2016)

उत्तर— $F = qvB \sin \theta = qvB \sin 0^\circ = 0$ अर्थात् शून्य।

extra shots

★ चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेशित कण पर कार्यरत चुम्बकीय बल $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ की दिशा सदैव गति की दिशा (वेग) के लम्बवत् होती है, जिसके फलस्वरूप चुम्बकीय बल द्वारा आवेशित कण पर कार्यरत कार्य $(W = F \cdot s \cos 90^\circ = 0)$ शून्य होता है। अतः एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेशित कण की चाल तथा गतिज ऊर्जा नियत रहती है।

प्रश्न 3. परमाणु में परिक्रमण करने वाले इलेक्ट्रॉन के लिए चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण का सूत्र लिखिए। प्रयुक्त संकेतों के अर्थ बताइए। (2016)

उत्तर— $M = NiA$

जहाँ, N = फेरों की संख्या, i = कक्षा के किसी बिन्दु से 1 सेकण्ड में गुजरने वाला आवेश तथा A = लूप के परिच्छेद का क्षेत्रफल

प्रश्न 4. एक चुम्बक के अक्षीय स्थिति में 10 सेमी दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता 2.0×10^{-4} टेस्ला है। चुम्बक का चुम्बकीय आघूर्ण तथा उसके निरक्षीय स्थिति में 20 सेमी की दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की गणना कीजिए। (2015)

हल— अक्षीय स्थिति में चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{2M}{r^3} \Rightarrow 10^{-7} \times \frac{2M}{(10 \times 10^{-2})^3}$$

$$[\because B = 2.0 \times 10^{-4} \text{ टेस्ला}]$$

$$\Rightarrow M = 1 \text{ ऐम्पियर-मीटर}^2$$

निरक्षीय स्थिति में चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता,

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{M}{r^3} = 10^{-7} \times \frac{1}{(20 \times 10^{-2})^3}$$

$$= 0.125 \times 10^{-4} \text{ टेस्ला}$$

प्रश्न 5. एक इलेक्ट्रॉन 0.1 न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर के एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में लम्बवत् 10^5 मीटर/सेकण्ड की चाल से प्रवेश करता है। इलेक्ट्रॉन पर लॉरेंज बल का मान ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— दिया है, $B = 0.1$ न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर, $v = 10^5$ मी/सेकण्ड लॉरेंज बल, $F = qvB$

$$= 16 \times 10^{-19} \times 10^5 \times 0.1$$

$$= 1.6 \times 10^5 \text{ न्यूटन}$$

प्रश्न 6. एक सीधे लम्बे तार से 2.0 सेमी दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता 10^{-6} टेस्ला है। तार में वैद्युत धारा ज्ञात कीजिए। (2015)

हल— दिया है, $r = 2.0$ सेमी $= 2 \times 10^{-2}$ मीटर, $B = 10^{-6}$ टेस्ला

$$\therefore \text{वैद्युत धारा, } i = \frac{2\pi}{\mu_0} Br = \frac{1}{2 \times 10^{-7}} \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-2} = 10^{-1}$$

$$= 0.1 \text{ ऐम्पियर}$$

प्रश्न 7. एक लम्बे सीधे तार में 10 ऐम्पियर वैद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। इससे 10 सेमी दूरी पर स्थित बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— दिया है, $i = 10$ ऐम्पियर तथा $r = 10$ सेमी $= 10 \times 10^{-2}$ मी

$$\therefore \text{चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता, } B = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{i}{r} \right) = \frac{10^{-7} \times 10}{10 \times 10^{-2}} = 10^{-5} \text{ टेस्ला}$$

प्रश्न 8. साइक्लोट्रॉन किस सिद्धान्त पर कार्य करता है? (2016)

उत्तर— साइक्लोट्रॉन के कार्य करने का सिद्धान्त यह है कि डीज के बीच लगने वाले प्रत्यावर्ती विभवान्तर की रेडियो आवृत्ति, डीज के भीतर आवेशित कण के परिक्रमण की आवृत्ति के बराबर होनी चाहिए।

प्रश्न 9. $\mu_0 \epsilon_0$ का मान ज्ञात कीजिए। संकेतों के सामान्य अर्थ हैं।

$$\text{हल— } \frac{1}{9 \times 10^{16}} \left(\frac{\text{कूलॉम}}{\text{ऐम्पियर} \times \text{मीटर}} \right)^2 \quad (2017, 18)$$

प्रश्न 10. $\mu_0 \epsilon_0$ का विमीय सूत्र लिखिए।

उत्तर— $[L^{-2}T^2]$

प्रश्न 11. दिखाइए कि निर्वात में प्रकाश की चाल $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ होती है। (2015)

$$\text{हल— हम जानते हैं कि, } \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ न्यूटन/ऐम्पियर}^2 \quad \dots(1)$$

$$\frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 9.0 \times 10^9 \text{ न्यूटन-मीटर}^2/\text{कूलॉम}^2 \quad \dots(2)$$

समी० (1) को समी० (2) से भाग करने पर,

$$\mu_0 \epsilon_0 = \frac{10^{-7}}{9 \times 10^9} = \frac{1}{9 \times 10^{16}} \left(\frac{\text{कूलॉम}}{\text{ऐम्पियर-मीटर}} \right)^2$$

$$\therefore \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \quad \left[\because c = 3 \times 10^8 \frac{\text{मीटर}}{\text{सेकण्ड}} \right]$$

$$\therefore c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

प्रश्न 12. ऐम्पियर का परिपथीय नियम लिखिए। (2014, 15, 17, 18)

उत्तर— “किसी बन्द वक्र के परितः चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का रेखा-समाकलन (line-integral) उस बन्द वक्र द्वारा घिरे क्षेत्रफल में से गुजरने वाली कुल वैद्युत धारा का μ_0 गुना होता है, जहाँ μ_0 निर्वात की निरपेक्ष चुम्बकशीलता है।” अर्थात् $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot i$

जिसमें i पथ द्वारा घिरी नेट धारा है तथा C बन्द पथ की सीमा है।

प्रश्न 13. लम्बी धारावाही परिनालिका के भीतरी अक्ष पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय बल क्षेत्र का सूत्र लिखिए। (2011, 12, 18)

$$\text{उत्तर— } B = \frac{\mu_0 Ni}{l} = \mu_0 ni \text{ न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर}$$

जहाँ $n = N/l$ परिनालिका की प्रति मीटर लम्बाई में फेरे हैं।

प्रश्न 14. तार की एक वृत्ताकार कुंडली में 100 फेरे हैं, प्रत्येक की त्रिज्या 8.0 cm है और इनमें 0.40A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुंडली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है? (NCERT)

हल— दिया है, कुण्डली में तार के फेरों की संख्या $n = 100$
प्रत्येक फेरे की त्रिज्या $r = 8.0$ सेमी $= 8.0 \times 10^{-2}$ मीटर
कुण्डली में प्रवाहित धारा $i = 0.40$ ऐम्पियर

कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण $B = ?$

$$\text{सूत्र } B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi ni}{r} \text{ से, } B = \frac{10^{-7} \times 2 \times 3.14 \times 100 \times 0.40}{8 \times 10^{-2}} = 3.14 \times 10^{-4} \text{ टेस्ला}$$

प्रश्न 15. एक 1.00 सेमी² क्षेत्रफल के धारा लूप में 2 ऐम्पियर धारा प्रवाहित हो रही हो तो उत्पन्न चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण का मान ज्ञात कीजिए। (2019)

उत्तर— दिया है, $A = 1.00$ सेमी², $i = 2$ ऐम्पियर

$$\therefore \text{चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण, } M = iA = 1.00 \times 2 = 2.00 \text{ ऐम्पियर-मी}^2$$

प्रश्न 16. दो समान्तर धारावाही ऋजुरेखीय तारों के बीच लगने वाले बल का सूत्र लिखिए। (2016)

$$\text{उत्तर— } \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r} \text{ या } \frac{F}{L} = 2 \times 10^{-7} \left(\frac{i_1 i_2}{r} \right) \text{ न्यूटन/मीटर}$$

जहाँ, i_1, i_2 = चालकों में प्रवाहित धाराएँ तथा r = चालकों के मध्य दूरी

प्रश्न 17. दो समान्तर धारावाही चालकों के बीच लगने वाले बल की प्रकृति कब आकर्षण तथा कब प्रतिकर्षण होती है? (2018)

उत्तर— यदि दो समान्तर धारावाही चालकों में धाराएँ एक ही दिशा में हैं तो वे एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं। यदि दोनों चालकों में धाराएँ विपरीत दिशाओं में हैं तो वे एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं।

प्रश्न 18. किसी धारावाही अल्पांश dl से r दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र के लिए बायो-सेवर्ट नियम को सदिश रूप में लिखिए। (2017)

$$\text{उत्तर— } d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i(d\vec{l} \times \vec{r})}{r^3}$$

प्रश्न 19. चल-कुण्डल धारामापी की सुग्राहिता से क्या तात्पर्य है? (2014)

उत्तर— यदि किसी धारामापी में थोड़ी-सी धारा प्रवाहित करने से ही पर्याप्त विक्षेप आ जाए तो धारामापी को सुग्राही कहते हैं। कुण्डली में एकांक धारा प्रवाहित करने पर उसमें उत्पन्न विक्षेप को धारामापी की सुग्राहिता कहते हैं।

प्रश्न 20. चल कुण्डली धारामापी की धारा-सुग्राहिता का व्यंजक लिखिए। (2019)

उत्तर— धारामापी की धारा-सुग्राहिता इसमें प्रवाहित प्रति एकांक धारा के लिए उत्पन्न विक्षेप के बराबर होती है।

$$i_s = \frac{\phi}{i} = \frac{NAB}{c}$$

प्रश्न 21. एक धारामापी को वोल्टमीटर में कैसे बदलते हैं? (2014)

उत्तर— श्रेणीक्रम में उच्च प्रतिरोध जोड़ने पर धारामापी वोल्टमीटर में परिवर्तित हो जाता है।

प्रश्न 22. किसी चल कुण्डली धारामापी का ऐमीटर और वोल्टमीटर में कैसे रूपान्तरण किया जाता है? (2015)

उत्तर— (i) धारामापी की कुण्डली के समान्तर में लघु प्रतिरोध (शंट) लगा देते हैं, जिसका मान ऐमीटर की परास पर निर्भर करता है। इस प्रकार चल कुण्डली धारामापी का ऐमीटर में रूपान्तरण हो जाता है।

(ii) श्रेणीक्रम में उच्च प्रतिरोध जोड़ने पर धारामापी वोल्टमीटर में परिवर्तित हो जाता है।

प्रश्न 23. 99 ओम प्रतिरोध के चल कुण्डली धारामापी में मुख्य धारा का 10% भेजने के लिए आवश्यक शंट के प्रतिरोध का मान ज्ञात कीजिए। (2016)

हल— दिया है, धारामापी का प्रतिरोध $G = 99 \Omega$

माना मुख्य धारा $i = 100$ ऐम्पियर

विक्षेप के लिए आवश्यक धारा $i_g = 10$ ऐम्पियर

$$\therefore \text{आवश्यक शन्ट का प्रतिरोध } S = \frac{Gi_g}{i - i_g} = \frac{99 \times 10}{100 - 10} = \frac{99 \times 10}{90} = 11 \Omega$$

प्रश्न 24. चुम्बकीय बल रेखाओं एवं वैद्युत बल रेखाओं में अन्तर लिखिए।

हल— (i) चुम्बकीय बल रेखाएँ बन्द वक्र में होती हैं जबकि वैद्युत बल रेखाएँ बन्द वक्र में नहीं होती हैं। इसका मुख्य कारण चुम्बकीय ध्रुव का विलगित नहीं होना है जबकि धनावेश एवं ऋणावेश विलगित अवस्था में प्राप्त किए जा सकते हैं।

(ii) चुम्बकीय बल रेखाओं का किसी चुम्बकीय पदार्थ से किसी भी कोण पर निर्गमन अथवा आगमन सम्भव होता है। जबकि वैद्युत बल रेखाओं का किसी चालक पदार्थ से लम्बवत् निर्गमन अथवा आगमन होता है।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. एक इलेक्ट्रॉन-धारा में इलेक्ट्रॉन का वेग 2.0×10^7 मीटर/सेकण्ड है। इलेक्ट्रॉन 1.6×10^3 वोल्ट/मीटर के स्थिर वैद्युत क्षेत्र के लम्बवत् दिशा में 10 सेमी चलने में 3.4 मिमी विक्षेपित हो जाता है। इलेक्ट्रॉन के विशिष्ट आवेश की गणना कीजिए। (2013, 18)

हल— यदि कोई इलेक्ट्रॉन E तीव्रता के वैद्युत क्षेत्र में v वेग से लम्बवत् प्रवेश करके इस क्षेत्र में x दूरी तय करने पर y दूरी ऊर्ध्वाधरतः विक्षेपित हो जाए, तो

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{eE}{mv^2} \right) x^2$$

अतः विशिष्ट आवेश $\left(\frac{e}{m} \right) = \frac{2yx^3}{Ex^2}$

यहाँ $v = 2.0 \times 10^7$ मी/से, $E = 1.6 \times 10^3$ वोल्ट/मीटर

$y = 3.4 \times 10^{-3}$ मीटर, $x = 10$ सेमी $= 10 \times 10^{-2}$ मी $= 10^{-1}$ मी

$$\therefore \text{विशिष्ट आवेश } \left(\frac{e}{m} \right) = \left[\frac{2 \times (3.4 \times 10^{-3}) \times (2.0 \times 10^7)^2}{1.6 \times 10^3 \times (10^{-1})^2} \right] \text{ कूलॉम/किग्रा} = 1.7 \times 10^{11} \text{ कूलॉम/किग्रा}$$

प्रश्न 2. 0.5 एंगस्ट्रॉम त्रिज्या के वृत्त में एक इलेक्ट्रॉन 3×10^5 चक्कर/सेकण्ड की दर से घूमता है। वृत्त के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— वृत्ताकार मार्ग की त्रिज्या $(r) = 0.5 \text{ \AA} = 0.5 \times 10^{-10}$ मी

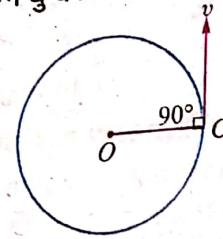
इलेक्ट्रॉन की चाल $(v) = 3 \times 10^5$ चक्कर/से

आवेश $(q) = e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

इलेक्ट्रॉन की वृत्तीय पथ पर गति के कारण केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 qv \sin 90^\circ}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 qv}{4\pi r^2} = 10^{-7} \times \frac{(1.6 \times 10^{-19}) \times (3 \times 10^5)}{(0.5 \times 10^{-10})^2} = 1.9 \text{ टेस्ला}$$

प्रश्न 3. 2×10^{-10} मी त्रिज्या के वृत्ताकार मार्ग पर एक इलेक्ट्रॉन 3×10^6 मी/से की एक समान चाल से चक्कर लगा रहा है। वृत्ताकार मार्ग के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की गणना कीजिए। (2017)



हल— वृत्ताकार मार्ग की त्रिज्या $(r) = 2 \times 10^{-10}$ मी
इलेक्ट्रॉन की चाल $(v) = 3 \times 10^6$ मी/से
आवेश $(q) = e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम
वृत्ताकार मार्ग के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र,

$$B = \frac{\mu_0 qv \sin \theta}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 qv}{4\pi r^2} = \frac{10^{-7} \times (1.6 \times 10^{-19}) \times (3 \times 10^6)}{(2 \times 10^{-10})^2} = 1.2 \text{ टेस्ला}$$

प्रश्न 4. 6×10^{-4} टेस्ला के चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् दिशा में 3×10^7 मी/से से गतिमान हैं किसी इलेक्ट्रॉन (द्रव्यमान 9×10^{-31} kg तथा आवेश 1.6×10^{-19} C) के पथ की त्रिज्या क्या है? इसकी क्या आवृत्ति होगी? इसकी ऊर्जा keV में परिकलित कीजिए। (1 eV = 1.6×10^{-19} J) (NCERT)

हल— दिया है, चुम्बकीय क्षेत्र, $B = 6 \times 10^{-4}$ टेस्ला, इलेक्ट्रॉन का वेग, $v = 3 \times 10^7$ मी/से, $m = 9 \times 10^{-31}$ किग्रा तथा $e = 1.6 \times 10^{-19}$

$$\therefore \text{पथ की त्रिज्या, } r = \frac{mv}{eB} = \frac{9 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^7}{1.6 \times 10^{-19} \times 6 \times 10^{-4}} = 2.8 \times 10^{-1} \text{ मीटर} = 28 \text{ सेमी}$$

$$\text{आवृत्ति } \nu = \frac{v}{2\pi r} = \frac{3 \times 10^7}{2 \times 3.14 \times 28 \times 10^{-2}}$$

$$= 17.0 \times 10^6 \text{ Hz} = 17 \text{ MHz}$$

$$\therefore E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^7)^2 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{14} = 40.5 \times 10^{-17} \text{ J} = 4 \times 10^{-16} \text{ J} = \frac{4 \times 10^{-16}}{1.6 \times 10^{-16}} \text{ keV} = 2.5 \text{ keV}$$

प्रश्न 5. दो लम्बे सीधे तार, जिनमें प्रत्येक में 5.0 ऐम्पियर धारा प्रवाहित हो रही है, एक-दूसरे के समान्तर 2.5 सेमी की दूरी पर रखे हैं। तारों की 10.0 सेमी लम्बाई पर लगने वाला बल ज्ञात कीजिए। (2015, 18)

हल— हम जानते हैं कि, $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i_1 i_2}{r}$

जहाँ, $L = 10$ सेमी $= 10^{-1}$ मीटर, $\frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \times 10^{-7}$ न्यूटन/ऐम्पियर²

$$i_1 = i_2 = 5 \text{ ऐम्पियर, } r = 2.5 \text{ सेमी} = \frac{1}{40} \text{ मीटर}$$

\therefore तारों की 10 सेमी लम्बाई पर लगने वाला बल,

$$F = 2 \times 10^{-7} \times \frac{(5)^2}{1/40} \times 10^{-1} = 2 \times 10^{-5} \text{ न्यूटन}$$

प्रश्न 6. एक-दूसरे से 4.0 cm की दूरी पर रखे दो लम्बे, सीधे, समान्तर तारों A एवं B से क्रमशः 8.0 A एवं 5.0 A की विद्युत धाराएँ एक ही दिशा में प्रवाहित हो रही हैं। तार A के 10 cm खण्ड पर बल का आकलन कीजिए। (NCERT)

हल— परस्पर समान्तर दो लम्बे सीधे धारावाही तारों के बीच प्रत्येक तार की एकांक लम्बाई पर कार्य करने वाला पारस्परिक बल

$$\left(\frac{F}{L}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{2i_1 \cdot i_2}{r}\right)$$

यहाँ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ न्यूटन/ऐम्पियर²,

$$i_1 = 8.0 \text{ A}, i_2 = 5.0 \text{ A}; r = 4 \times 10^{-2} \text{ मीटर}$$

$$\left(\frac{F}{L}\right) = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{4\pi} \left(\frac{2 \times 8.0 \times 5.0}{4 \times 10^{-2}}\right) \text{ न्यूटन/मीटर}$$

$$= 2.0 \times 10^{-4} \text{ न्यूटन/मीटर}$$

अतः A तार की लम्बाई $l = 10$ सेमी = 0.10 मीटर खण्ड पर लगने वाला बल

$$F = (F/L) \times l = 2.0 \times 10^{-4} \text{ न्यूटन/मीटर} \times 0.10 \text{ मीटर}$$

$$= 0.20 \times 10^{-4} \text{ न्यूटन}$$

प्रश्न 7. हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन 5.0×10^{11} मी त्रिज्या की कक्षा में 2×10^6 मी/से की चाल से गति कर रहा है। परमाणु का चुम्बकीय आघूर्ण ज्ञात कीजिए। (2017)

या एक परमाणु में इलेक्ट्रॉन 0.50 \AA त्रिज्या की कक्षा में 4×10^{15} चक्कर/से से घूम रहा है। परमाणु के चुम्बकीय आघूर्ण का मान ज्ञात कीजिए। (2018)

या एक परमाणु में एक इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर 6.6×10^4 मी/से के वेग से 0.7 \AA त्रिज्या की कक्षा में घूम रहा है। इसके तुल्य विद्युत धारा तथा इसके तुल्य चुम्बकीय आघूर्ण की गणना कीजिए। (2018, 19)

हल— दिया है, $r = 5 \times 10^{-11}$ मी, $v = 2 \times 10^6$ मी/से

$$i = \frac{e \times v}{2\pi r} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^6}{2\pi \times 5 \times 10^{-11}}$$

$$= \frac{1.6}{5\pi} \times 10^{-2}$$

$$A = \pi r^2 = \pi \times (5 \times 10^{-11})^2 = 25\pi \times 10^{-22}$$

चुम्बकीय आघूर्ण, $M = iA$

$$= \frac{1.6}{5\pi} \times 10^{-2} \times 25\pi \times 10^{-22}$$

$$= 8.0 \times 10^{-24} \text{ ऐम्पियर-मीटर}^2$$

[संकेत—या वाले प्रश्न उपर्युक्त की भाँति स्वयं करें।]

प्रश्न 8. एक धारामापी में 30 विभाजन हैं तथा उसकी धारा संवेदिता $20 \mu\text{A}$ प्रति विभाजन है। यदि इसका प्रतिरोध 20Ω हो, तो इसे 1 A तक पढ़ने वाले अमीटर में किस प्रकार बदलेंगे? (2018)

हल— दिया है, $i = 1$ ऐम्पियर, $G = 20 \Omega$

$i_g =$ संवेदिता \times कुल विभाजन

$$= 20 \times 10^{-6} \times 30 = 6 \times 10^{-4} \text{ ऐम्पियर}$$

$$\text{सूत्र } S = \frac{i_g}{i - i_g} \times G \text{ से,}$$

$$\text{आवश्यक शंट का प्रतिरोध, } S = \left(\frac{6 \times 10^{-4}}{1 - 6 \times 10^{-4}}\right) \times 20$$

$$= \left(\frac{6 \times 10^{-4}}{0.9994}\right) \times 20 = 0.012 \Omega$$

$$\text{अमीटर का कुल प्रतिरोध, } G' = \frac{G \times S}{G + S} = \frac{20 \times 0.012}{20 + 0.012}$$

$$= 12 \times 10^{-3} \Omega$$

प्रश्न 9. किसी गैल्वेनोमीटर की कुंडली का प्रतिरोध 15Ω है। 4 mA की विद्युत धारा प्रवाहित होने पर यह पूर्णस्केल विक्षेप दर्शाता है। आप इस गैल्वेनोमीटर को 0 से 6 A परास वाले अमीटर में कैसे रूपान्तरित करेंगे? (NCERT)

हल— दिया है, $G = 15 \Omega$, $i_g = 4 \text{ mA} = 4.0 \times 10^{-3} \text{ A}$, $i = 6 \text{ A}$ गैल्वेनोमीटर को 0–i ऐम्पियर धारा परास वाले अमीटर में बदलने के लिए इसके पार्श्वक्रम में एक सूक्ष्म प्रतिरोध S (शण्ट) जोड़ना होगा, जहाँ

$$(i - i_g) \times S = i_g \times G$$

$$\therefore S = \frac{i_g \times G}{i - i_g} = \frac{4.0 \times 10^{-3} \times 15}{6 - 4.0 \times 10^{-3}} = \frac{60 \times 10^{-3}}{6.000 - 0.004}$$

$$= \frac{60 \times 10^{-3}}{5.996} = 0.01 \Omega = 10 \text{ m}\Omega$$

अतः इसके समान्तर क्रम में $10 \text{ m}\Omega$ का प्रतिरोध जोड़ना होगा।

प्रश्न 10. एक धारामापी का प्रतिरोध 50Ω है तथा पूरे स्केल के विक्षेप के लिए धारा का मान 0.05 A है। इस धारामापी को 5 A परास के अमीटर में बदलने के लिए कितनी लम्बाई के शंट की आवश्यकता होगी? तार का परिच्छेद क्षेत्रफल $= 2.97 \times 10^{-2} \text{ सेमी}^2$ तथा तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध $= 5 \times 10^{-7} \Omega\text{m}$. (2019)

हल— दिया है, धारामापी का प्रतिरोध $R_g = 50 \Omega$ धारा, $i_g = 0.05 \text{ A}$ अमीटर धारा, $i = 5 \text{ A}$, तार का परिच्छेद क्षेत्रफल $= 2.97 \times 10^{-2} \text{ सेमी}^2$

$$= 2.97 \times 10^{-2} \times 10^{-4} \text{ मी}^2$$

$$= 2.97 \times 10^{-6} \text{ मी}^2$$

तथा तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध, $= 5 \times 10^{-7} \Omega\text{m}$

$$\therefore S = \frac{50 \times 0.05}{5 - 0.05} \Omega = \frac{50}{99} \Omega$$

साथ ही,

$$S = \rho \frac{l}{\pi r^2} \Rightarrow l = \frac{\pi r^2 S}{\rho}$$

$$= \frac{2.97 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-7}} \times \frac{50}{99} = \frac{2.97 \times 50}{0.5 \times 99} = 3 \text{ m}$$

अतः धारामापी को 5 A परास के अमीटर में बदलने के लिए 3 m लम्बाई के शंट की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 11. चुम्बकीय द्विध्रुव-आघूर्ण की परिभाषा लिखिए। चुम्बकीय द्विध्रुव-आघूर्ण सदिश राशि है अथवा अदिश राशि? इसका मात्रक भी लिखिए। (2010, 17)

या चुम्बकीय आघूर्ण की परिभाषा एवं मात्रक लिखिए। (2012, 18)

या चुम्बकीय द्विध्रुव-आघूर्ण का सूत्र तथा इसका S.I. मात्रक लिखिए। (2014)

या चुम्बकीय द्विध्रुव-आघूर्ण की परिभाषा लिखिए। समांग चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित चुम्बकीय द्विध्रुव पर लगने वाले बल के आघूर्ण का सूत्र प्राप्त कीजिए। (2015)

उत्तर— माना चुम्बकीय द्विध्रुव एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B में क्षेत्र की दिशा से θ कोण बनाते हुए रखा गया है। अतः द्विध्रुव पर लगने वाले बल-युग्म का आघूर्ण, $\tau = MB \sin \theta$ ।

यदि $\theta = 90^\circ$ तो $\sin \theta = 1$, तब चुम्बकीय द्विध्रुव पर लगने वाला बल-आघूर्ण अधिकतम होगा, अर्थात्

$$\tau_{\max} = MB \quad \text{अथवा} \quad M = \tau_{\max} / B$$

$$\text{अब यदि } B = 1 \quad \text{तो} \quad M = \tau_{\max}$$

अतः किसी चुम्बकीय द्विध्रुव (अथवा धारा लूप) का चुम्बकीय आघूर्ण वह बल-आघूर्ण है जो इस द्विध्रुव को एकसमान एकांक चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् रखने पर द्विध्रुव पर लगता है।

चुम्बकीय द्विध्रुव-आघूर्ण एक **सदिश राशि** है तथा इसकी दिशा द्विध्रुव के अक्ष के अनुदिश होती है। धारा लूप में चुम्बकीय-आघूर्ण की दिशा दायें हाथ के नियम द्वारा ज्ञात की जाती है।

इस नियम के अनुसार, यदि हम अपने दायें हाथ के पंजे को पूरा फैलाकर अँगुलियों को लूप के चारों ओर धारा की दिशा में मोड़ें तो अँगूठा चुम्बकीय-आघूर्ण की दिशा की ओर होगा।

मात्रक एवं विमाएँ

$$M \text{ का मात्रक} = \frac{\tau_{\max} \text{ का मात्रक}}{B \text{ का मात्रक}} = \frac{\text{न्यूटन-मीटर}}{\text{न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर}} = \text{ऐम्पियर-मीटर}^2$$

$$\text{तथा विमा} = [AL^2]$$

प्रश्न 12. एक छोटा छड़ चुम्बक जो एकसमान बाह्य चुम्बकीय-क्षेत्र 0.30 टेस्ला के साथ 30° का कोण बनाता है, पर 4.5×10^{-2} न्यूटन-मी का बल आघूर्ण लगता है। चुम्बक के चुम्बकीय-आघूर्ण का परिमाण क्या है? (2019)

हल— दिया है, $B = 0.30$ टेस्ला, $\tau = 4.5 \times 10^{-2}$ न्यूटन-मी, $\theta = 30^\circ$
बल-आघूर्ण, $\tau = MB \sin \theta$

\Rightarrow चुम्बकीय आघूर्ण,

$$M = \frac{\tau}{B \sin \theta} = \frac{4.5 \times 10^{-2}}{0.30 \times \sin 30^\circ} = \frac{4.5 \times 10^{-2}}{0.30 \times 0.5} = 0.30 \text{ ऐम्पियर-मीटर}^2$$

प्रश्न 13. 3.0×10^{-8} ऐम्पियर-मी² चुम्बकीय आघूर्ण की एक कुण्डली को जब एक चुम्बकीय क्षेत्र में इस प्रकार रखा जाता है कि उसका तल क्षेत्र के समान्तर है तो कुण्डली पर लगने वाले बल-युग्म का आघूर्ण 7.5×10^{-9} न्यूटन-मी है। चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए। यदि कुण्डली का क्षेत्रफल 1.5 सेमी² तथा उसमें फेरों की संख्या 15 हों तो उसमें बहने वाली धारा का मान क्या होगा? (2018)

हल— दिया है, चुम्बकीय आघूर्ण, $M = 3.0 \times 10^{-8}$ ऐम्पियर-मी², फेरों की संख्या $N = 15$, कुण्डली का क्षेत्रफल, $A = 1.5$ सेमी² $= 1.5 \times 10^{-4}$ मी², बल-युग्म का आघूर्ण, $\tau_{\max} = 7.5 \times 10^{-9}$ न्यूटन-मी, $B = ?$, $i = ?$

जब कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर होता है, बल-युग्म का आघूर्ण अधिकतम होता है। अतः

$$\text{सूत्र } \tau_{\max} = MB \text{ से,}$$

$$\text{चुम्बकीय क्षेत्र } B = \frac{\tau_{\max}}{M} = \frac{7.5 \times 10^{-9}}{3.0 \times 10^{-8}} = 2.5 \times 10^{-1} = 0.25 \text{ न्यूटन/ऐम्पियर-मी}$$

सूत्र, $M = NiA$ से,

$$\text{धारा, } i = \frac{M}{NA} = \frac{3.0 \times 10^{-8}}{15 \times 1.5 \times 10^{-4}} = 1.33 \times 10^{-5} \text{ ऐम्पियर}$$

प्रश्न 14. एक परमाणु के नाभिक के परितः एक इलेक्ट्रॉन 0.5 \AA त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर 5.0×10^{15} चक्कर/से की आवृत्ति से घूम रहा है। परमाणु का चुम्बकीय-आघूर्ण ज्ञात कीजिए। (2012, 18)

हल— कक्षा में चक्कर काटता इलेक्ट्रॉन एक धारा-लूप के तुल्य है, जिसमें धारा का मान

$$i = \text{कक्षा के किसी बिन्दु से 1 सेकण्ड में गुजरने वाला आवेश} \\ = \text{इलेक्ट्रॉन-आवेश} \times 1 \text{ सेकण्ड में चक्करों की संख्या} \\ = (1.6 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम}) \times (5.0 \times 10^{15} \text{ सेकण्ड}^{-1}) \\ = 8 \times 10^{-4} \text{ ऐम्पियर}$$

तुल्य धारा-लूप का चुम्बकीय आघूर्ण $M = NiA$
जहाँ, N फेरों की संख्या है तथा A लूप का परिच्छेद-क्षेत्रफल है। यहाँ $N = 1$; $i = 8 \times 10^{-4}$ ऐम्पियर तथा $A = \pi r^2 = \pi (0.5 \times 10^{-10} \text{ मीटर})^2$
 $\therefore M = 1 \times (8 \times 10^{-4}) \times 3.14 \times (0.5 \times 10^{-10})^2$
 $= 6.28 \times 10^{-24} \text{ ऐम्पियर-मीटर}^2$

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. एक प्रोटॉन, एक ड्यूट्रॉन तथा एक α -कण समान विभवान्तर से त्वरित होकर एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् प्रवेश करते हैं।

(i) इनकी गतिज ऊर्जाओं की तुलना कीजिए।

(ii) यदि प्रोटॉन के वृत्ताकार मार्ग की त्रिज्या 10 सेमी हो, तो ड्यूट्रॉन तथा α कण के मार्गों की त्रिज्याएँ क्या होंगी? (2017)

हल— (i) V वोल्ट विभवान्तर से त्वरित q कूलॉम आवेश की गतिज ऊर्जा $K = qV$ जूल

$$\text{प्रोटॉन की गतिज ऊर्जा } K_p = eV \quad (\because \text{आवेश } q = e)$$

$$\text{ड्यूट्रॉन की गतिज ऊर्जा } K_d = eV \quad (\because q = e)$$

$$\alpha\text{-कण की गतिज ऊर्जा } K_\alpha = 2eV \quad (\because q = 2e)$$

$$\therefore K_p : K_d : K_\alpha = 1 : 1 : 2$$

(ii) चुम्बकीय क्षेत्र B में v चाल से गतिमान आवेशित कण (द्रव्यमान m , आवेश q) के वृत्ताकार पथ की त्रिज्या r के लिए

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

$$r^2 = \left(\frac{mv}{qB} \right)^2 = \frac{2mK}{q^2 B^2} \quad \left[\because K = \frac{1}{2} mv^2 \right]$$

प्रोटॉन के लिए द्रव्यमान m , आवेश e तथा गतिज ऊर्जा K_p है। अतः

$$r_p^2 = \frac{2mK_p}{e^2 B^2} \quad \dots (1)$$

ड्यूट्रॉन के लिए द्रव्यमान $2m$, आवेश e तथा गतिज ऊर्जा K_d है। अतः

$$r_d^2 = \frac{2(2m)K_d}{e^2 B^2} = \frac{4mK_d}{e^2 B^2} \quad \dots(2)$$

α -कण के लिए द्रव्यमान $4m$, आवेश $2e$ तथा गतिज ऊर्जा K_α है। अतः

$$r_\alpha^2 = \frac{2(4m)K_\alpha}{(2e)^2 B^2} = \frac{2mK_\alpha}{e^2 B^2} \quad \dots(3)$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\frac{r_d^2}{r_p^2} = \frac{2K_d}{K_p} = 2 \quad [\because K_p : K_d = 1:1]$$

$$\therefore r_d = \sqrt{2} \times r_p = 1.414 \times 10 = 14.14 \text{ सेमी}$$

$$\text{समीकरण (1) व (3) से, } \frac{r_\alpha^2}{r_p^2} = \frac{K_\alpha}{K_p} = 2$$

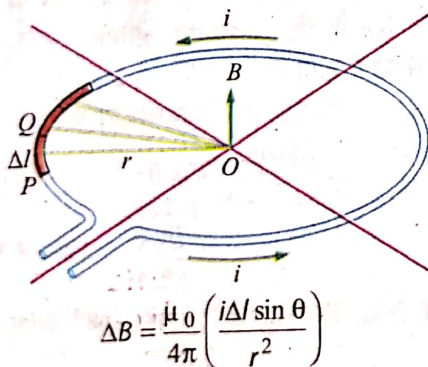
$$\therefore r_\alpha = \sqrt{2} \times r_p = 1.414 \times 10 = 14.14 \text{ सेमी}$$

प्रश्न 2. एक वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक निगमित कीजिए। (2017, 18)

या बायो-सेवर्ट का नियम समझाइए। इस नियम का उपयोग करके एक वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र के व्यंजक का निगमन कीजिए। (2014, 16, 19)

उत्तर — बायो-सेवर्ट का नियम — [संकेत — विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 2 का उत्तर पढ़िए।]

वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र — माना एक तार को मोड़कर r मीटर त्रिज्या की वृत्ताकार कुण्डली बनाई गयी है। माना कुण्डली में i ऐम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डली के केन्द्र O पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए मान लेते हैं कि कुण्डली की परिधि अनेक अल्पांशों से मिलकर बनी है। इनमें से एक अल्पांश की लम्बाई Δl है। बायो-सेवर्ट नियम के अनुसार अल्पांश Δl के कारण O पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान



जहाँ θ , अल्पांश Δl तथा इस अल्पांश को केन्द्र O से मिलाने वाली रेखा के बीच बना कोण है; जिसका मान 90° होगा, क्योंकि त्रिज्या एवं परिधि के प्रत्येक बिन्दु के बीच बना कोण 90° होता है। अतः O पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{i \Delta l \sin 90^\circ}{r^2} \right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{i \Delta l}{r^2} \right)$$

ΔB की दिशा कुण्डली के तल के लम्बवत् है। कुण्डली में वामावर्त धारा के लिए ΔB की दिशा कुण्डली के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर है। यदि धारा दक्षिणावर्त होती तब ΔB की दिशा नीचे की ओर होती। चित्र में प्रदर्शित स्थिति में कुण्डली के प्रत्येक खण्ड के लिए O पर चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा ऊपर की ओर होगी। अतः समस्त खण्डों द्वारा O पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र B सभी अल्पांशों के क्षेत्रों के योग से प्राप्त होगा। इस प्रकार,

$$B = \sum \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \Delta l}{r^2} \right) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r^2} \Sigma \Delta l$$

परन्तु $\Sigma \Delta l =$ वृत्त की परिधि $= 2\pi r$

$$\therefore B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r^2} (2\pi r) \quad \text{अथवा} \quad B = \frac{\mu_0 i}{2r} \quad \dots(1)$$

यदि कुण्डली में तार के N फेरे हों,

$$\text{तब} \quad B = \frac{\mu_0 N i}{2r} \quad \text{न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर}$$

चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा कुण्डली के तल के लम्बवत् है।

प्रश्न 3. एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में एक धारावाही आयताकार कुण्डली लटकायी गई है। इस पर लगने वाले बल युग्म के आघूर्ण का व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2017)

या एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में रखे एक धारा लूप पर लगने वाले बल आघूर्ण के लिए सूत्र प्राप्त कीजिए। (2019)

हल — एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित धारा-लूप (अथवा कुण्डली अथवा परिनालिका) का व्यवहार ठीक वैसा ही होता है जैसा दण्ड-चुम्बक का। हमने यह पढ़ा है कि चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित धारा-लूप पर एक बल-युग्म लगता है जो कि लूप को ऐसी स्थिति में घुमाने की प्रवृत्ति रखता है जिसमें कि लूप की अक्ष चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर हो जाये। ठीक इसी प्रकार, चुम्बकीय क्षेत्र में लटकाया गया दण्ड-चुम्बक भी घूम कर ऐसी स्थिति में ठहरता है जिसमें कि चुम्बक की अक्ष चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर हो जाती है। स्पष्ट है कि चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित दण्ड-चुम्बक पर भी एक बल-युग्म लगता है जो कि चुम्बक की अक्ष को क्षेत्र के समान्तर करने की प्रवृत्ति रखता है। चुम्बक के परमाणवीय मॉडल के अनुसार, चुम्बक का प्रत्येक परमाणु एक नन्हा धारा-लूप होता है तथा ये सभी धारा-लूप एक ही दिशा में संरेखित होते हैं चुम्बकीय क्षेत्र में इन नन्हें धारा-लूपों पर लगने वाले बल-युग्मों का योग ही चुम्बक पर लगने वाला बल-युग्म होता है।

हम जानते हैं कि चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} में, क्षेत्र की दिशा से θ कोण पर स्थित धारा-लूप पर लगने वाले बल-युग्म का आघूर्ण

$$= (iA) B \sin \theta$$

जहाँ A धारा-लूप का क्षेत्रफल है। यदि दण्ड-चुम्बक में N धारा-लूप हों, तब पूरे चुम्बक पर लगने वाले बल-युग्म का आघूर्ण

$$\tau = (N i A) B \sin \theta \quad \dots(1)$$

चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित दण्ड-चुम्बक, धारा-लूप अथवा धारावाही कुण्डली का व्यवहार वैद्युत क्षेत्र में स्थित वैद्युत द्विध्रुव के व्यवहार के सदृश है। यही कारण है कि दण्ड-चुम्बक, धारा-लूप, धारावाही कुण्डली, इत्यादि 'चुम्बकीय द्विध्रुव' (magnetic dipole) कहलाते हैं। हम जानते हैं कि वैद्युत क्षेत्र \vec{E} में क्षेत्र की दिशा से θ कोण पर स्थित वैद्युत द्विध्रुव पर एक बल-युग्म लगता है, जिसका आघूर्ण निम्नलिखित समीकरण के अनुसार होता है—

$$\tau = p E \sin \theta \quad \dots(2)$$

जहाँ, p वैद्युत द्विध्रुव का आघूर्ण है। समीकरण (1) व (2) की तुलना से यह स्पष्ट है कि राशि $N i A$, वैद्युत द्विध्रुव के आघूर्ण p के समतुल्य है। इसे 'चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण' अथवा दण्ड-चुम्बक का 'चुम्बकीय आघूर्ण' (magnetic moment) M कहते हैं, अर्थात्

$$M = N i A$$

चुम्बकीय आघूर्ण एक सदिश राशि है। यह चुम्बकीय अक्ष के अनुदिश दक्षिणी ध्रुव से उत्तरी ध्रुव की ओर दिष्ट होता है।

अब, समीकरण (1) से, दण्ड-चुम्बक पर लगने वाले बल-युग्म का आघूर्ण

$$\tau = MB \sin \theta$$

प्रश्न 4. बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित चुम्बकीय द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा का व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2017)

उत्तर— चुम्बकीय द्विध्रुव की ध्रुव सामर्थ्य तथा चुम्बक की प्रभावी लम्बाई के गुणनफल को चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण कहते हैं। इसे 'M' से प्रकट करते हैं।

जब किसी चुम्बकीय द्विध्रुव को एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में रखते हैं तो इस पर एक बल-युग्म का आघूर्ण कार्य करता है जो कि चुम्बकीय द्विध्रुव को बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में संरेखित करने का प्रयत्न करता है।

अतः चुम्बकीय द्विध्रुव को चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा से घुमाने में कार्य करना पड़ता है। यह कार्य ही चुम्बकीय द्विध्रुव में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।

माना एक चुम्बकीय द्विध्रुव जिसका चुम्बकीय द्विध्रुव-आघूर्ण M है। एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B में क्षेत्र की दिशा से θ कोण बनाते हुए स्थित है। अतः चुम्बकीय द्विध्रुव पर कार्यरत बल-युग्म का आघूर्ण,

$$\tau = MB \sin \theta$$

चुम्बकीय द्विध्रुव को इस स्थिति से अत्यन्त सूक्ष्म कोण $d\theta$ घुमाने में किया गया कार्य,

$$dW = \tau d\theta = MB \sin \theta d\theta$$

इसी प्रकार, चुम्बकीय द्विध्रुव को चुम्बकीय क्षेत्र में अभिविन्यास θ_1 से अभिविन्यास θ_2 तक घुमाने में किया गया कार्य,

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} MB \sin \theta d\theta = MB[-\cos \theta]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$= -MB (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

$$\text{अथवा } W = MB (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \text{ जूल}$$

यह कार्य ही चुम्बकीय द्विध्रुव में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है।

अतः वैद्युत द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा,

$$U = MB (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

सुविधा के लिए हम किसी भी स्वेच्छ अभिविन्यास के लिए स्थितिज ऊर्जा का मान शून्य मान सकते हैं। यहाँ हम $\theta_1 = 90^\circ$ के लिए शून्य स्थितिज ऊर्जा ($U = 0$) मानते हैं, तब द्विध्रुव की चुम्बकीय अक्ष के बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र $\theta_2 = \theta$ अभिविन्यास पर द्विध्रुव की स्थितिज ऊर्जा,

$$U_\theta = MB (\cos 90^\circ - \cos \theta)$$

$$U_\theta = -MB \cos \theta \text{ जूल}$$

$$\text{अथवा } U_0 = -\vec{M} \cdot \vec{B} \text{ जूल}$$

extra shots

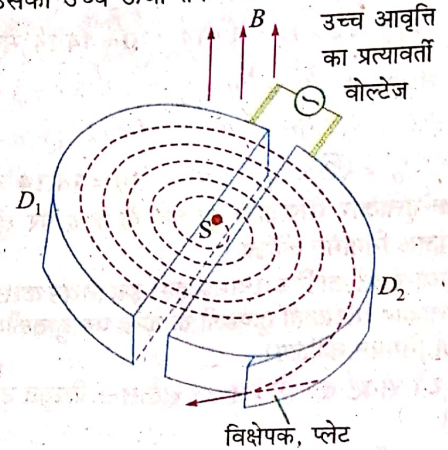
★ यदि चुम्बकीय द्विध्रुव प्रारम्भ में साम्यावस्था अर्थात् $\theta_1 = 0^\circ$ पर स्थित हो, तब उसे θ कोण घुमाने में किया गया कार्य,

$$W = MB (\cos 0^\circ - \cos \theta) = MB(1 - \cos \theta)$$

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. साइक्लोट्रॉन के सिद्धान्त एवं कार्य विधि का संक्षिप्त विवरण दीजिए। साइक्लोट्रॉन की सीमाओं का उल्लेख कीजिए। (2017)

हल— सिद्धान्त— चुम्बकीय क्षेत्र में परिक्रमण करने वाले आवेशित कणों की परिक्रमण आवृत्ति कण की ऊर्जा पर निर्भर नहीं करती है। अतः क्रॉसित (परस्पर लम्बवत्) वैद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों का उपयोग कर आवेशित कण को चुम्बकीय क्षेत्र की सहायता से बार-बार एक ही वैद्युत क्षेत्र से गुजारकर उसको उच्च ऊर्जा तक त्वरित किया जा सकता है।



कार्य-विधि— माना m द्रव्यमान तथा $+q$ आवेश का एक आयन, आयन-स्रोत से उस क्षण निर्गत होता है जबकि D_2 ऋण विभव पर है। यह आयनन डीज के बीच के अन्तराल में विद्यमान वैद्युत क्षेत्र के द्वारा D_2 की ओर को त्वरित होकर D_2 में वेग v (माना) से प्रवेश कर जाता है। डीज के भीतर प्रवेश करते ही यह आयन डीज की धात्विक दीवारों द्वारा वैद्युत क्षेत्र से परिरक्षित कर दिया जाता है। अब डीज के तल के लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र के कारण आयन नियत चाल v से त्रिज्या r के वृत्ताकार पथ पर चलने लगता है। आयन की वृत्तीय गति के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल, उस पर कार्यरत चुम्बकीय बल से प्राप्त होता है।

अतः अभिकेन्द्र बल = चुम्बकीय बल

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

अथवा

$$r = \frac{mv}{qB} \quad [\text{जहाँ } B \text{ चुम्बकीय क्षेत्र है}]$$

आयन द्वारा एक अर्द्ध-वृत्त पूरा करने में लिया जाने वाला समय

$$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi m}{qB} \quad \dots (1)$$

समीकरण (1) से स्पष्ट है कि आयन द्वारा किसी एक D से होकर जाने में लिया गया समय, आयन की चाल तथा वृत्त की त्रिज्या पर निर्भर नहीं है, यह केवल चुम्बकीय क्षेत्र B तथा आयन के आवेश-द्रव्यमान अनुपात $\left(\frac{q}{m}\right)$

पर निर्भर करता है।

$$\text{आयन का आवर्तकाल, } T = 2t = \frac{2\pi m}{Bq}$$

अनुनाद उत्पन्न करने के लिए प्रत्यावर्ती विभव की आवृत्ति,

$$v_0 = \frac{1}{T} = \frac{Bq}{2\pi m}$$

इस आवृत्ति को साइक्लोट्रॉन आवृत्ति (cyclotron frequency) कहते हैं।

साइक्लोट्रॉन की सीमाएँ

- साइक्लोट्रॉन द्वारा अनावेशित कण जैसे—न्यूट्रॉन (जो कि नाभिकीय क्रियाओं के लिए सर्वश्रेष्ठ प्रक्षेप्य कण है) को त्वरित नहीं किया जा सकता है।
- साइक्लोट्रॉन द्वारा इलेक्ट्रॉनों को त्वरित नहीं किया जा सकता है क्योंकि इनका द्रव्यमान बहुत कम होता है, अतः सूक्ष्म गतिज ऊर्जा ग्रहण कर ही ये बहुत उच्च वेग से गति करने लगते हैं।
- साइक्लोट्रॉन द्वारा आवेशित कणों को इतने उच्च वेग तक त्वरित नहीं किया जा सकता है कि उनका वेग प्रकाश के वेग के तुल्य हो जाए क्योंकि इतने उच्च वेग पर आवेशित कणों का द्रव्यमान नियत न रहकर वेग के साथ परिवर्तित होता है। यदि आवेशित कण का विराम द्रव्यमान m_0 हो तथा v वेग से गति करते समय कण का वेग m हो, तब

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

जहाँ, c निर्वात में प्रकाश की चाल है।

extrashots

★ साइक्लोट्रॉन में अनुनाद की स्थिति बनाए रखने के लिए निम्न दो विधियाँ प्रयुक्त की जा सकती हैं—

(i) प्रयुक्त प्रत्यावर्ती वोल्टेज की आवृत्ति इस प्रकार परिवर्तित की जाए कि वह सदैव आवेशित कण की परिक्रमण आवृत्ति के बराबर रहे। इस प्रकार के साइक्लोट्रॉन को सिंक्रो-साइक्लोट्रॉन (synchro-cyclotron) कहते हैं।

(ii) लगाए गए चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता को इस प्रकार परिवर्तित किया जाए कि $B\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ का मान नियत रहे। इस प्रकार के साइक्लोट्रॉन को सिंक्रोट्रॉन (synchrotron) कहते हैं।

प्रश्न 2. धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता से सम्बन्धित बायो-सेवर्ट नियम की व्याख्या कीजिए। बायो-सेवर्ट नियम की समीकरण से निर्वात की चुम्बकशीलता का मात्रक एवं विमीय समीकरण निकालिए। (2017)

या बायो-सेवर्ट नियम को शब्दों तथा सूत्र में लिखिए। (2011)

या बायो-सेवर्ट नियम का उल्लेख कीजिए। (2013, 17, 18)

या किसी धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के सम्बन्ध में बायो-सेवर्ट के नियम का उल्लेख कीजिए। (2015)

उत्तर— बायो-सेवर्ट का नियम (Biot-Savart Law)—सन् 1820 में बायो तथा सेवर्ट ने धारावाही चालकों द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का अध्ययन करने के लिए अनेक प्रयोग किये। इन प्रयोगों के आधार पर उन्होंने बताया कि किसी धारावाही चालक के एक अल्पांश Δl के द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र में किसी बिन्दु P पर क्षेत्र का मान ΔB निम्नलिखित बातों पर निर्भर करता है—

(i) चुम्बकीय क्षेत्र ΔB , चालक में प्रवाहित धारा i के अनुक्रमानुपाती होता है।

$$\text{अर्थात् } \Delta B \propto i$$

(ii) चुम्बकीय क्षेत्र, चालक के अल्पांश की लम्बाई Δl के अनुक्रमानुपाती होता है।

$$\text{अर्थात् } \Delta B \propto \Delta l$$

(iii) चुम्बकीय क्षेत्र, अल्पांश की लम्बाई तथा अल्पांश को उस बिन्दु P से मिलाने वाली रेखा के बीच बनने वाले कोण की ज्या (sine) के अनुक्रमानुपाती होता है।

$$\text{अर्थात् } \Delta B \propto \sin \theta$$

(iv) चुम्बकीय क्षेत्र बिन्दु P की अल्पांश से दूरी r के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

$$\text{अर्थात् } \Delta B \propto \frac{1}{r^2}$$

उपर्युक्त चारों तथ्यों को एक साथ लिखने पर

$$\Delta B \propto \frac{i \Delta l \sin \theta}{r^2}$$

इस सम्बन्ध को ही **बायो-सेवर्ट का नियम** कहते हैं।

यदि चालक निर्वात (अथवा वायु) में स्थित हो, तब यह सम्बन्ध निम्नलिखित सूत्र के रूप में लिखा जाता है—

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{i \Delta l \sin \theta}{r^2} \right)$$

जहाँ $\mu_0/4\pi$ अनुक्रमानुपाती नियतांक है। μ_0 निर्वात की चुम्बकशीलता

(permeability) कहलाती है। यदि i

ऐम्पियर में तथा Δl व r मीटर में हों तो इसका मान $4\pi \times 10^{-7}$

न्यूटन/ऐम्पियर² होता है। μ_0 की विमा $[MLT^{-2} A^{-2}]$ होती है।

धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा दायें हाथ की हथेली के नियम नं० 1 अथवा मैक्सवेल के दक्षिणावर्त पेंच के नियम द्वारा ज्ञात की जाती है।

[चित्र में चिह्न \times चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर तथा चिह्न \bullet चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर व्यक्त करता है।]

यदि चालक में प्रवाहित धारा i ऐम्पियर में, अल्पांश की लम्बाई dl तथा अल्पांश से प्रेक्षण बिन्दु की दूरी r मीटर में हो, तब μ_0 का मान

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ न्यूटन/ऐम्पियर}^2 \left(\text{अथवा } \frac{\text{वेबर}}{\text{ऐम्पियर-मीटर}} \right)$$

अतः $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ न्यूटन/मीटर होता है।

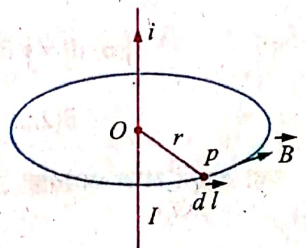
μ_0 का मात्रक = न्यूटन/ऐम्पियर²

$$\mu_0 \text{ की विमा } [\mu_0] = \frac{[MLT^{-2}]}{[A^2]} = [MLT^{-2} A^{-2}]$$

प्रश्न 3. बायो-सेवर्ट के नियम की सहायता से अनन्त लम्बाई के धारावाही चालक के कारण r दूरी पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2018)

उत्तर— माना अनन्त लम्बाई के एक ऋजुरेखीय तार में i धारा बह रही है तार से r दूरी पर स्थित बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

धारावाही तार के चारों ओर r त्रिज्या का वृत्त खींचते हैं जो बिन्दु P से होकर गुजरता है तथा जिसका केन्द्र तार पर स्थित है। सममिति के कारण वृत्त के प्रत्येक बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र



की तीव्रता \vec{B} का परिणाम समान होगा तथा सदिश $d\vec{l}$ व \vec{B} एक ही दिशा में होंगे। अतः \vec{B} का सम्पूर्ण वृत्त के लिए रेखीय समाकलन

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int B dl \cos 0^\circ = B \oint dl$$

परन्तु सम्पूर्ण वृत्तीय पथ के लिए,

$$\oint dl = 2\pi r$$

अतः

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2\pi r$$

परन्तु ऐम्पियर के परिपथीय नियम से,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$B 2\pi r = \mu_0 i$$

अथवा

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

यह अनन्त लम्बाई के ऋजुरेखीय धारावाही तार के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक है।

प्रश्न 4. ऐम्पियर का परिपथीय नियम क्या है? ऐम्पियर के परिपथीय नियम का उपयोग करके एक अनन्त लम्बाई के सीधे धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का सूत्र स्थापित कीजिए।

(2014, 19)

या ऐम्पियर के परिपथीय नियम का उपयोग करके अनन्त लम्बाई के सीधे धारावाही तार के निकट किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

(2015)

उत्तर— ऐम्पियर का परिपथीय नियम—चुम्बकीय क्षेत्र प्रेरण \vec{B} का किसी बन्द वक्र के लिए रेखीय समाकलन $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$, वक्र द्वारा घेरे गए क्षेत्रफल से होकर प्रवाहित कुल धारा i का μ_0 गुना होता है अर्थात्

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता के लिए व्यंजक—माना एक लम्बे तार में i धारा प्रवाहित हो रही है। तार से r दूरी पर एक प्रेक्षण

बिन्दु P है जिस पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता \vec{B} ज्ञात करनी है। तार के परितः P से होकर जाने वाला r त्रिज्या का एक वृत्त खींचते हैं। सममिति से पथ के प्रत्येक बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण समान है तथा \vec{B} व $d\vec{l}$ एक ही दिशा में हैं ($\theta = 0$)।

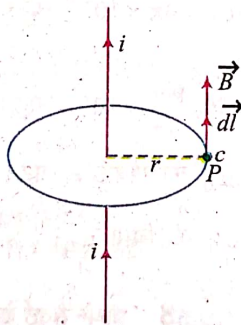
ऐम्पियर के नियम से, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$

जहाँ i वृत्त द्वारा घिरी धारा है। चूँकि \vec{B} , $d\vec{l}$ एक ही दिशा में हैं।

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int B dl \cos 0 = B \oint dl = B (2\pi r)$$

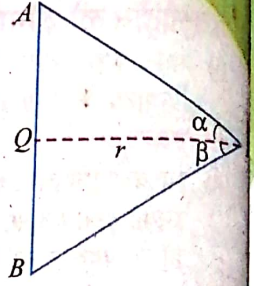
$$\therefore B (2\pi r) = \mu_0 i \quad \text{अथवा} \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

यही अनन्त लम्बे धारावाही तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक है।



चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता—यदि तार की लम्बाई निश्चित है तो चित्र के अनुसार बिन्दु P से तार पर खींची गई रेखा PQ से तार के सिरे A तथा B क्रमशः α तथा β कोण बनाते हैं। तब बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

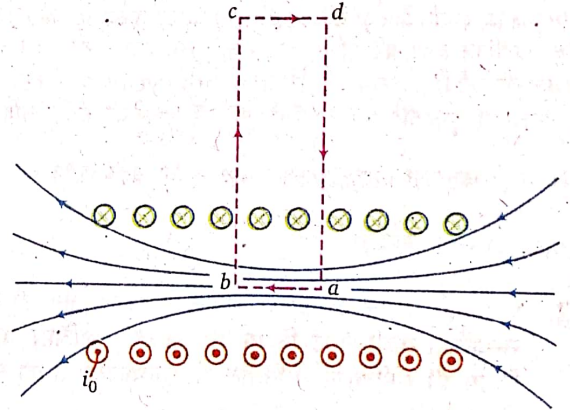
$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi r} (\sin \alpha + \sin \beta) \text{ होगी।}$$



प्रश्न 5. ऐम्पियर का परिपथीय नियम क्या है? ऐम्पियर के परिपथीय नियम की सहायता से धारावाही परिनालिका के अन्दर उसकी अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र के सूत्र की स्थापना कीजिए। (2015, 19)

उत्तर— ऐम्पियर का परिपथीय नियम—परिभाषा के लिए विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 4 देखें।

माना एक लम्बी परिनालिका की प्रति मीटर लम्बाई में तार के n फेरे हैं तथा इसमें i ऐम्पियर की धारा बह रही है। माना एक आयताकार बन्द पथ $abcd$ है जिसकी भुजा ab परिनालिका की अक्ष के समान्तर है तथा भुजाएँ bc तथा cd बहुत लम्बी हैं जिससे कि यह माना जा सके कि भुजा cd परिनालिका से बहुत दूर है तथा इस भुजा पर परिनालिका के कारण चुम्बकीय क्षेत्र नगण्य है। जब परिनालिका लम्बी है तथा आयताकार बन्द पथ परिनालिका के किसी भी किनारे के बहुत समीप नहीं है, तो क्षेत्र bc तथा ad भुजाओं के लम्बवत् हैं।



आयताकार पथ $abcd$ के लिये ऐम्पियर का नियम लगाने पर,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

...(1)

i आयताकार पथ द्वारा घिरी नेट धारा है। आयत $abcd$ के लिये,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

अब, $\int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$, चूँकि पथों bc तथा da के लिये \vec{B} व $d\vec{l}$

लम्बवत् हैं जिससे कि $\vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cos \theta \cos 90^\circ = 0$ तथा $\int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$

(चूँकि परिनालिका के बाहर इससे दूर बिन्दुओं पर \vec{B} शून्य है)

$$\therefore \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b B dl,$$

चूँकि \vec{B} व $d\vec{l}$, ab के समान्तर हैं, परिनालिका के भीतर B नियत है तथा

$$\int_a^b dl = ab \text{ की लम्बाई } x \text{ है। तब } \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \int_a^b dl = Bx \quad \dots (2)$$

अब, माना परिनालिका की प्रति एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या n है। तब लम्बाई x में फेरों की संख्या अथवा आयत $abcd$ से गुजरने वाले फेरों की संख्या nx है। प्रत्येक फेरे में धारा i_0 है, अतः पथ द्वारा घिरी नेट धारा $nx i_0$ है

अर्थात्

$$i = nxi_0 \quad \dots(3)$$

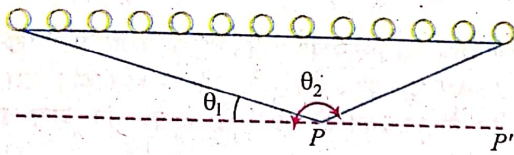
समी० (2) से, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ तथा समी० (3) से i का मान समी० (1) में रखने पर,

$$Bx = \mu_0 nxi_0 \quad \text{अथवा} \quad B = \mu_0 ni_0$$

अतः अत्यधिक लम्बी परिनालिका के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र के व्यास तथा लम्बाई पर निर्भर नहीं करता।

माना कि किसी परिनालिका में, जिसकी लम्बाई L मीटर है तथा जिसमें तार के N फेरे हैं, i ऐम्पियर की वैद्युत धारा है। हम यह सिद्ध कर सकते हैं कि परिनालिका के भीतर किसी बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र B का मान निम्नलिखित सूत्र से दिया जाता है—

$$B = \frac{\mu_0 ni}{2} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$



जहाँ $n = N/L$ परिनालिका की 'प्रति मीटर' लम्बाई में फेरों की संख्या है तथा θ_1 व θ_2 परिनालिका के सिरों द्वारा बिन्दु P पर अन्तरित अर्द्ध-शीर्ष कोण हैं। यदि परिनालिका अनन्त लम्बाई की है (अर्थात् व्यास के सापेक्ष लम्बाई कहीं अधिक है), तब $\theta_1 \approx 0$ तथा $\theta_2 \approx \pi$, जिससे $\cos \theta_1 = 1$ तथा $\cos \theta_2 = -1$, अतः

$$B = \mu_0 ni \text{ न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर}$$

यदि बिन्दु 'लम्बी' परिनालिका के सिरे पर है, जैसे P' तब $\theta_1 \approx 0$ तथा $\theta_2 \approx \pi/2$, जिससे $\cos \theta_1 = 1$ तथा $\cos \theta_2 = 0$. अतः अब

$$B = \frac{\mu_0 ni}{2} \text{ न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर}$$

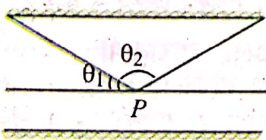
इस प्रकार 'लम्बी' परिनालिका के सिरों पर चुम्बकीय क्षेत्र केन्द्र के सापेक्ष आधा होता है।

important FACTS

★ यदि किसी लम्बी परिनालिका की प्रति एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या n तथा उनमें प्रवाहित धारा i है तब परिनालिका के भीतर किसी बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 ni}{2} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

जहाँ θ_1 व θ_2 बिन्दु P पर परिनालिका के सिरों द्वारा अन्तरित अर्द्ध-शीर्ष कोण हैं।



★ यदि परिनालिका अनन्त लम्बाई की है अर्थात् उसकी लम्बाई, व्यास की तुलना में बहुत अधिक है, तो

(i) परिनालिका के भीतर किसी बिन्दु पर, $\theta_1 \approx 0^\circ$ तथा $\theta_2 = 180^\circ$

अतः परिनालिका के भीतर किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र,

$$B = \frac{\mu_0 ni}{2} (\cos 0^\circ - \cos 180^\circ) = \frac{\mu_0 ni}{2} \times 2$$

$$B = \mu_0 ni$$

(ii) परिनालिका के सिरे पर, $\theta_1 \approx 90^\circ$ तथा $\theta_2 = 180^\circ$

अतः अनन्त लम्बाई की परिनालिका के सिरे पर चुम्बकीय क्षेत्र,

$$B = \frac{\mu_0 ni}{2} (\cos 90^\circ - \cos 180^\circ)$$

$$= \frac{\mu_0 ni}{2} (0 + 1) = \frac{\mu_0 ni}{2}$$

अतः अनन्त लम्बाई की परिनालिका के सिरों पर चुम्बकीय क्षेत्र उसके भीतर के चुम्बकीय क्षेत्र का आधा होता है।

प्रश्न 6. L लम्बाई के एक तार को N फेरों की वृत्तीय कुण्डली के रूप में मोड़कर एक चुम्बकीय क्षेत्र B में लटकाते हैं। यदि कुण्डली में i धारा प्रवाहित की जाए, तब कुण्डली पर कार्य करने वाले अधिकतम बल-आघूर्ण का सूत्र ज्ञात कीजिए। [2019]

उत्तर— L लम्बाई के एक तार को N फेरों की वृत्तीय कुण्डली जिसमें i धारा बह रही है, को एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर कार्य करने वाला बल आघूर्ण,

$$\tau = NiAB \sin \theta \quad \dots(1)$$

जहाँ θ कुण्डली पर लम्ब की दिशा तथा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के बीच का कोण परन्तु विद्युत द्विध्रुव पर कार्य करने वाला बल आघूर्ण,

$$\tau = pE \sin \theta \quad \dots(2)$$

जहाँ p = द्विध्रुव आघूर्ण

समी० (1) व (2) की तुलना करने पर, $p = NiA$

इसी प्रकार चुम्बकीय द्विध्रुव का चुम्बकीय आघूर्ण भी NiA ही होगा। इसे M से व्यक्त करते हैं।

$$\text{चुम्बकीय आघूर्ण, } M = NiA$$

इसे चुम्बकीय आघूर्ण भी कहते हैं। यह एक सदिश राशि है।

समी० (1) से,

$$\tau = MB \sin \theta$$

τ के अधिकतम मान के लिए $\sin 90^\circ = 1$ होगा अर्थात् द्विध्रुव की अक्ष चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् होगी। अतः अधिकतम बल आघूर्ण

$$\tau_{\max} = MB \Rightarrow M = \frac{\tau_{\max}}{B}$$

प्रश्न 7. दो समान्तर धारावाही चालकों के बीच लगने वाले बल $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r}$ न्यूटन/मीटर के लिए सूत्र व्युत्पन्न कीजिए। उपर्युक्त सूत्र के आधार पर धारा के एक ऐम्पियर की परिभाषा दीजिए। [2017, 19]

या दो समान्तर धारावाही चालकों के बीच कार्य करने वाले बल का सूत्र ज्ञात कीजिए। [2012, 17, 18]

या दो समान्तर धारावाही चालकों के बीच लगने वाले बल के लिए सूत्र स्थापित कीजिए। इसके आधार पर वैद्युत धारा के मात्रक ऐम्पियर की परिभाषा दीजिए। [2013]

या L मीटर लम्बाई के दो समान्तर तारों, जिनके मध्य की दूरी r मीटर है तथा जिनमें i_1 और i_2 ऐम्पियर की विद्युत धाराएँ प्रवाहित हैं, के मध्य प्रति एकांक लम्बाई पर बल का सूत्र $\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r}$ व्युत्पादित कीजिए। [2015]

या दो समान्तर धारावाही लम्बे चालकों के बीच चुम्बकीय बल के लिए एक व्यंजक प्राप्त कीजिए। इसकी सहायता से एक ऐम्पियर की परिभाषा भी दीजिए। [2019]

उत्तर— माना दो लम्बे ऋजुरेखीय तार PQ तथा RS वायु या निर्वात में एक-दूसरे के समीप परस्पर समान्तर रखे हैं। इनके बीच की दूरी r है। माना PQ एवं RS में प्रवाहित धाराएँ क्रमशः i_1 एवं i_2 हैं। PQ में प्रवाहित धारा i_1 के कारण चालक RS के किसी भी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi i} \left(\frac{i_1}{r} \right) \text{ न्यूटन ऐम्पियर-मीटर}$$

मैक्सवेल के दक्षिणावर्ती पेंच के नियम (अथवा दायें हाथ की हथेली के नियम नं० 1) के अनुसार B_1 की दिशा कागज के तल के लम्बवत् अन्दर की ओर होगी। अब चालक RS जिसमें धारा i_2 प्रवाहित हो रही है, चुम्बकीय क्षेत्र B_1 के लम्बवत् रखा है। अतः इसकी L मीटर लम्बाई पर लगने वाले बल का परिमाण

$$F = i_2 L B_1 \sin 90^\circ$$

$$F = i_2 L \left(\frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{i_1 i_2}{r} \right) L \text{ न्यूटन}$$

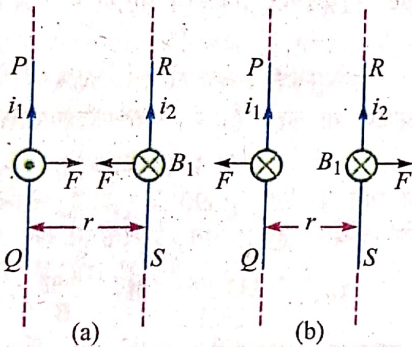
अतः चालक RS की प्रति मीटर लम्बाई पर कार्य करने वाला बल

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{i_1 i_2}{r} \right) \quad \dots(1)$$

अथवा

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{2 i_1 i_2}{r} \right) \quad \dots(2)$$

इस बल की दिशा फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम (अथवा दायें हाथ की हथेली के नियम नं० 2) से प्राप्त होगी। यदि धाराएँ i_1 एवं i_2 समान दिशाओं में प्रवाहित हो रही हैं तो RS पर कार्यकारी बल की दिशा PQ की ओर होगी [चित्र (a)] और यदि i_1 एवं i_2 विपरीत दिशाओं में प्रवाहित हों तो बल PQ से दूर की ओर दिष्ट होगा [चित्र (b)]।



इसी प्रकार सिद्ध किया जा सकता है कि PQ की प्रति मीटर लम्बाई पर RS में प्रवाहित धारा i_2 के कारण बल

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{i_1 i_2}{r} \right) \quad \dots(3)$$

अथवा

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{2 i_1 i_2}{r} \right) \quad \dots(4)$$

इसकी दिशा भी फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम अथवा दायें हाथ की हथेली के नियम नं० 2 से निर्धारित की जाएगी। यदि धारा i_2 उसी दिशा में है जिसमें i_1 है तो PQ पर लगने वाला बल चालक RS की ओर दिष्ट होगा [चित्र (a)] और यदि यह विपरीत दिशा में है तो यह RS से दूर दिष्ट होगा [चित्र (b)]।

अतः उपर्युक्त विवेचना से यह स्पष्ट होता है कि यदि दो समान्तर तारों में धाराएँ एक ही दिशा में हैं तो वे एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं और यदि धाराएँ विपरीत दिशा में हैं तो तार एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं।

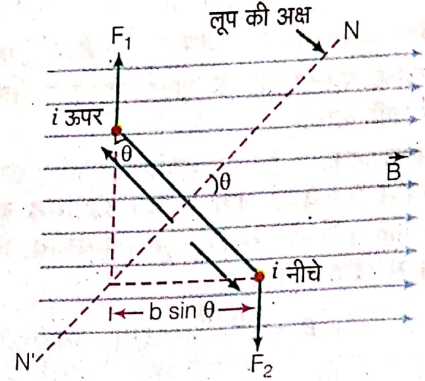
प्रश्न 8. सिद्ध कीजिए कि एक समान त्रिज्य चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही कुण्डली पर आरोपित बल-युग्म $\tau = NiAB$ होता है। प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं। (2019)

उत्तर— माना किसी क्षण लूप की अक्ष (लूप के तल पर खींचा गया अभिलम्ब NN') चुम्बकीय क्षेत्र B की दिशा से θ कोण बनाती है। तब लूप पर कार्यरत विक्षेपक बल-युग्म का आघूर्ण

$$\tau = \text{बल} \times \text{लम्ब-दूरी} = i l B \times b \sin \theta$$

$$\text{परन्तु } l \times b = A \text{ (लूप का क्षेत्रफल)}$$

$$\text{अतः } \tau = i A B \sin \theta$$

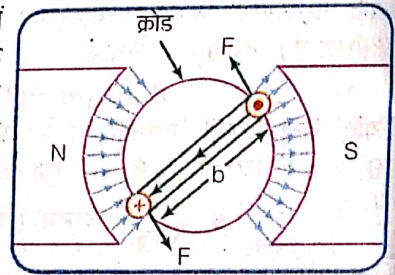


यदि यह बल-युग्म, धारा लूप को घुमाकर ऐसी स्थिति में ले जाता है, जिससे लूप की अक्ष NN' , चुम्बकीय क्षेत्र B के समान्तर हो अर्थात् धारा लूप का तल चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् हो तो $\theta = 0$ होगा। अतः बल-युग्म शून्य हो जाएगा।

यदि एक लूप के स्थान पर, N लूपों से बनी कोई कुण्डली अथवा परिनालिका हो तो पूरी कुण्डली पर लगने वाले बल-युग्म का आघूर्ण

$$\tau = NiAB \sin \theta$$

यदि कुण्डली त्रिज्य चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित हो, तो $\theta = 90^\circ$ होगा क्योंकि इस स्थिति में कुण्डली का तल प्रत्येक स्थिति में बल रेखाओं के समान्तर रहता है। अतः इस स्थिति में कुण्डली पर लगने वाले बल-युग्म का आघूर्ण



$$\tau = NiAB$$

प्रश्न 9. आवश्यक सिद्धान्त देते हुए चल कुण्डली गैल्वेनोमीटर की संरचना तथा कार्यविधि का वर्णन कीजिए। (2014)

या चल कुण्डली धारामापी का सिद्धान्त एवं कार्यविधि का वर्णन कीजिए। (2017, 18)

या निम्नलिखित चल कुण्डली धारामापी का सिद्धान्त लिखिए एवं उसकी धारा सुग्राहिता का व्यंजक ज्ञात कीजिए। (2018)

या सिद्ध कीजिए कि चल कुण्डल धारामापी में प्रवाहित धारा उसमें उत्पन्न विक्षेप के अनुक्रमानुपाती होती है। (2019)

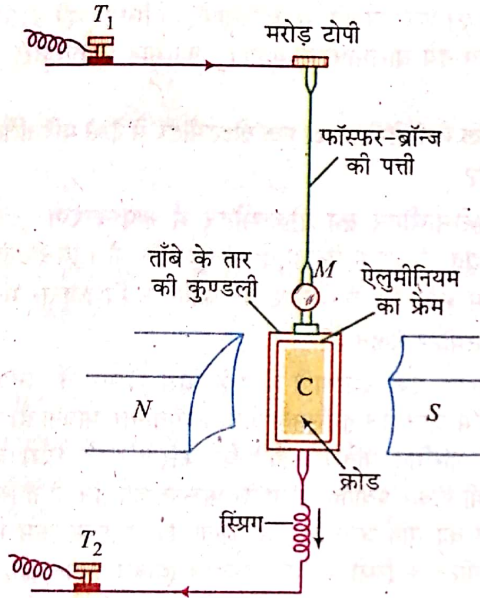
उत्तर— चल कुण्डली गैल्वेनोमीटर— ये निम्न दो प्रकार के होते हैं—

1. **निलिखित कुण्डली धारामापी—** यह वैद्युत-धारा के संसूचन (detection) तथा मापन (measurement) के लिए प्रयुक्त किया जाने वाला उपकरण है। इसकी क्रिया चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही कुण्डली पर कार्यरत बलाघूर्ण पर आधारित है।

संरचना— इसमें एक आयताकार कुण्डली होती है जोकि ताँबे के पतले पृथक्कृत (insulated) तार के ऐलुमिनियम के फ्रेम के ऊपर लपेटकर बनायी जाती है।

इस कुण्डली को एक पतली फॉस्फर-ब्रॉन्ज (phosphor-bronze) की पत्ती (strip) से एक स्थायी घोड़ा-नाल चुम्बक (horse-shoe magnet) NS के बेलनाकार ध्रुव-खण्डों (pole-pieces) के बीच लटकाया जाता है। पत्ती का ऊपरी सिरा एक मरोड़े टोपी (torsion head) से जुड़ा होता है। कुण्डली का निचला सिरा एक अत्यन्त पतले फॉस्फर-ब्रॉन्ज के तार के ढीले-वेष्टित स्प्रिंग (loosely-wound spring) से जुड़ा होता है। कुण्डली के भीतर एक नर्म लोहे की क्रोड C सममित तथा बिना कुण्डली को स्पर्श किए रखी जाती है।

क्रोड बल-रेखाओं को संकेन्द्रित कर देती है तथा इस प्रकार ध्रुव-खण्डों के बीच चुम्बकीय क्षेत्र 'प्रबल' हो जाता है। निलम्बन पत्ती (suspension strip) के निचले भाग पर एक छोटा दर्पण (mirror) M लगा होता है, जो पत्ती के साथ-साथ घूमता है तथा जिसका विक्षेप एक लैम्प तथा पैमाने (lamp and scale arrangement) की सहायता से पढ़ा जा सकता है। सम्पूर्ण प्रबन्ध को एक धात्विक बक्से में बन्द रखा जाता है जिसके सामने की ओर काँच की एक खिड़की तथा आधार पर समतलकारी पेंच (levelling screws) लगे होते हैं।



धारा जिसका मापन करना हो, एक टर्मिनल (terminal) T_1 से प्रवेश करती है तथा निलम्बन, कुण्डली व स्प्रिंग से होकर दूसरे टर्मिनल T_2 से निर्गत होती है। स्थायी चुम्बक के ध्रुव खण्ड बेलनाकार रखे जाते हैं ताकि कुण्डली की प्रत्येक स्थिति में चुम्बकीय क्षेत्र त्रिज्य (radial) रहे अर्थात् कुण्डली का तल प्रत्येक स्थिति में बल-रेखाओं के समान्तर रहे।

सिद्धान्त—जब कुण्डली में धारा i प्रवाहित की जाती है तो कुण्डली पर लगने वाला बल-आघूर्ण $\tau = N i A B \sin 90^\circ = N i B A$

यहाँ θ कुण्डली के तल पर लम्ब की दिशा तथा चुम्बकीय क्षेत्र B की दिशा के बीच कोण है। A कुण्डली का क्षेत्रफल तथा N कुण्डली में फेरों की संख्या है।

धारामापी में चुम्बकीय क्षेत्र B को, ध्रुवखण्डों N व S को बेलनाकार बनाकर तथा कुण्डली के भीतर नर्म लोहे की बेलनाकार क्रोड रखकर "त्रिज्य" (radial) बनाया जाता है। इस दिशा में कुण्डली के तल पर अभिलम्ब चुम्बकीय क्षेत्र B से सदैव समकोण पर होगा अर्थात् $\theta = 90^\circ$ होगा। अतः कुण्डली पर कार्यरत बलाघूर्ण

$$\tau = N i B A \sin \theta = 90^\circ = N i B A$$

यदि निलम्बन पत्ती की मरोड़ दृढ़ता (torsional rigidity) c हो तथा निलम्बन पत्ती में ऐंठन ϕ हो, तो प्रत्यानयन बल-युग्म $= c \phi$ होगा।

साम्यावस्था के लिये,

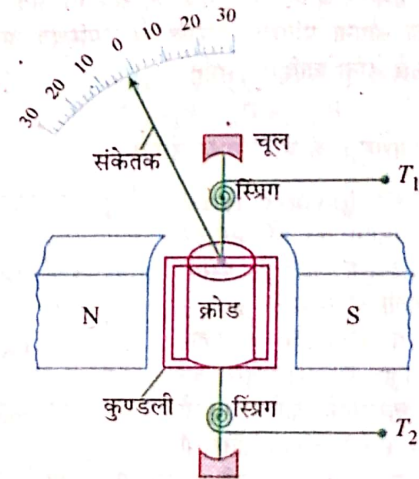
विक्षेपक बल-युग्म आघूर्ण = प्रत्यानयन बल-युग्म का आघूर्ण

$$N i A B = c \phi$$

$$\therefore i = \frac{c}{N A B} \phi = k \phi$$

जहाँ, $k = c/NAB$ उपकरण का नियतांक है। जिसे धारा परिवर्तन गुणांक (current reduction factor) भी कहते हैं। अतः धारामापी में प्रवाहित धारा, उत्पन्न विक्षेप के अनुक्रमानुपाती होती है।

(2) **कीलकित-कुण्डली अथवा वेस्टन धारामापी**—यह भी चल कुण्डली धारामापी है। यह निलम्बित-कुण्डली धारामापी की अपेक्षा कुछ कम सुग्राही होता है परन्तु अधिक सुविधाजनक है। इसमें ताँबे के महीन पृथक्कृत तार की, ऐलुमीनियम के फ्रेम पर लिपटी कुण्डली एक स्थायी तथा शक्तिशाली नाल-चुम्बक के ध्रुव-खण्डों के बीच दो चूलों (pivots) पर झूलती है। कुण्डलियों के दोनों सिरों पर चूलों के पास दो स्प्रिंग लगे रहते हैं जो कुण्डली के घूमने पर ऐंठन बल-युग्म उत्पन्न करते हैं तथा कुण्डली को दो सम्बन्धक-पेचों T_1 व T_2 से जोड़ते हैं। कुण्डली का विक्षेप पढ़ने के लिए कुण्डली के साथ एक ऐलुमीनियम का लम्बा संकेतक लगा रहता है जो एक वृत्ताकार पैमाने पर घूमता है। पैमाने पर बराबर दूरियों पर चिह्न लगे रहते हैं तथा शून्यांक चिह्न बीच में होता है। अतः धारामापी के सम्बन्धक-पेचों पर धन व ऋण के चिह्न नहीं बने होते। चुम्बकीय क्षेत्र को त्रिज्य बनाने के लिए इससे भी ध्रुव-खण्ड अवतलाकार कटे होते हैं तथा कुण्डली के अन्दर मुलायम लोहे की क्रोड लगी होती है। इसका सिद्धान्त व कार्यविधि चल-कुण्डली धारामापी के समान ही है। इसकी सहायता से 10^{-6} ऐम्पियर तक की वैद्युत धारा नापी जा सकती है।



धारामापी की सुग्राहिता N, A तथा B का मान बढ़ाकर तथा c का मान कम करके बढ़ाई जा सकती है।

प्रश्न 10. किसी धारामापी को अमीटर में कैसे परिवर्तित करेंगे? उपयुक्त परिपथ द्वारा स्पष्ट कीजिए।

(2014, 18)

उत्तर—**धारामापी का अमीटर में रूपान्तरण**—अमीटर वह यन्त्र है जो वैद्युत परिपथ में धारा की प्रबलता सीधे ऐम्पियर में नापने के काम आता है। मिलीऐम्पियर की कोटि की धारा नापने वाले यन्त्र को मिलीअमीटर कहते हैं। अमीटर मूलतः धारामापी ही होता है जिसे परिपथ के श्रेणीक्रम में डाल देते हैं ताकि नापी जाने वाली सम्पूर्ण धारा इसमें से होकर जाये। तब अमीटर में उत्पन्न विक्षेप अमीटर से होकर जाने वाली धारा की माप देगा ($\phi \propto i$)। परन्तु चूँकि अमीटर की अपनी कुण्डली का भी कुछ प्रतिरोध होता है अतः इसे परिपथ के श्रेणीक्रम में जोड़ने पर परिपथ का प्रतिरोध बढ़ जायेगा जिससे परिपथ में धारा घट जायेगी। अतः अमीटर द्वारा पढ़ा गया धारा का मान, उस धारा के मान से कम होगा जिसे नापना था। अतः यह आवश्यक है कि अमीटर का अपना प्रतिरोध, जितना हो सके कम होना चाहिए ताकि इसे परिपथ में डालने पर नापी जाने वाली धारा का मान न बदले।

माना कि चित्र में दिखाये परिपथ में प्रयुक्त सेल का वि० वा० बल E है। अमीटर को जोड़ने से पहले, परिपथ में (नापी जाने वाली) धारा

$$i = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

अमीटर को परिपथ के श्रेणीक्रम में जोड़ देने पर परिपथ का प्रतिरोध बढ़ कर $R_1 + R_2 + R_A$ हो जायेगा, जहाँ R_A अमीटर का प्रतिरोध है। अतः धारा घटकर i' रह जायेगी; जहाँ

$$i' = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_A}$$

अतः अमीटर का विक्षेप i' के मान को व्यक्त करेगा, जबकि नापी जाने वाली धारा का मान i था। इस प्रकार नापे गये मान में $(i - i')$ की त्रुटि होगी। उपरोक्त समीकरणों से

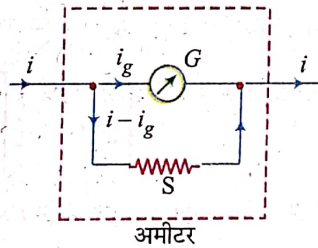
$$i - i' = \frac{E}{R_1 + R_2} - \frac{E}{R_1 + R_2 + R_A} = \frac{ER_A}{(R_1 + R_2)(R_1 + R_2 + R_A)}$$

स्पष्ट है इस त्रुटि को पूर्णतः दूर करने के लिए R_A का मान शून्य होना चाहिए अर्थात् एक आदर्श अमीटर का अपना प्रतिरोध शून्य होना चाहिए परन्तु शून्य प्रतिरोध का अमीटर प्राप्त नहीं किया जा सकता। अतः व्यवहार में, एक अच्छे अमीटर का अपना प्रतिरोध परिपथ में उपस्थित अन्य प्रतिरोधों की तुलना में बहुत कम होना चाहिए अर्थात्

$$R_A \ll R_1 + R_2$$

तब i' का मान लगभग i के ही बराबर होगा।

साधारणतः कीलकित (pivoted type) चल-कुण्डली धारामापी को ही अमीटर के रूप में प्रयुक्त किया जाता है। इसके लिए इसकी कुण्डली के समान्तर क्रम में एक छोटा प्रतिरोध डाल देते हैं जिसे 'शन्ट' (shunt) कहते हैं। इस प्रबन्ध का संयुक्त प्रतिरोध धारामापी की कुण्डली तथा शन्ट दोनों के अलग-अलग प्रतिरोधों से कम होता है। अतः जब इसे किसी परिपथ में डालते हैं तो यह परिपथ की धारा में कोई विशेष परिवर्तन नहीं करता। इस प्रकार यह प्रबन्ध एक अच्छे अमीटर का कार्य करता है।



धारामापी में शन्ट लगाने का एक अन्य लाभ भी है। यदि शन्ट न हो तब परिपथ की पूरी धारा कुण्डली में से होकर जायेगी। इस दशा में धारामापी द्वारा अधिक-से-अधिक उतनी धारा नापी जा सकती है जिससे कि कुण्डली में पूरे पैमाने का विक्षेप (full-scale deflection) हो जाये। शन्ट के होने पर, परिपथ की धारा का केवल एक छोटा भाग ही कुण्डली से होकर जाता है, अधिकांश भाग शन्ट से होकर निकल जाता है। चूँकि कुण्डली का विक्षेप कुण्डली में को जाने वाली धारा के अनुक्रमानुपाती होता है, अतः कुण्डली का विक्षेप काफी कम हो जाता है। अतः अब परिपथ में पहले से कहीं अधिक धारा होने पर कुण्डली में पूरे पैमाने का विक्षेप होता है। इस प्रकार, शन्त्युक्त धारामापी (अमीटर) कहीं अधिक मान की धारा को नाप सकता है। दूसरे शब्दों में, शन्ट लगाने से मापन की परास (range) बढ़ जाती है (यद्यपि सुग्राहिता घट जाती है)। वास्तव में शन्ट के प्रतिरोध का मान इसी से निर्धारित किया जाता है कि अमीटर किस परास का बनाना है।

माना कि परिपथ की धारा i है, धारामापी की कुण्डली का प्रतिरोध G तथा शन्ट का प्रतिरोध S है। माना कि धारा का i_g भाग कुण्डली G में तथा शेष भाग $(i - i_g)$ शन्ट S में होकर जाता है। चूँकि G व S समान्तर में हैं, अतः उनके सिरों के बीच एक ही विभवान्तर होगा।

$$i_g \times G = (i - i_g) \times S \quad \dots(1)$$

$$\frac{i_g}{i} = \frac{S}{S + G}$$

अर्थात् धारामापी की कुण्डली में कुल धारा का केवल $\frac{S}{S + G}$ वाँ भाग प्रवाहित

होगा। पुनः समी० (1) से, $S = \left(\frac{i_g}{i - i_g} \right) G$

यदि कुण्डली में धारा i_g के द्वारा पूरे पैमाने का विक्षेप हो तो परिपथ में धारा होने पर पूरे पैमाने का विक्षेप होगा। अतः स्पष्ट है कि धारामापी के समान्तर में उपरोक्त मान का शन्ट लगाने पर धारामापी, ऐम्पियर की परास का अमीटर होगा। एक दिये गये धारामापी के लिए i_g का मान प्रयोग द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

प्रश्न 11. एक गैल्वेनोमीटर को एक वोल्टमीटर में कैसे परिवर्तित किया जाता है? (2019)

उत्तर— गैल्वेनोमीटर का वोल्टमीटर में रूपान्तरण—वोल्टमीटर वह यन्त्र है जो वैद्युत परिपथ में किन्हीं दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर (वोल्ट में) मापने के काम आता है। मिलीवोल्ट की कोटि के विभवान्तर मापने वाले यन्त्र को मिलीवोल्टमीटर कहते हैं।

वोल्टमीटर मूलतः एक धारामापी होता है जिसे परिपथ के उन दो बिन्दुओं के समान्तर क्रम में जोड़ देते हैं जिनके बीच विभवान्तर मापना है। वोल्टमीटर की कुण्डली का परिमित प्रतिरोध होने के कारण कुछ धारा वोल्टमीटर की कुण्डली से भी होकर प्रवाहित होती है। फलस्वरूप उन दोनों बिन्दुओं के बीच प्रवाहित धारा का मान कुछ कम हो जाता है। समान्तर क्रम में जुड़े होने के कारण वोल्टमीटर के सिरों के बीच वही विभवान्तर उत्पन्न हो जाता है जो उन बिन्दुओं के बीच है। अतः वोल्टमीटर में उत्पन्न विक्षेप इसकी कुण्डली में बहने वाली धारा के और इस कारण इसके सिरों के बीच विभवान्तर के भी अनुक्रमानुपाती होगा ($\phi \propto i \propto V$)। इस प्रकार वोल्टमीटर में आने वाला विक्षेप, मापे जाने वाले विभवान्तर की माप देता है।

वोल्टमीटर का प्रतिरोध उच्च से उच्च रखा जाता है ताकि यह बिना किसी उल्लेखनीय त्रुटि के विभवान्तर पढ़ सके। इसीलिए "धारामापी को वोल्टमीटर में बदलने के लिए इसके श्रेणीक्रम में उच्च प्रतिरोध जोड़ देते हैं।"

माना धारामापी का प्रतिरोध G है तथा पूर्ण स्केल विक्षेप के लिए इसमें आवश्यक धारा i_g है। माना इस धारामापी को 0 - V वोल्ट की परास वाले वोल्टमीटर में बदलने के लिए आवश्यक श्रेणी प्रतिरोध R है। धारामापी में प्रवाहित होने वाली धारा,

$$i_g = \frac{V}{R + G} \quad \text{अथवा} \quad R = \frac{V}{i_g} - G$$

यह धारामापी को 0 - V वोल्ट के वोल्टमीटर में बदलने की कार्यकारी समीकरण है।

इस प्रकार बने वोल्टमीटर का

प्रतिरोध, $R_V = G + R$ यदि

धारामापी के सिरों के बीच

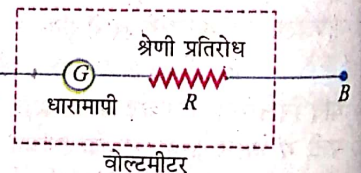
प्रारम्भिक वोल्टता V_0 हो, जबकि

इसमें धारा i_g प्रवाहित हो रही हो, तो $i_g = \frac{V_0}{G}$ यदि धारामापी का दक्षतांक k

हो तथा स्केल पर अंशों की संख्या n हो, तो $i_g = nk$

[विशेष—आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनन्त होता है।]

साधारणतः कीलकित चल कुण्डली धारामापी को वोल्टमीटर के रूप में प्रयुक्त किया जाता है। इसका प्रतिरोध बढ़ाने के लिए इसकी कुण्डली के श्रेणीक्रम में एक उच्च प्रतिरोध (R) जोड़ देते हैं। इस प्रतिरोध का मान वोल्टमीटर की परास पर निर्भर करता है।



Quick Review

- **भू-चुम्बकत्व**—भौतिकी की वह शाखा, जिसके अन्तर्गत पृथ्वी के चुम्बकत्व का अध्ययन किया जाता है, **भू-चुम्बकत्व** अथवा **पार्थिव चुम्बकत्व** कहलाता है।
- **पृथ्वी के चुम्बकीय ध्रुव**—जिन दो स्थानों पर चुम्बकीय सुई पृथ्वी के तल के लम्बवत् (ऊर्ध्वाधर) हो जाती है, पृथ्वी के **चुम्बकीय ध्रुव** कहलाते हैं।
- **पृथ्वी की चुम्बकीय अक्ष**—पृथ्वी के चुम्बकीय उत्तरी ध्रुव तथा चुम्बकीय दक्षिणी ध्रुव को मिलाने वाली रेखा को पृथ्वी की **चुम्बकीय अक्ष** कहते हैं। पृथ्वी की चुम्बकीय अक्ष अपनी भौगोलिक अक्ष से 11.5° का कोण बनाती है।
- **पृथ्वी की चुम्बकीय निरक्ष**—जिन दो स्थानों पर चुम्बकीय सुई पृथ्वी के तल के समान्तर (क्षैतिज) हो जाती है उन स्थानों से गुजरने वाली तथा पृथ्वी की चुम्बकीय अक्ष के लम्बवत् तल, पृथ्वी की गोलीय सतह को एक वृत्त में काटता है, इस वृत्त को पृथ्वी की **चुम्बकीय निरक्ष** कहते हैं। पृथ्वी के चुम्बकीय ध्रुवों पर नति कोण 90° तथा चुम्बकीय निरक्ष पर 0° होता है।
- यदि पृथ्वी का सम्पूर्ण चुम्बकीय क्षेत्र B , नति कोण θ , ऊर्ध्व घटक V व क्षैतिज घटक H हो, तब $\tan\theta = \frac{V}{H}$ तथा $B = \sqrt{H^2 + V^2}$
- **उदासीन बिन्दु**—जिन बिन्दुओं पर चुम्बक द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक के बराबर व दिशा में विपरीत हो जाता है वहाँ परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र शून्य हो जाता है। इस बिन्दु को **उदासीन बिन्दु** कहते हैं।
उदासीन बिन्दु पर, $B = H$
- **चुम्बकन तीव्रता**—किसी पदार्थ के प्रति एकांक आयतन में उत्पन्न परिणामी चुम्बकीय आघूर्ण को उस पदार्थ के **चुम्बकन की तीव्रता** कहते हैं। इसे I से प्रदर्शित करते हैं।
$$I = \frac{\vec{M}}{V}$$
 इसका मात्रक 'ऐम्पियर/मीटर' है।
- **चुम्बकीय तीव्रता**—वह बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र जो उसमें रखे गए पदार्थ को चुम्बकित करने की क्षमता रखता है, **चुम्बकीय तीव्रता** कहलाता है। इसे ' H ' से प्रदर्शित करते हैं।

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. वह पदार्थ, जो किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर, चुम्बकीय क्षेत्र के विपरीत दिशा में क्षीण चुम्बकन (magnetization) प्राप्त कर लेता है, है— (2019)

- (i) प्रतिचुम्बकीय पदार्थ (ii) अनुचुम्बकीय पदार्थ
(iii) लौहचुम्बकीय पदार्थ (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर— (i) प्रतिचुम्बकीय पदार्थ

प्रश्न 2. डोमेन किस पदार्थ में बनते हैं? (2019)

- (i) प्रतिचुम्बकीय (ii) अनुचुम्बकीय
(iii) लौहचुम्बकीय (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर— (iii) लौहचुम्बकीय

प्रश्न 3. पृथ्वी के चुम्बकीय ध्रुवों पर नति (नमन) कोण का मान है— (2012, 18)

- (i) 45° (ii) 30° (iii) शून्य (iv) 90°

उत्तर— (iv) 90°

प्रश्न 4. वह कौन-सा चुम्बकीय पदार्थ है जो बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र का विरोध करता है? (2019)

- (i) प्रतिचुम्बकीय पदार्थ (ii) अनुचुम्बकीय पदार्थ
(iii) लौहचुम्बकीय पदार्थ (iv) सभी पदार्थ

उत्तर— (i) प्रतिचुम्बकीय पदार्थ

प्रश्न 5. चुम्बकीय याम्योत्तर तथा भौगोलिक याम्योत्तर के बीच के कोण को कहते हैं— (2013)

- (i) नति कोण (ii) दिक्पात कोण
(iii) ध्रुवण कोण (iv) क्रान्तिक कोण

उत्तर— (ii) दिक्पात कोण

प्रश्न 6. किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटक बराबर हैं। उस स्थान पर नति कोण का मान होगा— (2011, 12, 17)

- (i) 0° (ii) 45° (iii) 60° (iv) 90°

उत्तर— (ii) 45°

[संकेत— $\tan\theta = V/H = H/H = 1 = \tan 45^\circ \Rightarrow \theta = 45^\circ$]

प्रश्न 7. पृथ्वी तल के किसी निश्चित स्थान पर, पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का ऊर्ध्वाधर घटक, क्षैतिज घटक का $\sqrt{3}$ गुना है। इस स्थान पर नति कोण है— (2015)

- (i) 0° (ii) 30° (iii) 45° (iv) 60°

उत्तर— (iv) 60°

प्रश्न 8. यदि E तथा H क्रमशः विद्युत-क्षेत्र तथा चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता को प्रदर्शित करते हैं, तो E/H का मात्रक होता है। (2019)

- (i) ऐम्पियर (ii) ओम (iii) वोल्ट (iv) जूल

उत्तर— (ii) ओम

प्रश्न 9. किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकत्व का क्षैतिज घटक $H = 0.3 \times 10^{-4}$ वेबर/मी² तथा नमन कोण 30° है। सम्पूर्ण चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा— (2017)

- (i) 0.46×10^{-4} वेबर/मी² (ii) 0.26×10^{-4} वेबर/मी²
(iii) 4.6×10^{-6} वेबर/मी² (iv) 3.4×10^{-5} वेबर/मी²

उत्तर— (iv) 3.4×10^{-5} वेबर/मी²

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. चुम्बकीय याम्योत्तर की परिभाषा लिखिए। (2012, 14)

उत्तर— किसी स्थान पर अपने गुरुत्व केन्द्र से स्वतन्त्रतापूर्वक लटकायी गयी चुम्बक के चुम्बकीय अक्ष से गुजरने वाले ऊर्ध्वाधर तल को चुम्बकीय याम्योत्तर कहते हैं।

प्रश्न 2. नति कोण से आप क्या समझते हैं? (2016, 18, 19)

या नति कोण की परिभाषा दीजिए। (2019)

उत्तर— नति कोण वह कोण है, जो चुम्बकीय याम्योत्तर में पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र B_e की दिशा तथा क्षैतिज दिशा के बीच बनता है।

प्रश्न 3. दिक्पात कोण से क्या तात्पर्य है? (2017, 18)

उत्तर— पृथ्वी की सतह पर किसी स्थान पर भौगोलिक याम्योत्तर तथा चुम्बकीय याम्योत्तर के बीच बने न्यूनकोण को उस स्थान के लिए दिक्पात कोण कहते हैं। इसे ' α ' से प्रदर्शित करते हैं।

प्रश्न 4. किन दो स्थानों पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक शून्य होता है? (2012)

उत्तर— पृथ्वी के चुम्बकीय उत्तरी तथा दक्षिणी ध्रुव पर। चूँकि इन स्थानों पर नति कोण $\theta = 90^\circ$

अतः $H = B_e \cos \theta = B_e \cos 90^\circ = B_e \times 0 = 0$

प्रश्न 5. किसी स्थान पर नति कोण, पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक तथा ऊर्ध्व घटक के बीच सम्बन्ध लिखिए। (2010, 12)

या भू-चुम्बकत्व के अवयवों का आपस में सम्बन्ध लिखिए। (2017)

उत्तर— $\tan \theta = V/H$ [जहाँ $\theta =$ नति कोण, $V = B_e \sin \theta$ (ऊर्ध्व घटक), $H = B_e \cos \theta$ (क्षैतिज घटक) जहाँ, $B_e =$ पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र]

प्रश्न 6. किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटक प्रत्येक 0.5 गौस के बराबर हैं। पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की सम्पूर्ण तीव्रता का मान ज्ञात कीजिए। (2015)

हल— $\tan \theta = \frac{V}{H} = 1$ [$\because V = H = 0.5$ गौस]

$\therefore \theta = 45^\circ$

अतः चुम्बकीय क्षेत्र की सम्पूर्ण तीव्रता, $B = \frac{H}{\cos \theta}$

$$= \frac{0.5 \times 10^{-4}}{\cos 45^\circ} = 7.07 \times 10^{-5} \text{ वेबर/मी}^2$$

प्रश्न 7. किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक तथा ऊर्ध्वाधर घटक क्रमशः $0.3 \times 10^{-4} \text{ Wb/m}^2$ तथा $3\sqrt{3} \times 10^{-5} \text{ Wb/m}^2$ हैं। नति कोण का मान ज्ञात कीजिए। (NCERT) (2019)

हल— दिया है, क्षैतिज घटक, $H = 0.3 \times 10^{-4} \text{ Wb/m}^2$
ऊर्ध्वाधर घटक, $V = 3\sqrt{3} \times 10^{-5} \text{ Wb/m}^2$

$$\therefore \text{नति कोण, } \theta = \tan^{-1} \left(\frac{V}{H} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3} \times 10^{-5}}{0.3 \times 10^{-4}} \right)$$

$$= \tan^{-1} (\sqrt{3}) = 60^\circ$$

प्रश्न 8. किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता के क्षैतिज घटक तथा ऊर्ध्वाधर घटक के मान क्रमशः 0.3×10^{-4} वेबर/मी² तथा $3\sqrt{3} \times 10^{-5}$ वेबर/मी² हों तो उस स्थान पर पृथ्वी के सम्पूर्ण चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता तथा नति कोण ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— दिया है, क्षैतिज घटक, $H = 0.3 \times 10^{-4}$ वेबर/मी²
ऊर्ध्वाधर घटक, $V = 3\sqrt{3} \times 10^{-5}$ वेबर/मी²

$$\therefore \text{नति कोण, } \theta = \tan^{-1} \left(\frac{V}{H} \right)$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3} \times 10^{-5}}{0.3 \times 10^{-4}} \right)$$

$$= \tan^{-1} (\sqrt{3}) = 60^\circ$$

$$\text{तथा चुम्बकीय क्षेत्र की सम्पूर्ण तीव्रता, } B = \frac{H}{\cos \theta} = \frac{0.3 \times 10^{-4}}{\cos 60^\circ}$$

$$= \frac{0.3 \times 10^{-4}}{1/2}$$

$$= 6 \times 10^{-5} \text{ वेबर/मी}^2$$

प्रश्न 9. यदि पृथ्वी के किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के ऊर्ध्वाधर घटक का मान क्षैतिज घटक के मान का $\sqrt{3}$ गुना हो तो उस स्थान पर नति कोण का मान क्या होगा? (2017, 19)

हल— माना ऊर्ध्वघटक $V = B \sin \theta$
क्षैतिज घटक $H = B \cos \theta$

$$\therefore V = H \tan \theta \text{ प्रश्नानुसार, } V\sqrt{3} = H$$

$$\text{अतः } V = V\sqrt{3} \tan \theta$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

अतः नति कोण $\theta = 30^\circ$

प्रश्न 10. किन्हीं दो प्रतिचुम्बकत्व वाले पदार्थों के नाम लिखिए। (2011, 18)

उत्तर— बिस्मथ तथा ऐण्टीमनी।

प्रश्न 11. एक अनुचुम्बकीय पदार्थ की चुम्बकीय सुग्राहिता (ψ) का मान 10^{-4} है। पदार्थ के सापेक्ष चुम्बकशीलता (μ_r) का मान ज्ञात कीजिए। (2014)

$$\text{हल— } \mu_r = 1 + \psi = 1 + 10^{-4} = 1 + 0.0001 = 1.0001$$

प्रश्न 12. निम्नलिखित पदार्थों में से प्रतिचुम्बकीय तथा अनुचुम्बकीय पदार्थों को चुनिए—ताँबा, सोडियम, प्लैटिनम तथा चाँदी। (2017)

उत्तर— प्रतिचुम्बकीय — ताँबा, चाँदी

अनुचुम्बकीय — सोडियम, प्लैटिनम

प्रश्न 13. प्रति तथा अनुचुम्बकीय पदार्थों में मुख्य अन्तर लिखिए। (2017, 18)

उत्तर— ऐसे पदार्थ जो तीव्र प्रबलता के चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर क्षेत्र की विपरीत दिशा में आंशिक रूप से चुम्बकित होते हैं, प्रति चुम्बकीय पदार्थ कहलाते हैं। जैसे—सोना, चाँदी, हीरा, नमक, जल, वायु आदि।

ऐसे पदार्थ जो प्रबल तीव्रता के चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षेत्र की दिशा में आंशिक रूप से चुम्बकित होते हैं, अनुचुम्बकीय पदार्थ कहलाते हैं। जैसे—एलुमिनियम, प्लैटिनम, सोडियम, कॉपर क्लोराइड, ऑक्सीजन आदि।

प्रश्न 14. किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर प्रतिचुम्बकीय पदार्थों का व्यवहार अनुचुम्बकीय पदार्थों से किस प्रकार भिन्न होता है?

(2017)

उत्तर— प्रतिचुम्बकीय पदार्थों की छड़ों को शक्तिशाली चुम्बक के ध्रुवों के बीच स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाने पर इनकी अक्ष (लम्बाई) चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् दिशा में हो जाती है। जबकि अनुचुम्बकीय पदार्थों की छड़ों को शक्तिशाली चुम्बक के ध्रुवों के बीच स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाने पर इनकी अक्ष (लम्बाई) चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में हो जाती है।

प्रश्न 15. प्रतिचुम्बकीय तथा अनुचुम्बकीय पदार्थों में परिणामी चुम्बकीय आघूर्ण क्रमशः शून्य तथा अशून्य होता है, क्यों? (2018)

उत्तर— प्रतिचुम्बकीय पदार्थों में परिणामी चुम्बकीय आघूर्ण शून्य होता है; क्योंकि इनके परमाणुओं में प्रायः इलेक्ट्रॉनों की संख्या सम होती है। अनुचुम्बकीय पदार्थों में परिणामी चुम्बकीय आघूर्ण अशून्य होता है; क्योंकि इनके परमाणुओं में प्रायः इलेक्ट्रॉनों की संख्या विषम होती है।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. एक चुम्बकीय सुई चुम्बकीय याम्योत्तर के समान्तर एक ऊर्ध्वाधर तल में घूमने के लिए स्वतन्त्र है। इसका उत्तरी ध्रुव क्षैतिज से 22° के कोण पर नीचे की ओर झुका है। इस स्थान पर चुम्बकीय-क्षेत्र के क्षैतिज अवयव का मान 0.35 G है। इस स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय-क्षेत्र का परिमाण ज्ञात कीजिए। (NCERT)

हल— यहाँ नति कोण $\theta = 22^\circ$
तथा $H = 0.35 \text{ गौस} = 0.35 \times 10^{-4} \text{ न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर}$

$$H = B_e \cos \theta \Rightarrow B_e = H / \cos \theta$$

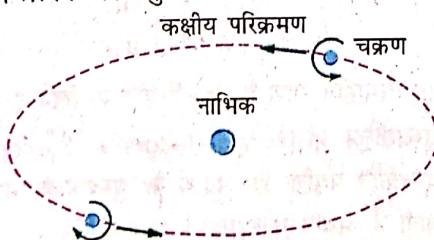
\therefore पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण

$$B_e = \frac{0.35 \times 10^{-4} \text{ न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर}}{\cos 22^\circ} = \left(\frac{0.35 \times 10^{-4}}{0.927} \right) \frac{\text{न्यूटन}}{\text{ऐम्पियर - मीटर}}$$

$\therefore B_e = 0.38 \times 10^{-4} \text{ न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर} = 0.38 \text{ गौस}$

प्रश्न 2. चुम्बकत्व के परमाणवीय मॉडल की व्याख्या कीजिए। (2010, 18)

उत्तर— चुम्बकत्व का परमाणवीय मॉडल—प्रत्येक पदार्थ असंख्य परमाणुओं से मिलकर बना है। प्रत्येक परमाणु के केन्द्र पर एक धनावेशित नाभिक होता है जिसके चारों ओर विभिन्न कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन घूमते रहते हैं। ये इलेक्ट्रॉन कक्षीय परिक्रमण के अतिरिक्त अपनी धुरी पर भी घूमते रहते हैं। इसे 'चक्रण' (spin) कहते हैं। चूँकि प्रत्येक इलेक्ट्रॉन आवेशित होता है; अतः कक्षीय अथवा चक्रण गति करता हुआ इलेक्ट्रॉन एक धारावाही लूप या चुम्बकीय द्विध्रुव की भाँति व्यवहार करता है। इसी कारण परमाणु में चुम्बकीय आघूर्ण उत्पन्न होता है। परमाणु में चुम्बकीय आघूर्ण का अधिकांश भाग (90%) इलेक्ट्रॉनों के 'चक्रण' के कारण होता है; कक्षीय परिक्रमण के कारण आघूर्ण बहुत कम (10%) होता है।



extrashots

- ★ भू-चुम्बकीय क्षेत्र में चुम्बकीय बल रेखाएँ उत्तरी गोलार्द्ध में प्रवेश करती हैं तथा दक्षिणी गोलार्द्ध से निर्गत होती हैं।
- ★ पृथ्वी का उत्तरी चुम्बकीय ध्रुव (magnetic north pole) उत्तरी कनाडा में 79.74°N अक्षांश तथा 71.8°W देशान्तर पर है।
- ★ पृथ्वी का दक्षिणी चुम्बकीय ध्रुव (magnetic south pole) अंटार्कटिका में 79.74°S अक्षांश तथा 108.22°E देशान्तर पर है।
- ★ दिल्ली में भू-चुम्बकीय क्षेत्र का परिणाम 3.5×10^{-5} टेस्ला, क्षैतिज से 42° नीचे की ओर दिष्ट है।

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. किसी स्थान पर एक टेलीफोन केबल में चार लम्बे, सीधे, क्षैतिज तार हैं जिनमें से प्रत्येक में 1.0 A की धारा पूर्व से पश्चिम की ओर प्रवाहित हो रही है। इस स्थान पर पृथ्वी का चुम्बकीय-क्षेत्र 0.39 G एवं नति कोण 35° है। दिक्पात कोण लगभग शून्य है। केबल के 4.0 cm नीचे और 4.0 cm ऊपर परिणामी चुम्बकीय-क्षेत्रों के मान क्या होंगे? (NCERT)

हल— पृथ्वी का चुम्बकीय-क्षेत्र $B = 0.39 \times 10^{-4} \text{ T}$,
 $\delta = 35^\circ, i = 1.0 \text{ A}$

पृथ्वी के क्षेत्र का क्षैतिज अवयव $B_H = B \cos \delta = 0.39 \times 0.819 = 0.319 \text{ G}$ (दक्षिण से उत्तर)

तथा ऊर्ध्वाधर अवयव $B_V = B \sin \delta = 0.39 \times 0.573 = 0.224 \text{ G}$
चार केबलों के कारण उनसे $a = 4.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ की दूरी पर

$$\text{चुम्बकीय-क्षेत्र } B' = 4 \times \left(\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{a} \right) = 4 \times \left(\frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi} \times \frac{10}{4.0 \times 10^{-2}} \right) = 0.2 \times 10^{-4} \text{ T} = 0.2 \text{ G}$$

केबल के ऊपर चुम्बकीय-क्षेत्र B' क्षैतिजतः दक्षिण से उत्तर की ओर तथा केबल के नीचे यह क्षेत्र क्षैतिजतः उत्तर से दक्षिण की ओर होगा।

केबल के नीचे चुम्बकीय-क्षेत्र—यहाँ B_H व B' परस्पर विपरीत हैं।

\therefore क्षैतिज अवयव $B'_H = B_H - B' = 0.119 \text{ G}$

\therefore नेट क्षेत्र $B_R = \sqrt{B'^2_H + B_V^2} = \sqrt{(0.119)^2 + (0.224)^2} = 0.254 \text{ G}$

जबकि $\delta' = \tan^{-1} \left(\frac{B_V}{B'_H} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0.224}{0.119} \right) = 62^\circ$

अतः केबल के नीचे नेट चुम्बकीय-क्षेत्र 0.254 G है जो क्षैतिज से 62° के कोण पर है।

केबल के ऊपर चुम्बकीय-क्षेत्र—यहाँ B_H व B' एक ही दिशा में हैं।

\therefore क्षैतिज अवयव $B'_H = B_H + B' = 0.319 + 0.2 = 0.519 \text{ G}$

जबकि $B_V = 0.224 \text{ G}$

\therefore नेट क्षेत्र $B_R = \sqrt{B'^2_H + B_V^2} = \sqrt{(0.519)^2 + (0.224)^2}$

या $B_R = 0.566 \text{ G} = 0.57 \text{ G}$

जबकि $\delta' = \tan^{-1} \left(\frac{B_V}{B'_H} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{0.224}{0.566} \right) = 23^\circ$

अतः नेट चुम्बकीय-क्षेत्र 0.57 G है जो क्षैतिज से 23° के कोण पर है।

प्रश्न 2. अनुचुम्बकीय, प्रतिचुम्बकीय और लौह-चुम्बकीय पदार्थों में विभेद कीजिए।

उत्तर— अनुचुम्बकीय, प्रतिचुम्बकीय और लौह-चुम्बकीय पदार्थों में विभेद—

क्रमांक	प्रतिचुम्बकीय	अनुचुम्बकीय	लौहचुम्बकीय
1.	ये पदार्थ चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षेत्र की विपरीत दिशा में मामूली से चुम्बकित हो जाते हैं।	ये पदार्थ चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षेत्र की ही दिशा में मामूली से चुम्बकित हो जाते हैं।	ये पदार्थ चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षेत्र की ही दिशा में प्रबल रूप से चुम्बकित हो जाते हैं।
2.	चुम्बकीय क्षेत्र को हटा लेने पर इनका चुम्बकन समाप्त हो जाता है।	चुम्बकीय क्षेत्र को हटा लेने पर इनका चुम्बकन समाप्त हो जाता है।	चुम्बकीय क्षेत्र को हटा लेने पर इनका चुम्बकन समाप्त नहीं होता है।
3.	ये पदार्थ किसी चुम्बक के सिरे के समीप लाए जाने पर तनिक प्रतिकर्षण का अनुभव करते हैं।	ये पदार्थ किसी चुम्बक के सिरे के समीप लाए जाने पर तनिक आकर्षण का अनुभव करते हैं।	ये पदार्थ चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा दृढ़ता (strongly) से आकर्षित होते हैं।
4.	ये पदार्थ असमान चुम्बकीय क्षेत्र में, क्षेत्र के कम तीव्रता वाले भाग की ओर आकर्षित होते हैं।	ये पदार्थ असमान चुम्बकीय क्षेत्र में, क्षेत्र के अधिक तीव्रता वाले भाग की ओर आकर्षित होते हैं।	ये पदार्थ असमान चुम्बकीय क्षेत्र में, क्षेत्र के अधिक तीव्रता वाले भाग की ओर आकर्षित होने की प्रवृत्ति रखते हैं।
5.	इन पदार्थों की चुम्बकीय प्रवृत्ति χ_m कम तथा ऋणात्मक होती है तथा ताप पर निर्भर नहीं करती।	इन पदार्थों की चुम्बकीय प्रवृत्ति χ_m कम तथा धनात्मक होती है तथा परमाप के व्युत्क्रमानुपाती होती है $\left(\chi_m \propto \frac{1}{T}\right)$, यही क्यूरी का नियम है।	इन पदार्थों की चुम्बकीय प्रवृत्ति χ_m बहुत अधिक तथा धनात्मक होती है। $\chi_m \propto \frac{1}{T}$ ताप बढ़ाने पर क्यूरी ताप से ऊपर पदार्थ अनुचुम्बकीय हो जाता है।
6.	इन पदार्थों की आपेक्षिक चुम्बकशीलता एक से कम ($0 \leq \mu_r < 1$) होती है।	इन पदार्थों की आपेक्षिक चुम्बकशीलता एक से थोड़ा अधिक ($\mu_r > 1$) होती है।	इन पदार्थों की आपेक्षिक चुम्बकशीलता एक से बहुत अधिक ($\mu_r \gg 1$) होती है।
7.	इन पदार्थों के परमाणुओं में इलेक्ट्रॉनों की संख्या सम होती है तथा दो-दो इलेक्ट्रॉन मिलकर एक युग्म बना लेते हैं। प्रत्येक युग्म में एक इलेक्ट्रॉन का चक्रण दूसरे के चक्रण से विपरीत दिशा में होता है। जिस कारण पदार्थ का नैट चुम्बकीय आघूर्ण शून्य होता है।	इन पदार्थों के परमाणुओं में कुछ ऐसे आधिक्य इलेक्ट्रॉन होते हैं जिनके चक्रण एक ही दिशा में होते हैं। अतः ऐसे पदार्थों में स्थायी चुम्बकीय आघूर्ण होता है। परन्तु ये अनियमित रूप से अभिविन्यस्त होते हैं जिस कारण पूरे पदार्थ का चुम्बकीय आघूर्ण शून्य ही रहता है।	इन पदार्थों के परमाणुओं में इलेक्ट्रॉनों के चक्रण के कारण स्थायी चुम्बकीय आघूर्ण होता है तथा ये डोमेनों के रूप में व्यवस्थित होते हैं। डोमेनों के अनियमित अभिविन्यास के कारण इनका किसी भी दिशा में परिणामी चुम्बकीय आघूर्ण शून्य ही रहता है।
8.	ये पदार्थ ठोस, द्रव तथा गैसों के रूप में होते हैं।	ये पदार्थ ठोस, द्रव तथा गैसों के रूप में होते हैं।	ये पदार्थ केवल क्रिस्टलीय ठोसों के रूप में होते हैं।
9.	उदाहरण—Ag, Au, Sb, Bi, Cu, NaCl, H ₂ O, Hg, H ₂ , N ₂ , He, Kr, Xe व वायु	उदाहरण—Pt, Al, Cr, Na, MnO ₂ , Ni तथा Fe के लवणों के विलयन।	उदाहरण—Fe, Ni, CO.

प्रश्न 3. चुम्बकशीलता, चुम्बकीय प्रवृत्ति तथा आपेक्षिक चुम्बकशीलता से क्या तात्पर्य है? किस प्रकार के चुम्बकीय पदार्थ की चुम्बकीय प्रवृत्ति ताप पर निर्भर नहीं करती है? (2013)

उत्तर— चुम्बकशीलता μ (Magnetic Permeability)—जब किसी चुम्बकीय पदार्थ को किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखते हैं तो वह पदार्थ चुम्बकित हो जाता है तथा उस पदार्थ में से, वायु के सापेक्ष, अधिक बल-रेखाएँ गुजरती हैं। इससे स्पष्ट है कि बल-रेखाएँ वायु की अपेक्षा चुम्बकीय पदार्थ में से अधिक सुगमता से गुजरती हैं। इसे हम इस प्रकार भी व्यक्त कर सकते हैं कि वायु की अपेक्षा लोहे में अधिक 'चुम्बकशीलता' है। किसी चुम्बकीय पदार्थ में उत्पन्न चुम्बकीय प्रेरण \vec{B} तथा चुम्बकीय क्षेत्र \vec{H} के अनुपात को पदार्थ की

चुम्बकशीलता कहते हैं, अर्थात् $\mu = \frac{\vec{B}}{\vec{H}}$

संख्यात्मक रूप से, $\mu = B/H$
इसका S.I. मात्रक वेबर/(ऐम्पियर-मीटर) अथवा न्यूटन/ऐम्पियर² है।

आपेक्षिक चुम्बकशीलता μ_r (Relative Magnetic Permeability)—किसी चुम्बकीय पदार्थ की आपेक्षिक चुम्बकशीलता, पदार्थ की चुम्बकशीलता μ तथा निर्वात (वायु) की चुम्बकशीलता μ_0 के अनुपात को कहते हैं, अर्थात्

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

यह विमाहीन राशि है तथा निर्वात के लिए इसका मान 1 है।

चुम्बकीय प्रवृत्ति χ_m (Magnetic Susceptibility)—किसी पदार्थ की चुम्बकीय प्रवृत्ति उस पदार्थ के चुम्बकत्व धारण करने की क्षमता से नापी जाती है अर्थात् कोई पदार्थ चुम्बकीय क्षेत्र में कितनी सरलता से चुम्बकित होता है। किसी चुम्बकीय पदार्थ में उत्पन्न हुई चुम्बकीय तीव्रता (I) तथा उसे उत्पन्न करने वाले चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता (H) के अनुपात को उस पदार्थ की चुम्बकीय प्रवृत्ति कहते हैं, अर्थात्

$$\chi_m = \frac{I}{H}$$

यह एक शुद्ध संख्या है, (\therefore तथा H दोनों के मात्रक एक ही हैं) तथा निर्वात के लिए इसका मान शून्य है (क्योंकि निर्वात में चुम्बकन नहीं हो सकता)। अतः इसका कोई मात्रक नहीं होता है।

प्रतिचुम्बकीय पदार्थ की चुम्बकीय प्रवृत्ति ताप पर निर्भर नहीं करती है।

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. दिक्पात कोण, नमन कोण तथा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक की व्याख्या कीजिए। (2017)

या उपयुक्त आरेख बनाकर किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता के क्षैतिज घटक, ऊर्ध्व-घटक एवं नति कोण में सम्बन्ध ज्ञात कीजिए। दिक्पात कोण क्या होता है? (2012)

या नति कोण तथा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक से क्या तात्पर्य है? इनके मध्य सम्बन्ध प्राप्त कीजिए। (2012)

या भू-चुम्बकत्व के चुम्बकीय अवयव क्या हैं? उपयुक्त आरेख की सहायता से उनकी व्याख्या कीजिए। (2017)

या भू-चुम्बकीय क्षेत्र के विभिन्न अवयव क्या हैं? उनके बीच के सम्बन्ध का सूत्र स्थापित कीजिए। (2017, 18)

या भू-चुम्बकत्व के विभिन्न अवयव क्या हैं? इनकी परिभाषा दीजिए। (2019)

उत्तर— पृथ्वी के भू-चुम्बकत्व के प्रमाण—(i) स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाये गये चुम्बक का सदैव उत्तर-दक्षिण दिशा में ठहरना, (ii) पृथ्वी में गाड़ने पर लोहे के टुकड़े का कुछ समय बाद चुम्बक बनना तथा (iii) उदासीन बिन्दुओं का मिलना।

चुम्बकत्व के मौलिक तत्त्व—पृथ्वी भी एक चुम्बक की भाँति व्यवहार करती है। पृथ्वी के इस गुण को भू-चुम्बकत्व कहते हैं। किसी स्थान पर पृथ्वी के भू-चुम्बकत्व का अध्ययन करने के लिए जिन राशियों की आवश्यकता होती है, वे भू-चुम्बकत्व के अवयव कहलाती हैं।

भू-चुम्बकत्व के निम्नलिखित तीन अवयव हैं—

1. **दिक्पात कोण** (Angle of Declination)—किसी स्थान पर अपने

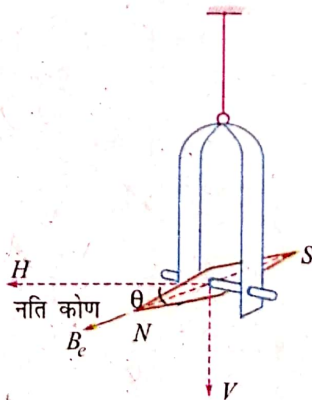
गुरुत्व-केन्द्र से स्वतन्त्रतापूर्वक लटकी चुम्बकीय सूई के अक्ष से गुजरने वाले ऊर्ध्वाधर तल को 'चुम्बकीय याम्योत्तर' कहते हैं।

इसी प्रकार किसी स्थान पर पृथ्वी के भौगोलिक उत्तरी तथा दक्षिणी ध्रुवों को मिलाने वाली रेखा में से गुजरने वाले ऊर्ध्वाधर तल को 'भौगोलिक याम्योत्तर' कहते हैं।

पृथ्वी तल के किसी स्थान पर चुम्बकीय याम्योत्तर एवं भौगोलिक याम्योत्तर के बीच बने न्यून कोण को 'दिक्पात कोण' कहते हैं।

2. **नति कोण अथवा नमन कोण** (Angle of Dip)—यदि किसी

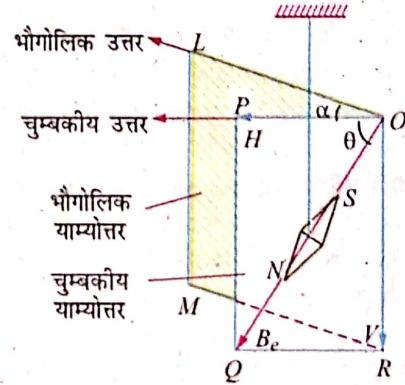
चुम्बकीय सूई को उसके गुरुत्व केन्द्र से स्वतन्त्रतापूर्वक इस प्रकार लटकाया जाए कि सूई ऊर्ध्वाधर तल में घूम सके तो चुम्बकीय याम्योत्तर में स्थिर होने पर सूई क्षैतिज दिशा से कुछ झुक जाती है। इस अवस्था में सूई का चुम्बकीय अक्ष, चुम्बकीय याम्योत्तर में क्षैतिज दिशा के साथ जो कोण बनाता है, उसे 'नति कोण' कहते हैं। चूँकि सूई का चुम्बकीय अक्ष पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा प्रदर्शित करता है; अतः नति कोण वह कोण है, जो चुम्बकीय याम्योत्तर में पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र B_e की दिशा तथा क्षैतिज दिशा के बीच बनता है। नति कोण का मान पृथ्वी की चुम्बकीय निरक्ष पर 0° तथा पृथ्वी के



चुम्बकीय ध्रुवों पर 90° होता है। उत्तरी गोलार्द्ध में नति सूई का उत्तरी सिरा और दक्षिणी गोलार्द्ध में दक्षिणी सिरा नीचे की ओर झुकता है।

3. **पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक** (Horizontal Component of Earth's Magnetic Field)—किसी स्थान पर चुम्बकीय याम्योत्तर में कार्य करने वाले पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र B_e का जो घटक क्षैतिज दिशा में कार्य करता है, उसे पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक (H) कहते हैं।

दिक्पात कोण (α), नति कोण (θ) तथा चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज घटक (H) में सम्बन्ध—चुम्बकीय निरक्ष को छोड़कर, हर स्थान पर चुम्बकीय सूई क्षैतिज से कुछ झुककर रुकती है। अतः किसी स्थान पर चुम्बकीय याम्योत्तर में कार्य करने वाले चुम्बकीय क्षेत्र B_e को, क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटकों में वियोजित किया जा सकता है।



ये घटक क्रमशः H तथा V से प्रकट किये जाते हैं। इन दोनों में पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक H अधिक महत्वपूर्ण है। इसीलिए इसको भू-चुम्बकत्व के मौलिक तत्त्वों में सम्मिलित किया गया है।

NS एक स्वतन्त्रतापूर्वक लटकी चुम्बकीय सूई है। इसके अक्ष में से होकर गुजरने वाला ऊर्ध्वाधर तल $OPQR$ चुम्बकीय याम्योत्तर है। तल $OLMR$ वहाँ पर भौगोलिक याम्योत्तर है। इन तलों के बीच का कोण α , दिक्पात कोण है, जबकि सूई का अक्ष OQ तथा क्षैतिज दिशा OP के बीच का कोण θ नति कोण है।

चुम्बकीय सूई का अक्ष OQ पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र B_e की दिशा को प्रदर्शित करता है। चुम्बकीय क्षेत्र B_e को क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटकों (H व V) में वियोजित करने पर

$$\text{पृथ्वी के क्षेत्र का क्षैतिज घटक } H = B_e \cos \theta \quad \dots(1)$$

$$\text{पृथ्वी के क्षेत्र का ऊर्ध्वाधर घटक } V = B_e \sin \theta \quad \dots(2)$$

अतः समी० (1) व (2) का वर्ग करके जोड़ने पर,

$$H^2 + V^2 = B_e^2 \cos^2 \theta + B_e^2 \sin^2 \theta = B_e^2$$

$$(\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1)$$

$$\text{अथवा } B_e = \sqrt{H^2 + V^2}$$

समी० (2) को समी० (1) से भाग देने पर,

$$\frac{V}{H} = \tan \theta \quad \text{अथवा} \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{V}{H} \right)$$

यदि किसी स्थान पर α और θ ज्ञात हों तो पृथ्वी के क्षेत्र B_e की दिशा पूर्णतया निर्धारित की जा सकती है तथा यदि H और θ ज्ञात हों तो B_e का परिमाण ज्ञात किया जा सकता है। इस प्रकार α , θ तथा H किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का पूर्ण ज्ञान कराते हैं। इसी कारण इन्हें **भू-चुम्बकीय अवयव** कहते हैं। यही इनका महत्व है।

प्रश्न 2. चुम्बकत्व के परमाणवीय मॉडल के आधार पर लौहचुम्बकत्व की व्याख्या कीजिए। (2012)

- या डोमेन सिद्धान्त के आधार पर लौहचुम्बकत्व की व्याख्या कीजिए। (2013, 17)
- या अनुचुम्बकीय तथा प्रतिचुम्बकीय पदार्थों के परमाणुओं में क्या अन्तर होता है? (2014, 18)
- या अनुचुम्बकीय तथा प्रतिचुम्बकीय पदार्थों में क्या अन्तर होता है? परमाणु मॉडल के आधार पर समझाइए। (2015)
- या पदार्थों का उनके चुम्बकीय व्यवहार के आधार पर वर्गीकरण कीजिए। प्रत्येक वर्ग की प्रमुख विशेषताओं की व्याख्या कीजिए। (2016)
- या चुम्बकत्व के परमाणवीय मॉडल के आधार पर प्रतिचुम्बकत्व की व्याख्या कीजिए। (2018)
- या प्रतिचुम्बकीय तथा अनुचुम्बकीय पदार्थों में परिणामी चुम्बकीय आघूर्ण क्रमशः शून्य एवं अशून्य होता है, क्यों? (2018)
- या चुम्बकत्व की परमाणवीय मॉडल के आधार पर अनुचुम्बकत्व की व्याख्या कीजिए। (2018)

उत्तर— सन् 1846 में फैराडे ने देखा कि सभी पदार्थों में चुम्बकत्व के गुण पाए जाते हैं। उसने अनेक पदार्थों को चुम्बकीय क्षेत्र में रखकर उनके चुम्बकीय व्यवहारों का अध्ययन किया तथा इस आधार पर पदार्थों को निम्न तीन वर्गों में विभाजित किया—

1. **प्रतिचुम्बकीय पदार्थ** (Diamagnetic Substances)—कुछ पदार्थ चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षेत्र की विपरीत दिशा में क्षीण चुम्बकत्व प्राप्त कर लेते हैं। इन्हें प्रतिचुम्बकीय पदार्थ कहते हैं तथा इनके इस गुण को 'प्रतिचुम्बकत्व' कहते हैं। बिस्मथ, ऐण्टीमनी, सोना, पानी, ऐल्कोहॉल, जस्ता, ताँबा, चाँदी, हीरा, नमक, पारा इत्यादि प्रतिचुम्बकीय पदार्थ हैं।

प्रतिचुम्बकत्व की व्याख्या—प्रतिचुम्बकत्व का गुण प्रायः उन पदार्थों के अणुओं अथवा परमाणुओं में पाया जाता है जिनमें इलेक्ट्रॉनों की संख्या सम (even) होती है तथा दो-दो इलेक्ट्रॉन मिलकर युग्म बना लेते हैं।

प्रत्येक युग्म में एक इलेक्ट्रॉन का चक्रण दूसरे इलेक्ट्रॉन के चक्रण की विपरीत दिशा में होता है, जिससे ये एक-दूसरे के चुम्बकीय आघूर्ण को निरस्त कर देते हैं। अतः प्रतिचुम्बकीय पदार्थ के परमाणु का नेट चुम्बकीय आघूर्ण शून्य होता है। जब ऐसे पदार्थ को किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो युग्म के एक इलेक्ट्रॉन का चक्रण धीमा तथा दूसरे का त्वरित हो जाता है। अब युग्म के इलेक्ट्रॉन एक-दूसरे के चुम्बकीय प्रभाव को निरस्त नहीं कर पाते और परमाणु में चुम्बकीय आघूर्ण प्रेरित हो जाता है, जिसकी दिशा बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के विपरीत होती है; अर्थात् पदार्थ बाह्य क्षेत्र की विपरीत दिशा में चुम्बकित हो जाता है। ताप के बदलने पर इन पदार्थों के प्रतिचुम्बकत्व गुण पर कोई प्रभाव नहीं होता।

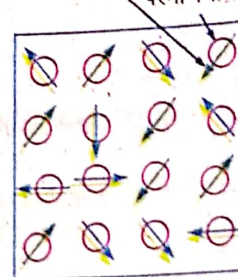
2. **अनुचुम्बकीय पदार्थ** (Paramagnetic Substances)—कुछ पदार्थ चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षेत्र की दिशा में क्षीण चुम्बकत्व प्राप्त कर लेते हैं, इन्हें अनुचुम्बकीय पदार्थ कहते हैं तथा इनके इस गुण को 'अनुचुम्बकत्व' कहते हैं। प्लैटिनम, ऐलुमिनियम, सोडियम, क्रोमियम, मैंगनीज, कॉपर सल्फेट इत्यादि अनुचुम्बकीय पदार्थ हैं।

अनुचुम्बकत्व की व्याख्या—अनुचुम्बकत्व का गुण उन पदार्थों में पाया जाता है जिनके परमाणुओं या अणुओं में कुछ ऐसे आधिक्य इलेक्ट्रॉन होते हैं जिनका चक्रण एक ही दिशा में होता है। अतः प्रत्येक परमाणु में स्थायी चुम्बकीय आघूर्ण होता है और वह एक सूक्ष्म दण्ड चुम्बक की भाँति व्यवहार करता है, जिसे 'परमाणवीय चुम्बक' कहते हैं। परन्तु किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की अनुपस्थिति में ये पदार्थ कोई चुम्बकीय प्रभाव नहीं दिखाते। इसका कारण परमाणवीय चुम्बकों का अनियमित रूप से अभिविन्यासित (randomly oriented) होना है [चित्र (a)]। बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर प्रत्येक परमाणवीय चुम्बक पर एक बल-आघूर्ण कार्य करता है जिससे ये क्षेत्र की दिशा में

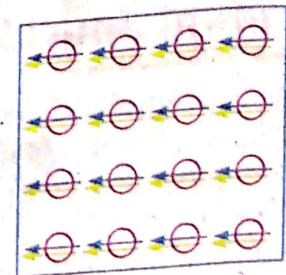
संरेखित हो जाते हैं। इस प्रकार पूरा पदार्थ क्षेत्र की दिशा में चुम्बकीय आघूर्ण प्राप्त कर लेता है; अर्थात् क्षेत्र की दिशा में चुम्बकित हो जाता है [चित्र (b)]।

तुल्य दण्ड-चुम्बक

परमाणवीय धारा-लूप



(a) अनुचुम्बकित

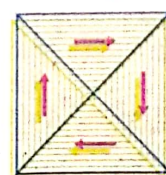


(b) चुम्बकित

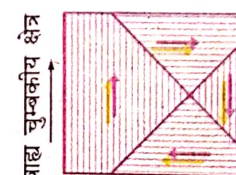
ऊष्मीय विक्षोभ के कारण चुम्बकीय संरेखण कम होता है, जिससे अनुचुम्बकीय पदार्थों में चुम्बकन बहुत कम हो पाता है। बाह्य क्षेत्र की तीव्रता बढ़ाने पर अथवा ताप घटाने पर चुम्बकन बढ़ जाता है।

3. **लौहचुम्बकीय पदार्थ** (Ferromagnetic Substances)—कुछ पदार्थ चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर क्षेत्र की दिशा में प्रबल रूप से चुम्बकित हो जाते हैं, इन्हें लौहचुम्बकीय पदार्थ कहते हैं। लोहा, कोबाल्ट, निकल तथा मैग्नेटाइट (Fe_3O_4) इत्यादि लौहचुम्बकीय पदार्थ हैं।

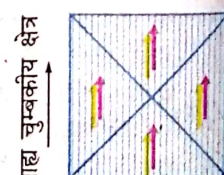
लौहचुम्बकत्व की व्याख्या (डोमेन सिद्धान्त)—अनुचुम्बकत्व तथा लौहचुम्बकत्व में केवल तीव्रता का अन्तर होता है। वास्तव में लौहचुम्बकीय पदार्थ ऐसे अनुचुम्बकीय पदार्थ हैं, जिनका चुम्बकीय क्षेत्र में चुम्बकन अत्यन्त तीव्र होता है। लौहचुम्बकीय पदार्थों का भी प्रत्येक परमाणु एक चुम्बक होता है और यह एक स्थायी चुम्बकीय आघूर्ण रखता है परन्तु लौहचुम्बकीय पदार्थों के परमाणुओं की कुछ अन्योन्य क्रियाओं के कारण पदार्थों के भीतर परमाणुओं के असंख्य अतिसूक्ष्म आकार के प्रभावी क्षेत्र बन जाते हैं, जिन्हें डोमेन कहते हैं। प्रत्येक डोमेन में 10^{17} से 10^{21} तक परमाणु होते हैं, जिनकी चुम्बकीय अक्षें एक ही दिशा में संरेखित होती हैं (परन्तु पास वाले डोमेनों के परमाणुओं से भिन्न दिशा में)। इस प्रकार चुम्बकीय क्षेत्र की अनुपस्थिति में भी प्रत्येक डोमेन चुम्बकीय संतृप्तता की स्थिति में होता है। परन्तु परिणामी चुम्बकीय आघूर्ण शून्य ही रहता है [चित्र (a)]।



(a)



(b)



(c)

लौहचुम्बकीय पदार्थों को किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर पदार्थ का परिणामी चुम्बकीय आघूर्ण निम्नलिखित दो प्रकार से बढ़ सकता है—

1. **डोमेन की परिसीमाओं के विस्थापन द्वारा**—बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में संरेखित डोमेनों के आकार में वृद्धि होती है, जबकि अन्य दिशाओं में अभिविन्यस्त डोमेनों के आकार छोटे हो जाते हैं [चित्र (b)]।

जब बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र दुर्बल हो जाता है तो लौहचुम्बकीय पदार्थों का चुम्बकन प्रायः डोमेनों की परिसीमाओं के विस्थापन द्वारा होता है। इस स्थिति में चुम्बकन की क्रिया उत्क्रमणीय होती है; अर्थात् चुम्बकीय क्षेत्र हटा लेने पर डोमेन अपनी पूर्वावस्था में वापस आ जाते हैं। अतः पदार्थ पूर्णतः विचुम्बकित हो जाता है।

2. **डोमेनों के घूर्णन द्वारा**—डोमेन इस प्रकार घूम जाते हैं कि इनके चुम्बकीय आघूर्ण बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में हो जाते हैं जिससे प्रबल चुम्बकत्व प्राप्त हो जाता है [चित्र (c)]।

बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र के दुर्बल होने पर इन पदार्थों में चुम्बकन डोमेनों की परिसीमाओं के विस्थापन द्वारा होता है। परन्तु प्रबल बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में इन पदार्थों का चुम्बकन डोमेनों के घूर्णन द्वारा होता है। बाह्य क्षेत्र यदि क्षीण है, तो उसे हटा लेने पर डोमेन अपनी मूल स्थितियों में आ जाते हैं और पदार्थ का चुम्बकत्व समाप्त हो जाता है। यदि बाह्य क्षेत्र तीव्र है तो चुम्बकीय-क्षेत्र को हटा लेने पर पदार्थ पूर्णतः विचुम्बकित नहीं होता, बल्कि उसमें कुछ-न-कुछ चुम्बकत्व शेष रह जाता है।

extra shots

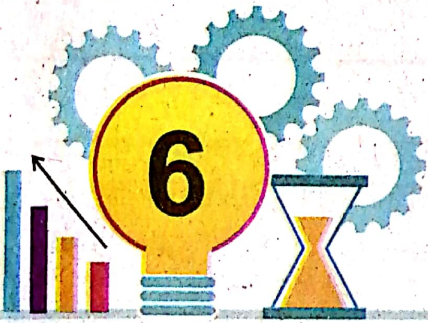
★ अतिचालक (super conductors) पदार्थ कुछ विशिष्ट प्रतिचुम्बकीय पदार्थ हैं। जब इन पदार्थों को ठण्डा किया जाता है तो इनका प्रतिरोध धीरे-धीरे घटता है तथा एक निश्चित अति निम्न ताप पर प्रतिरोध शून्य हो जाता है। इस अवस्था में

ये पदार्थ अतिचालक कहलाते हैं तथा इनका यह गुण अतिचालकता (superconductivity) कहलाता है।

★ अतिचालक की आपेक्षिक चुम्बकशीलता शून्य तथा चुम्बकीय प्रवृत्ति -1 होती है। अतः अतिचालक किसी चुम्बक को प्रतिकर्षित करते हैं तथा एक चुम्बक इन पदार्थों को प्रतिकर्षित करती है।



★ बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित किसी अतिचालक पदार्थ से होकर गुजरने वाली चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या शून्य होती है। अर्थात् इन पदार्थों के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है। यह प्रभाव मेसनर प्रभाव (Meissner effect) कहलाता है।



वैद्युत चुम्बकीय प्रेरण

Quick Review

❖ **चुम्बकीय फ्लक्स**—एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित किसी पृष्ठ से लम्बवत् गुजरने वाली चुम्बकीय बल रेखाओं की कुल संख्या को उस पृष्ठ से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स कहते हैं।

अतः $\phi = \vec{B} \cdot d\vec{A} = B dA \cos \theta$, जहाँ θ चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता \vec{B} व क्षेत्रफल सदिश $d\vec{A}$ के बीच का कोण है।

❖ प्रेरित वैद्युत वाहक बल $e \propto \frac{-d\phi}{dt}$

❖ प्रेरित धारा $i = \frac{e}{R} = -\frac{N \Delta \phi}{R \Delta t}$ तथा प्रेरित आवेश $q = i \Delta t = \frac{N}{R} \Delta \phi$

❖ एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान चालक में प्रेरित विभवान्तर, $V = Bv \sin \theta$
यदि $\theta = 90^\circ$ तो प्रेरित विभवान्तर $V = Bv$

❖ **स्वप्रेरण**—किसी कुण्डली में प्रवाहित वैद्युत धारा के मान में परिवर्तन के कारण कुण्डली में एक प्रेरित धारा उत्पन्न हो जाती है। वैद्युत चुम्बकीय प्रेरण की इस घटना को स्वप्रेरण कहते हैं।

❖ यदि किसी कुण्डली में फेरों की संख्या N व कुण्डली में प्रवाहित धारा i हो तब $N\phi = Li$ अथवा $L = \frac{N\phi}{i}$, जहाँ L कुण्डली का स्वप्रेरण गुणांक अथवा स्वप्रेरकत्व है।

❖ कुण्डली का स्वप्रेरण गुणांक (अथवा स्वप्रेरकत्व) $L = -\frac{e}{(\Delta i / \Delta t)}$

जहाँ $\Delta i / \Delta t$ कुण्डली में धारा परिवर्तन की दर व e कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वैद्युत वाहक बल है।

❖ किसी लम्बी परिनालिका का स्वप्रेरकत्व $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$ हेनरी

• समतल वृत्ताकार कुण्डली का स्वप्रेरकत्व $L = \frac{\mu_0 \pi N^2 r}{2}$ हेनरी

• किसी कुण्डली में संचित स्थितिज ऊर्जा $U = \frac{1}{2} Li_0^2$

• प्रेरकों के श्रेणीक्रम संयोजन में, $L = L_1 + L_2$
प्रेरकों के समान्तर-क्रम संयोजन में, $\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$

• दो कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरण गुणांक अथवा अन्योन्य प्रेरकत्व $M = \frac{N_2 \phi_2}{i_1} = - \frac{e_2}{(\Delta i_1 / \Delta t)}$

जहाँ i_1 प्राथमिक कुण्डली में प्रवाहित धारा, $\Delta i_2 / \Delta t$ उसमें धारा परिवर्तन की दर, N_2 द्वितीयक कुण्डली में फेरों की कुल संख्या ϕ_2 उसके प्रत्येक फेरे से चुम्बकीय फ्लक्स तथा e_2 उसमें उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक बल है।

• दो समतल कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व $M = \left(\frac{\mu_0 \pi r_2^2}{2 r_1} \right) N_1 N_2$

जहाँ r_1 व r_2 प्राथमिक व द्वितीयक कुण्डलियों की त्रिज्याएँ एवं N_1, N_2 उनमें फेरों की संख्या हैं।

• दो लम्बी समाक्षीय परिनालिकाओं के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व $M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 A}{l}$

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. प्रेरित विद्युत धारा की दिशा का पता चलता है— (2012, 15)

- (i) लेन्ज के नियम द्वारा
(ii) फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम द्वारा
(iii) बायो-सेवर्ट के नियम द्वारा (iv) ऐम्पियर के नियम द्वारा

उत्तर— (i) लेन्ज के नियम द्वारा

प्रश्न 2. लेन्ज का नियम किसके संरक्षण नियम के अनुरूप उत्पन्न होता है? (2017, 18)

- (i) आवेश (ii) संवेग (iii) ऊर्जा (iv) द्रव्यमान

उत्तर— (iii) ऊर्जा

प्रश्न 3. लेन्ज के विद्युत चुम्बकीय फ्लक्स प्रेरण के नियमानुसार इनमें से क्या सत्य है? (2010, 12, 13)

- (i) आवेश का संरक्षण (ii) चुम्बकीय फ्लक्स का संरक्षण
(iii) ऊर्जा का संरक्षण (iv) संवेग का संरक्षण

उत्तर— (iii) ऊर्जा का संरक्षण

प्रश्न 4. हेनरी/मीटर मात्रक है— (2019)

- (i) विद्युतशीलता का (ii) चुम्बकशीलता का
(iii) पराविद्युतांक का (iv) स्वप्रेरकत्व का

उत्तर— (ii) चुम्बकशीलता का

प्रश्न 5. $\frac{L}{R}$ की विमा होगी, जहाँ L प्रेरकत्व है तथा R प्रतिरोध है— (2013, 17)

- (i) $[M^0 L^0 T^{-1}]$ (ii) $[M^0 L T]$ (iii) $[M^0 L^0 T]$ (iv) $[MLT^{-2}]$

उत्तर— (iii) $[M^0 L^0 T]$

प्रश्न 6. 10 ओम प्रतिरोध तथा 10 हेनरी प्रेरकत्व की एक कुण्डली 50 वोल्ट की बैटरी से जोड़ी गयी है। कुण्डली में संचित ऊर्जा है— (2014)

- (i) 125 जूल (ii) 62.5 जूल
(iii) 250 जूल (iv) 500 जूल

उत्तर— (i) 125 जूल

प्रश्न 7. एक कुण्डली के लिए स्वप्रेरकत्व 2 mH है। उसमें विद्युत धारा प्रवाह की दर 10^3 ऐम्पियर/सेकण्ड है। इसमें प्रेरित विद्युत वाहक बल है— (2014)

- (i) 1 वोल्ट (ii) 2 वोल्ट (iii) 3 वोल्ट (iv) 4 वोल्ट

उत्तर— (ii) 2 वोल्ट

प्रश्न 8. एक वृत्तीय चालक कुण्डली में जब धारा 2 ऐम्पियर से 18 ऐम्पियर 0.05 सेकण्ड में बढ़ती है तो प्रेरित विद्युत वाहक बल (emf) 20V है। कुण्डली का स्वप्रेरकत्व है— (2015)

- (i) 62.5 mH (ii) 6.25 mH
(iii) 50.0 mH (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर— (i) 62.5 mH

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. चुम्बकीय फ्लक्स से आप क्या समझते हैं? (2018)

उत्तर— एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित किसी पृष्ठ से लम्बवत गुजरने वाली चुम्बकीय बल रेखाओं की कुल संख्या को उस पृष्ठ से बल चुम्बकीय फ्लक्स कहते हैं। इसे Φ (फाई) से प्रदर्शित करते हैं।

प्रश्न 2. विद्युत चुम्बकीय प्रेरण का लेन्ज का नियम क्या है? (2014, 16, 17)

उत्तर— किसी परिपथ में प्रेरित विद्युत वाहक बल, अथवा प्रेरित धारा की दिशा सदैव ऐसी होती है कि यह उस कारण का विरोध करती है जिससे वह स्वयं उत्पन्न होती है।

प्रश्न 3. भँवर धाराओं से आप क्या समझते हैं? (2010, 12, 17, 18)

या भँवर धाराएँ क्या होती हैं? (2013, 18)

उत्तर— भँवर धाराएँ (Eddy Currents)—सन् 1875 में फोकॉल्ट (Focault) ने देखा कि जब किसी धातु का टुकड़ा किसी 'परिवर्ती' (variable) चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है, अथवा किसी चुम्बकीय क्षेत्र में इस प्रकार गति करता है कि उससे बल चुम्बकीय फ्लक्स में लगातार परिवर्तन हो, तो धातु के सम्पूर्ण आयतन में प्रेरित धाराएँ उत्पन्न हो जाती हैं। ये धाराएँ धातु के टुकड़े की गति का (अथवा फ्लक्स परिवर्तन का) विरोध करती हैं। इन धाराओं को 'भँवर' धाराएँ कहते हैं।

धाराएँ' कहते हैं। फोको के नाम पर इन्हें 'फोको धाराएँ' भी कहा जाता है। कभी-कभी ये धाराएँ इतनी प्रबल हो जाती हैं कि धातु का टुकड़ा गर्म होकर लाल-तप्त हो जाता है।

प्रश्न 4. भँवर धाराओं से क्या हानियाँ हैं? किसी ट्रांसफॉर्मर की क्रोड में इनको उत्पन्न होने से किस प्रकार रोका जा सकता है? (2017)

उत्तर— ट्रांसफॉर्मर, डायनमो तथा मोटर की आर्मेचर कुण्डलियों की क्रोड नर्म लोहे की बनी होती हैं। जब इन यन्त्रों में प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित होती है तो क्रोड से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है, जिससे क्रोड में भँवर धाराएँ उत्पन्न हो जाती हैं और वे गर्म हो जाते हैं। इस प्रकार वैद्युत ऊर्जा का ऊष्मीय ऊर्जा में ह्रास होने लगता है। इस ह्रास (भँवर धाराओं) को कम करने के लिए क्रोड को नर्म लोहे के एक अकेले टुकड़े के रूप में न लेकर, नर्म लोहे की कई पतली-पतली पत्तियों को वार्निश द्वारा जोड़कर आवश्यक मोटाई बना लेते हैं। इस प्रकार की क्रोड, पटलित क्रोड (laminated core) कहलाती है। ऐसा करने से क्रोड का प्रतिरोध बढ़ जाता है तथा भँवर धाराएँ क्षीण हो जाती हैं, फलस्वरूप ऊर्जा ह्रास कम हो जाता है।

प्रश्न 5. चित्रानुसार तार AB में A से B की ओर धारा के मान में वृद्धि हो रही है। लूप में यदि कोई प्रेरित धारा है, तो उसकी दिशा क्या होनी चाहिए? (2019)



उत्तर— तार AB में धारा के कारण लूप में चुम्बकीय क्षेत्र कागज के तल के लम्बवत् भीतर से बाहर (ऊपर) की ओर उत्पन्न होगा।

प्रश्न 6. एक कुण्डली से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स 0.1 सेकण्ड में 1 वेबर से 0.1 वेबर हो जाता है। कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक बल ज्ञात कीजिए। (2015, 19)

हल— कुण्डली में प्रेरित वि० वा० बल $e = \frac{-\Delta\phi}{\Delta t}$
 $\therefore e = \frac{-(0.1 - 1)}{0.1} = 9$ वोल्ट

प्रश्न 7. दो वृत्तीय कुण्डलियाँ जिनकी त्रिज्याएँ r व R हैं, को एक समक्ष रखा गया है एवं केन्द्र एक ही है। $R \gg r$ के लिए इस व्यवस्था में अन्योन्य प्रेरण का एक व्यंजक ज्ञात कीजिए। (2018)

उत्तर— माना बाह्य वृत्ताकार कुण्डली में i_2 धारा प्रवाहित होती है। कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र, $B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2R}$

क्योंकि दूसरी कुण्डली की त्रिज्या बहुत छोटी है। अतः उसके क्षेत्रफल पर B_2 का मान स्थिर माना जा सकता है। अतः

$$\phi_1 = B_2 \pi r^2 = \frac{\mu_0 i_2}{2R} \times \pi r^2 = \frac{\mu_0 \pi r^2}{2R} i_2 \quad \dots (1)$$

$$\phi_1 = M i_2 \quad \dots (2)$$

समी० (1) व (2) से,

$$\therefore \text{अन्योन्य प्रेरण, } M = \frac{\mu_0 \pi r^2}{2R}$$

प्रश्न 8. स्वप्रेरण से आप क्या समझते हैं? (2016)

या स्वप्रेरण का अर्थ समझाइए तथा स्वप्रेरण गुणांक का विमीय सूत्र लिखिए। (2017)

उत्तर— स्वप्रेरण—किसी कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स के मान में परिवर्तन होने पर उसी कुण्डली में प्रेरित वैद्युत वाहक बल तथा प्रेरित धारा उत्पन्न होने की घटना को स्वप्रेरण कहते हैं।

स्वप्रेरण गुणांक का विमीय सूत्र $= [ML^2 T^{-2} A^{-2}]$

प्रश्न 9. स्वप्रेरकत्व की परिभाषा लिखिए। (2019)

उत्तर— किसी कुण्डली का स्वप्रेरकत्व (स्वप्रेरण गुणांक) संख्यात्मक रूप से उस प्रेरित विद्युत वाहक बल के संख्यात्मक मान के बराबर होता है जो कि उसी कुण्डली में धारा परिवर्तन की दर एकांक होने पर उत्पन्न होता है। इसका मात्रक हेनरी है।

प्रश्न 10. एक कुण्डली का स्वप्रेरकत्व 3.0×10^{-3} हेनरी है। यदि 0.1 सेकण्ड में कुण्डली की धारा का मान 5 ऐम्पियर से घट कर शून्य हो जाये तो कुण्डली में उत्पन्न स्वप्रेरित विद्युत वाहक बल की गणना कीजिए। (2011, 12, 18)

हल—
$$e = -L \left(\frac{\Delta i}{\Delta t} \right) = -3.0 \times 10^{-3} \left[\frac{0 - 5}{0.1} \right] \text{ वोल्ट}$$

$$= 0.150 \text{ वोल्ट}$$

प्रश्न 11. किसी परिपथ में 0.1s में धारा 5.0 A से 0.0 A तक गिरती है। यदि औसत प्रेरित विद्युत वाहक बल 200 V है तो परिपथ में स्वप्रेरकत्व का आकलन कीजिए। (NCERT)

हल— यहाँ $\Delta t = 0.1$ सेकण्ड, $\Delta i = i_2 - i_1 = (0 - 5.0)$ ऐम्पियर
 $= -5$ ऐम्पियर, $e = 200$ वोल्ट
 $\therefore e = -L \left(\frac{\Delta i}{\Delta t} \right)$
 $\Rightarrow L = - \left(\frac{e \times \Delta t}{\Delta i} \right) = - \left[\frac{200 \times 0.1}{-5} \right] \text{ हेनरी}$
 $= 4 \text{ हेनरी}$

प्रश्न 12. एक कुण्डली का स्वप्रेरण गुणांक 10 मिली हेनरी है। इसमें वैद्युत धारा 5 मिलीसेकण्ड में 5 ऐम्पियर से 15 ऐम्पियर हो जाती है। कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक बल ज्ञात कीजिए। (2016, 18)

हल— दिया है, $L = 10$ मिली हेनरी $= 10 \times 10^{-3}$ हेनरी
 $\Delta i = 15 - 5 = 10$ ऐम्पियर
 तथा $\Delta t = 5$ मिली सेकण्ड $= 5 \times 10^{-3}$ सेकण्ड

\therefore प्रेरित विद्युत वाहक बल $e = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$
 $= -(10 \times 10^{-3}) \times \frac{10}{5 \times 10^{-3}}$
 $= \frac{-100}{5} = -20 \text{ वोल्ट}$

ऋण चिह्न यह दर्शाता है कि विद्युत वाहक बल e ऐसी दिशा में प्रेरित होता है जिससे कि वह कुण्डली में धारा-परिवर्तन का विरोध करता है।

प्रश्न 13. किसी समय t पर एक कुण्डली से सम्बद्ध तात्क्षणिक चुम्बकीय फ्लक्स $\phi = (4t^3 - 5t^2 - 10t + 70)$ बेबर है। समय $t = 2$ सेकण्ड पर कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक बल ज्ञात कीजिए। (2018)

हल— दिया है, $\phi = (4t^3 - 5t^2 - 10t + 70)$ बेबर कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक बल,

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = -(12t^2 - 10t - 10)$$

$$t = 2 \text{ सेकण्ड पर, } e = -(12 \times 2^2 - 10 \times 2 - 10)$$

$$= -(48 - 20 - 10) = -18 \text{ वोल्ट}$$

प्रश्न 14. यदि प्राथमिक कुण्डली में बहने वाली 3.0 ऐम्पियर की धारा को 0.001 सेकण्ड में शून्य कर दिया जाए तो द्वितीयक कुण्डली से उत्पन्न प्रेरित वाहक बल 15000 वोल्ट होता है। इन कुण्डलियों का अन्योन्य प्रेरण गुणांक ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— दिया है, $\Delta i = (0 - 3.0)$ ऐम्पियर, $\Delta t = 0.001$ सेकण्ड
 $e = 15000$ वोल्ट, $M = ?$

अतः अन्योन्य प्रेरण गुणांक, $M = -\frac{e}{\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)} = \frac{-e\Delta t}{\Delta i}$
 $= -\frac{15000 \times 0.001}{(0 - 3.0)} = 5$ हेनरी

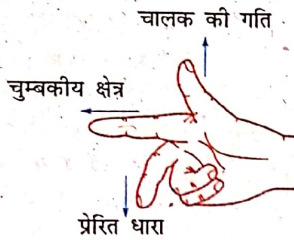
लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. फ्लेमिंग का दायें हाथ का नियम लिखिए।

(2011)

उत्तर— फ्लेमिंग के दायें हाथ का नियम (Fleming's Right Hand Rule) —

जब कोई ऋजुरेखीय चालक तार किसी चुम्बकीय क्षेत्र में उसके लम्बवत् गति करता है तो इसमें उत्पन्न प्रेरित धारा की दिशा फ्लेमिंग के दायें हाथ के नियम की सहायता से ज्ञात की जाती है। इस नियम के अनुसार,
 “यदि हम दायें हाथ का अँगूठा तथा इसके पास वाली दोनों अँगुलियों को एक साथ इस प्रकार फैलाएँ कि वे परस्पर लम्बवत् हों चित्रानुसार, तब यदि पहली अँगुली चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में तथा अँगूठा चालक की गति की दिशा में संकेत करें तो बीच वाली अँगुली चालक में प्रेरित विद्युत धारा की दिशा की ओर संकेत करेगी।”



important FACTS

- ★ लेन्ज के नियम की सहायता से किसी भी परिपथ में प्रेरित धारा की दिशा ज्ञात की जाती है, जबकि फ्लेमिंग के दायें हाथ के नियम की सहायता से सीधे चालक में प्रेरित धारा की दिशा ज्ञात की जाती है।

प्रश्न 2. एक कुण्डली का क्षेत्रफल 100 सेमी^2 है तथा इसमें 400 फेरे हैं। 0.20 वेबर/मी^2 का चुम्बकीय क्षेत्र कुण्डली के तल के लम्बवत् है। यदि चुम्बकीय क्षेत्र 0.1 सेकण्ड में घटकर शून्य हो जाए तो कुण्डली में प्रेरित वि० वा० बल का मान ज्ञात कीजिए। यदि कुण्डली का प्रतिरोध 4 ओम हो तो प्रेरित धारा का मान ज्ञात कीजिए।

(NCERT) (2013, 14)

हल— विद्युत वाहक बल $e = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA)}{\Delta t} = -NA \left(\frac{\Delta B}{\Delta t} \right)$
 $= -400 \times 10 \times 10^{-2} \left(\frac{0 - 0.20}{0.1} \right)$
 $= -4 \times (-2) = 8 \text{ वोल्ट}$

∴ कुण्डली का प्रतिरोध $R = 4 \text{ ओम}$

∴ कुण्डली में प्रेरित धारा $i = \frac{e}{R} = \frac{8}{4} = 2 \text{ ऐम्पियर}$

प्रश्न 3. एक L लम्बाई की धातु की छड़ ω कोणीय आवृत्ति से अपने एक सिरे के परितः घूर्णन कर रही है। चुम्बकीय क्षेत्र B छड़ की घूर्णन अक्ष के समान्तर आरोपित है। छड़ के सिरों के बीच उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक बल ज्ञात कीजिए। यदि छड़ का प्रतिरोध R हो तब उसमें प्रेरित धारा क्या होगी? (2014)

हल— एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में गतिशील छड़ में उत्पन्न प्रेरित वि० वा० बल $e = B\omega l$

जहाँ, $B =$ चुम्बकीय क्षेत्र, $v =$ छड़ का वेग, $l =$ छड़ की लम्बाई
 प्रश्नानुसार, छड़ कोणीय आवृत्ति ω से घूर्णन कर रही है, इसलिए प्रेरित वि० वा० बल

$$e = B\omega l$$

...(1)

यदि छड़ का प्रतिरोध R है, तब प्रेरित धारा $i = \frac{e}{R}$

जहाँ, $e = B\omega l$

[समी० (1) से]

$$i = \frac{B\omega l}{R}$$

प्रश्न 4. अन्योन्य प्रेरण क्या होता है? यदि प्राथमिक कुण्डली में प्रवाहित 3.0 ऐम्पियर की धारा को 0.001 सेकण्ड में शून्य कर दिया जाये तो द्वितीयक कुण्डली में 15000 वोल्ट का वि० वा० बल प्रेरित होता है। कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरण गुणांक ज्ञात कीजिए। (2018)

उत्तर— अन्योन्य प्रेरण—किन्हीं दो निकटवर्ती कुण्डलियों में से किसी एक कुण्डली में धारा परिवर्तन के कारण दूसरी कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न होने की घटना को अन्योन्य प्रेरण कहते हैं। यहाँ, प्राथमिक कुण्डली में धारा परिवर्तन, $\Delta i = 0 - 3 = -3$ ऐम्पियर, $(-)$ चिह्न धारा के घटने का प्रतीक है।

अतः $(-)$ चिह्न को छोड़ने पर,

$$\Delta i = 3 \text{ ऐम्पियर, समयान्तराल, } \Delta t = 0.001 \text{ सेकण्ड}$$

$$= 10^{-3} \text{ सेकण्ड}$$

द्वितीयक कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक बल, $e_2 = 15000$ वोल्ट
 संख्यात्मक रूप से उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक बल,

$$e_2 = M \left(\frac{\Delta i}{\Delta t} \right) \Rightarrow M = \frac{e_2 \times \Delta t}{\Delta i}$$

$$\Rightarrow M = \frac{15000 \times 10^{-3}}{3} \text{ हेनरी}$$

$$= 5000 \times 10^{-3} = 5 \text{ हेनरी}$$

प्रश्न 5. स्वप्रेरण गुणांक की परिभाषा लिखिए तथा मात्रक बताइए।

(2011, 13, 16, 17, 18)

या स्वप्रेरकत्व की परिभाषा लिखिए।

(2013, 14, 17)

उत्तर— $N\Phi = Li$ तथा यदि $i = 1$ तो $L = N\Phi$, अतः किसी कुण्डली का स्वप्रेरण गुणांक कुण्डली में चुम्बकीय फ्लक्स ग्रन्थिकाताओं के बराबर होता है, जबकि कुण्डली में एकांक धारा प्रवाहित हो रही है। संख्यात्मक रूप से प्रेरित विद्युत वाहक बल का परिमाण

$$e = L \left(\frac{\Delta i}{\Delta t} \right) \text{ अथवा } L = \frac{e}{(\Delta i / \Delta t)}$$

यदि $\Delta i / \Delta t = 1$ ऐम्पियर/सेकण्ड, तो $L = e$

अतः “किसी कुण्डली का स्वप्रेरण गुणांक संख्यात्मक रूप से उस प्रेरित वि० वा० बल के बराबर होता है जो कुण्डली में धारा-परिवर्तन की दर एकांक अर्थात् एक ऐम्पियर प्रति सेकण्ड होने पर उत्पन्न होता है।” इसका मात्रक हेनरी होता है।

extra shots

- ★ किसी कुण्डली में प्रवाहित विद्युत धारा के मान में परिवर्तन के कारण कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक को स्वप्रेरित विद्युत वाहक बल अथवा पश्च विद्युत वाहक बल (back e.m.f.) कहते हैं।

प्रश्न 6. स्वप्रेरण गुणांक की परिभाषा दीजिए।

(2018)

एक प्रेरक में प्रवाहित धारा $i = 2 + 5t$ द्वारा व्यक्त की जाती है। जहाँ i ऐम्पियर तथा t सेकण्ड में है। इसमें स्वप्रेरित विद्युत वाहक बल 10 मिलीवोल्ट है। ज्ञात कीजिए

(i) स्वप्रेरण गुणांक तथा

(ii) $t = 2$ सेकण्ड पर प्रेरक में संचित ऊर्जा

(NCERT) (2016)

हल— [स्वप्रेरण गुणांक की परिभाषा के लिए उपर्युक्त लघु उत्तरीय प्रश्न 5 का उत्तर देखें।]

दिया है, $e = 10$ मिलीवोल्ट $= 10 \times 10^{-3}$ वोल्ट

$$\text{धारा } i = 2 + 5t$$

$$\therefore \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{d}{dt}(2 + 5t) = 5 \text{ ऐम्पियर/सेकण्ड}$$

$$(i) \text{ स्वप्रेरण गुणांक } L = \frac{e}{\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)} = \frac{10 \times 10^{-3}}{5} = 2 \times 10^{-3} \text{ हेनरी}$$

$$= 2 \text{ मिली हेनरी}$$

$$(ii) \text{ } t = 2 \text{ सेकण्ड पर प्रेरक में धारा } i = 2 + 5 \times 2 = 2 + 10 = 12 \text{ ऐम्पियर}$$

$$\therefore \text{प्रेरक में संचित ऊर्जा} = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times (12)^2 = 144 \times 10^{-3} = 0.144 \text{ जूल}$$

प्रश्न 7. एक प्रेरक में धारा $i = 5 + 16t$ से व्यक्त की जाती है, जहाँ i तथा t क्रमशः ऐम्पियर व सेकण्ड में हैं। प्रेरित विद्युत वाहक बल 10 mV का है। ज्ञात कीजिए—(i) स्व-प्रेरकत्व तथा (ii) प्रेरक में $t = 1$ सेकण्ड पर संचित ऊर्जा।

(2019)

हल— दिया है, $e = 10 \text{ mV} = 10 \times 10^{-3} \text{ V}$

$$\text{धारा, } i = 5 + 16t$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{d}{dt}(5 + 16t) = 16 \text{ ऐम्पियर/सेकण्ड}$$

$$(i) \text{ स्व-प्रेरकत्व, } L = \frac{e}{\left(\frac{\Delta i}{\Delta t}\right)} = \frac{10 \times 10^{-3}}{16} = 0.625 \times 10^{-3} \text{ हेनरी} = 0.625 \text{ मिली हेनरी}$$

$$(ii) \text{ } t = 1 \text{ सेकण्ड पर प्रेरक में धारा } i = 5 + 16 \times 1 = 21 \text{ सेकण्ड}$$

$$\therefore \text{प्रेरक में संचित ऊर्जा} = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \times 0.625 \times 10^{-3} \times (21)^2 = \frac{1}{2} \times 0.625 \times 441 \times 10^{-3} = 137.81 \times 10^{-3} = 138 \text{ जूल (लगभग)}$$

प्रश्न 8. वायु के क्रोड वाली एक परिनालिका में, जिसकी लम्बाई 30 cm तथा अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल 25 cm^2 तथा कुल फेरे 500 हैं, 2.5 A धारा प्रवाहित हो रही है। धारा को 10^{-3} s के अल्पकाल में अचानक बन्द कर दिया जाता है। परिपथ में स्विच के खुले सिरों के बीच उत्पन्न औसत विद्युत वाहक बल का मान क्या होगा? परिनालिका के सिरों पर चुम्बकीय क्षेत्र के परिवर्तन की उपेक्षा कर सकते हैं?

(NCERT)

हल— परिनालिका में प्रेरित वि० वा० बल, $\varepsilon = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$

$$\text{परिनालिका का स्वप्रेरकत्व, } L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

$$\therefore \text{प्रेरित वि० वा० बल, } \varepsilon = - \left(\frac{\mu_0 N^2 A}{l} \right) \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

$$\text{यहाँ } N = 500, A = 25 \text{ सेमी}^2 = 25 \times 10^{-4} \text{ मी}^2, \\ l = 30 \text{ सेमी} = 0.30 \text{ मी}$$

$$\therefore \frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{i_2 - i_1}{t} = \frac{0 - 2.5}{10^{-3}} = -2.5 \times 10^{-3} \text{ ऐम्पियर/से}$$

\therefore प्रेरित वि० वा० बल

$$\varepsilon = - \left(\frac{4\pi \times 10^{-7} \times (500)^2 \times 25 \times 10^{-4}}{0.30} \right) \times (-2.5 \times 10^{-3}) = \frac{3.14 \times 25 \times 2.5}{3} \times 10^{-1} = 6.5 \text{ V.}$$

प्रश्न 9. पास-पास रखे कुंडलियों के एक युग्म का अन्योन्य प्रेरकत्व 1.5 H है। यदि एक कुंडली में 0.5 s में धारा 0 से 20 A परिवर्तित हो, तो दूसरी कुंडली की फ्लक्स बंधता में कितना परिवर्तन होगा? (NCERT)

हल— यहाँ $M = 1.5$ हेनरी, $\Delta t = 0.5$ सेकण्ड,

$$\Delta i = i_2 - i_1 = (20 \text{ A} - 0) = 20 \text{ ऐम्पियर}$$

$$\therefore \Phi_2 = Mi_1 \\ \Rightarrow \Delta \Phi_2 = M \Delta i_1$$

अतः द्वितीय कुण्डली की फ्लक्स बद्धता में परिवर्तन

$$\Delta \Phi_2 = 15 \text{ हेनरी} \times 20 \text{ ऐम्पियर} = 30 \text{ वेबर}$$

यहाँ धारा बढ़ रही है, अतः फ्लक्स बद्धता में परिवर्तन धारा वृद्धि का विरोध करेगा।

प्रश्न 10. विद्युत चुम्बकीय प्रेरण से क्या अभिप्राय है। किसी कुण्डली का स्वप्रेरण गुणांक 80 मिली हेनरी है। इस कुण्डली में कितने समय में धारा शून्य से बढ़कर 5 ऐम्पियर होने पर विद्युत वाहक बल 400 वोल्ट हो जायेगा?

(NCERT) (2015)

हल— विद्युत चुम्बकीय प्रेरण के लिए विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 2 देखिए।

$$\text{प्रश्नानुसार, } L = 80 \text{ mH} = 80 \times 10^{-3} \text{ H}, \Delta i = 5 - 0 = 5 \text{ ऐम्पियर, } e = 400 \text{ वोल्ट, } \Delta t = ?$$

$$\therefore \text{प्रेरित विद्युत वाहक बल } e = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

$$\therefore \Delta t = \frac{80 \times 10^{-3} \times 5}{400} = 10^{-3} \text{ सेकण्ड}$$



लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. फेराडे के वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण सम्बन्धी नियम बताइए।

(2011, 15, 17, 18, 19)

उत्तर— फेराडे के वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण के नियम—फेराडे ने वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण के निम्नलिखित दो नियम दिये हैं—

- (i) **प्रथम नियम**—“जब किसी परिपथ से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है तो उसमें एक विद्युत वाहक बल उत्पन्न हो जाता है।” यदि परिपथ ‘बन्द’ है तो उसमें प्रेरित धारा बहने लगती है। यह धारा केवल तभी तक बहती है जब तक कि चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता रहता है।

- (ii) **द्वितीय नियम**—“प्रेरित विद्युत वाहक बल चुम्बकीय फ्लक्स के परिवर्तन की ऋणात्मक दर के बराबर होता है।”

यदि किसी समय परिपथ से गुजरने वाले चुम्बकीय फ्लक्स का मान Φ_1 है और Δt समयान्तर के बाद यह फ्लक्स Φ_2 हो जाता है, तो Δt समयान्तर में चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन $= (\Phi_2 - \Phi_1) = \Delta\Phi$

यदि परिपथ में प्रेरित वि० वा० बल e हो, तो $e = - \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right)$

$$\text{जब, } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \text{ तो } e = - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right) \text{ अर्थात् } e = - \left(\frac{d\Phi}{dt} \right)$$

ऋणात्मक चिह्न यह प्रदर्शित करता है कि वि० वा० बल सदैव चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन का विरोध करता है। यह लेन्ज का नियम कहलाता है। यदि चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन की दर वेबर प्रति सेकण्ड में लें तो प्रेरित विद्युत वाहक बल वोल्ट में होता है।

यदि कुण्डली में N फेरे हों तो पूरी कुण्डली में प्रेरित वि० वा० बल

$$e = -N \frac{d\Phi}{dt} = - \left(\frac{d(N\Phi)}{dt} \right) \text{ वोल्ट}$$

जहाँ, $N\Phi$ कुण्डली में चुम्बकीय फ्लक्स-ग्रन्थिताओं (flux linkages) की संख्या है।

प्रश्न 2. लम्बाई की एक तार की छड़ B -तीव्रता के एक समान चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् तल में ω कोणीय वेग से अपने एक सिरे के परितः घूर्णन कर रही है। सिद्ध कीजिए कि छड़ के सिरे के बीच प्रेरित विद्युत वाहक बल $e = \frac{1}{2} \omega B l^2$ होगा।

(2018)

हल— चित्र में एक समान चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} को कागज के तल के अभिलम्बवत् बाहर से भीतर की ओर (\times) चिह्न से दर्शाया गया है। लम्बाई की एक छड़ OP अपने एक सिरे O के परितः ω कोणीय वेग से कागज के तल में घूर्णी गति कर रही है। माना छड़ सूक्ष्म अन्तराल Δt में $\Delta\theta$ कोण घूमकर नई स्थिति OP' पर आ जाती है, तब Δt समय में छड़ द्वारा तय किया गया क्षेत्रफल,

$$\Delta A = \frac{1}{2} l \times l \cdot \Delta\theta \text{ (वक्रिय } \Delta OPP' \text{ का क्षेत्रफल)}$$

$$= \frac{1}{2} l^2 \Delta\theta$$

Δt समय के छड़ से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन,

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta A = B \left(\frac{1}{2} l^2 \Delta\theta \right)$$

$$\text{चुम्बकीय फ्लक्स के परिवर्तन की दर, } \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2} B l^2 \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} B l^2 \omega$$

जहाँ, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ छड़ का कोणीय वेग कहलाता है।

$$\text{छड़ के सिरे पर प्रेरित विद्युत वाहक बल (e) = } \frac{d\Phi}{dt}$$

$$e = \frac{1}{2} B l^2 \omega$$

प्रश्न 3. भँवर धाराओं के अनुप्रयोग लिखिए।
उत्तर— भँवर धाराओं के अनुप्रयोग निम्नवत् हैं—

(i) **दोलन-रुद्ध धारामापी**—चल-कुण्डली धारामापियों को दोलन-रुद्ध (dead beat) बनाने के लिए भँवर धाराओं का उपयोग किया जाता है। इसके लिये धारामापी की कुण्डली तारों के विद्युतरोधी तार के ऐलुमिनियम के फ्रेम पर लपेटकर बनायी जाती है। जब कुण्डली विक्षेपित होती है, तो उससे बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है जिससे फ्रेम में भँवर धाराएँ उत्पन्न हो जाती हैं जो कुण्डली की गति का विरोध करती हैं। अतः कुण्डली शीघ्र ही शून्य पर लौट आती है।

(ii) **प्रेरण भट्टी**—प्रेरण भट्टी में पिघलाये जाने वाली धातु को एक तेजी से परिवर्तित होने वाले चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है जिसे उच्च-आवृत्ति प्रत्यावर्ती धारा से प्राप्त किया जाता है इससे धातु में प्रबल भँवर धारा उत्पन्न हो जाती हैं जिनकी ऊष्मा से धातु लाल-तप्त होकर पिघल जाती है। यह प्रक्रिया खनिज पदार्थ से धातु निकालने में भी प्रयुक्त की जाती है।

(iii) **प्रेरण मोटर**—जब एक धात्विक बेलन किसी घूमते हुए चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है, तो बेलन में भँवर धाराएँ उत्पन्न हो जाती हैं। ये धाराएँ, लेन्ज के नियमानुसार, बेलन तथा चुम्बकीय क्षेत्र के बीच आपेक्षिक गति को घटाने का प्रयत्न करती हैं। अतः बेलन चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में घूमने लगता है। प्रेरण मोटर का यही सिद्धान्त है।

(iv) **वैद्युत ब्रेक**—विद्युत रेलगाड़ियों में पहिये की धुरी के साथ एक ड्रम लगा रहता है जो पहिये के साथ घूमता है। जब ब्रेक लगाने होते हैं, तो ड्रम पर एक प्रबल चुम्बकीय क्षेत्र लगा दिया जाता है जिससे ड्रम में भँवर धाराएँ उत्पन्न हो जाती हैं और ड्रम पहिये को रोक देता है।

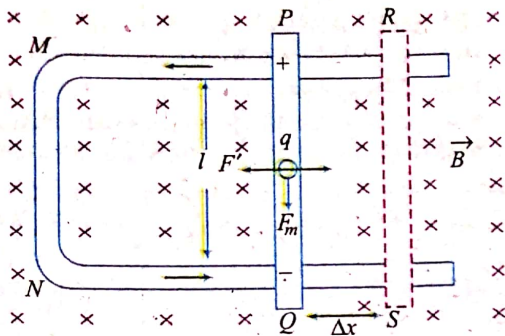
प्रश्न 4. लॉरेन्ज बल के आधार पर विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण की व्याख्या कीजिए।

(2018)

उत्तर— फैराडे के प्रयोगों से स्पष्ट है कि “जब किसी बन्द परिपथ में से गुजरने वाले चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है, तो परिपथ में एक प्रेरित विद्युत धारा प्रवाहित हो जाती है।” इसकी व्याख्या लॉरेन्ज बल के आधार पर की जा सकती है।

माना एक चालक छड़ PQ किसी U -आकार के स्थिर चालक की भुजाओं पर U वेग से दायीं ओर को चलाई जा रही है। माना कि यान्त्रिक घर्षण नगण्य है। U -आकार का चालक एक ऐसे एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} में रखा है जो कि कागज के तल के लम्बवत् है तथा नीचे की ओर दिष्ट है। छड़ PQ की गति के कारण, इसमें उपस्थित मुक्त इलेक्ट्रॉनों पर एक चुम्बकीय बल अर्थात् लॉरेन्ज बल $F_m (= qvB)$ कार्य करता है, जहाँ q = इलेक्ट्रॉन पर आवेश। इस प्रकार बल के कारण इलेक्ट्रॉन छड़ के सिरे P से Q की ओर जाने लगते हैं। इस प्रकार, सिरा P धनावेशित तथा Q ऋणावेशित हो जाता है। सिरे Q पर पहुँचे ये इलेक्ट्रॉन N से M की ओर होते हुए वापस P पर लौट आते हैं। इस प्रकार परिपथ में, $P \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow Q \rightarrow P$ दिशा में प्रेरित धारा बहने लगती है। स्पष्ट है कि चालक छड़ PQ के चलने से इसमें विद्युत वाहक बल प्रेरित हो जाता है जो परिपथ में धारा स्थापित किए रखता है। चूँकि यह विद्युत वाहक बल छड़ की गति के कारण उत्पन्न होता है, अतः इसे ‘**गतिक विद्युत वाहक बल**’ (motional e.m.f.) भी कहते हैं। इसकी उत्पत्ति का कारण मुक्त इलेक्ट्रॉनों पर लगने वाला लॉरेन्ज बल ही है। यदि छड़ PQ दायीं ओर को गति करती रहे तो परिपथ $PMNQ$ में से गुजरने वाला चुम्बकीय-फ्लक्स बढ़ता रहेगा। इससे फैराडे के इस नियम की पुष्टि हो जाती है कि जब तक किसी परिपथ में से गुजरने वाला चुम्बकीय फ्लक्स परिवर्तित होता रहता है तब तक परिपथ में धारा प्रेरित रहती है।

वैद्युत चुम्बकीय प्रेरण



माना कि गतिमान छड़ PQ में प्रेरित विद्युत वाहक बल e और परिपथ में प्रेरित धारा i है। धारावाही छड़ PQ चुम्बकीय क्षेत्र B में रखी गयी है। अतः यह एक बल का अनुभव करेगी जिसकी दिशा फ्लेमिंग के बाएँ हाथ के नियम के अनुसार होगी। यदि इस बल का मान F' है तो $F' = ilB$; जहाँ i छड़ PQ की लम्बाई है। दिये गये चित्र में बल F' की दिशा बायीं ओर को है। अतः छड़ PQ को एक नियत वेग v से दायीं ओर को चलाए रखने के लिए छड़ पर F' के बराबर एवं विपरीत बल F लगाना होगा।

अतः $F = -F' = -ilB$

माना छड़ PQ बल F के कारण समयान्तराल Δt में दूरी Δx तय करती है और RS स्थिति में आ जाती है।

अतः छड़ पर किया गया कार्य, $W = F \times \Delta x = -ilB \Delta x$

परन्तु $\Delta x = \text{वेग} \times \text{समयान्तराल} = v \times \Delta t$

$\therefore W = -ilBv\Delta t = -Bvl(i \times \Delta t)$

परन्तु $i \times \Delta t = q$ जो परिपथ में Δt समयान्तराल में प्रवाहित आवेश है। अतः

$$W = -Bvlq$$

परिपथ में आवेश प्रवाह के लिए आवश्यक ऊर्जा इसी कार्य से प्राप्त होती है। हम जानते हैं कि किसी सेल द्वारा किसी परिपथ में एकांक आवेश को प्रवाहित करने में किया गया कार्य ही सेल का विद्युत वाहक बल कहलाता है।

अतः छड़ PQ में प्रेरित विद्युत वाहक बल,

$$e = \frac{W}{q} = -\left(\frac{Bvlq}{q}\right) \text{ अथवा } e = -Bvl \quad \dots(1)$$

समयान्तराल Δt में परिपथ का क्षेत्रफल PMNQ से बढ़कर RMNS हो जाता है। अतः इस समयान्तराल में परिपथ से गुजरने वाले चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन,

$$\Delta\Phi = \text{चुम्बकीय क्षेत्र} \times \text{क्षेत्रफल में परिवर्तन (PRSQ)} \\ = B \times (l \times \Delta x)$$

$$\therefore \text{चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन की दर} \\ = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = Bl \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right);$$

परन्तु $\Delta x / \Delta t = \text{छड़ का वेग} = v$

$$\therefore \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = Bvl \quad \dots(2)$$

समी० (1) व (2) की तुलना करने पर,

$$e = -\left(\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}\right) \quad \dots(3)$$

यही फैराडे का वैद्युत चुम्बकीय प्रेरण सम्बन्धी द्वितीय नियम है।

प्रश्न 5. धारावाही लम्बी परिनालिका के स्व-प्रेरकत्व का सूत्र स्थापित कीजिए। [2017, 18]

या धारावाही परिनालिका के स्व-प्रेरण गुणांक का सूत्र ज्ञात कीजिए।

[2019]

उत्तर— माना एक लम्बी वायु-क्रोड परिनालिका की लम्बाई l तथा परिच्छेद क्षेत्रफल A है। परिनालिका में फेरों की कुल संख्या N तथा उसमें प्रेरित धारा i है।

$$\text{परिनालिका के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र } B = \frac{\mu_0 Ni}{l}$$

जहाँ μ_0 निर्वात की चुम्बकशीलता है।

कुण्डली के प्रत्येक फेरे से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स

$$\Phi = BA = \frac{\mu_0 NiA}{l}$$

अतः परिनालिका के सभी फेरों से बद्ध कुल चुम्बकीय फ्लक्स

$$= N\Phi = N \times \frac{\mu_0 NiA}{l} = \frac{\mu_0 N^2 iA}{l}$$

परन्तु परिनालिका के सभी फेरों से बद्ध कुल चुम्बकीय फ्लक्स

$$N\Phi = Li$$

जहाँ, L परिनालिका का स्व-प्रेरकत्व है।

$$\text{अतः परिनालिका का स्व-प्रेरकत्व } L = \frac{N\Phi}{i}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \text{ हेनरी}$$

यदि परिनालिका को μ चुम्बकशीलता के पदार्थ की क्रोड पर लपेटकर बनाया गया है, तब

$$\text{परिनालिका का स्व-प्रेरकत्व } L = \frac{\mu N^2 A}{l} \text{ हेनरी}$$

जहाँ, $\mu = \mu_0 \mu_r$, यहाँ μ_r परिनालिका की क्रोड के पदार्थ की सापेक्ष चुम्बकशीलता है।

extra shots

★ प्रेरकों के श्रेणीक्रम संयोजन का तुल्य प्रेरकत्व $L = L_1 + L_2$, केवल तभी प्रभावी होगा, जब कुण्डलियाँ दूर-दूर हों। यदि कुण्डलियों के बीच दूरी कम होगी तब उनके बीच अन्योन्य प्रेरण का प्रभाव भी होगा। इस स्थिति में दोनों कुण्डलियों में पृथक्-पृथक् प्रेरित वैद्युत वाहक बल e_1 तथा e_2 का योगफल उनके परिणामी वैद्युत वाहक बल के तुल्य होगा, अर्थात्

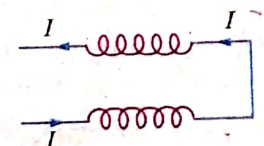
$$e = e_1 + e_2 \\ = \left(-L_1 \frac{\Delta i}{\Delta t} - M \frac{\Delta i}{\Delta t}\right) + \left(-L_2 \frac{\Delta i}{\Delta t} - M \frac{\Delta i}{\Delta t}\right) \\ = -(L_1 + L_2 + 2M) \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

जहाँ M दोनों कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व है।

★ यदि श्रेणीक्रम संयोजन का तुल्य प्रेरकत्व L हो, तो $e = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}$

$$\text{अतः } -L \frac{\Delta i}{\Delta t} = -(L_1 + L_2 + 2M) \frac{\Delta i}{\Delta t} \text{ अथवा } L = L_1 + L_2 + 2M$$

यदि कुण्डलियाँ चित्र की भाँति रखी हों जिससे प्रत्येक कुण्डली से अपनी धारा के कारण बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स, दूसरी कुण्डली की धारा के कारण बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स से विपरीत दिशा में हो, तब



$$L = L_1 + L_2 - 2M$$

- ★ यदि परस्पर समान्तर क्रम में जुड़े प्रेरकों के बीच की दूरी कम हो तब उनके बीच अन्योन्य प्रेरण M का भी प्रभाव होगा और इस स्थिति में प्रेरकत्व

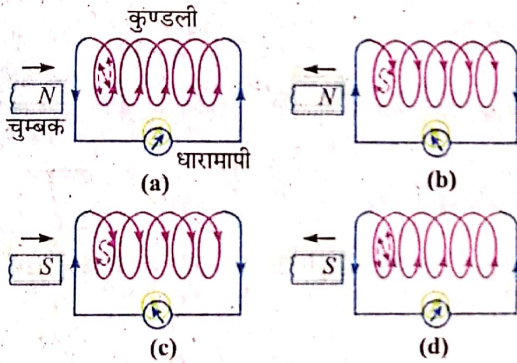
$$L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \pm 2M}$$

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. लेन्ज का नियम लिखिए। क्या यह ऊर्जा संरक्षण के सिद्धान्त का उल्लंघन करता है?

- या विद्युत चुम्बकीय प्रेरण सम्बन्धी लेन्ज के नियम का उल्लेख कीजिए। यह किस संरक्षण के नियम पर आधारित है? (2011)
या लेन्ज का नियम क्या है? (2015)
(2018)

उत्तर— लेन्ज का नियम—किसी परिपथ में प्रेरित वि० वा० बल, अथवा प्रेरित धारा, की दिशा सदैव ऐसी होती है कि यह उस कारण का विरोध करती है जिससे कि यह उत्पन्न होती है। इसे ही 'लेन्ज का नियम' कहते हैं।



लेन्ज के नियम की पुष्टि फैराडे के प्रयोगों से हो जाती है। इन प्रयोगों में चुम्बक की गति के कारण ही कुण्डली में प्रेरित धारा बहती है। जब हम चुम्बक के उत्तरी ध्रुव को कुण्डली के पास लाते हैं तो कुण्डली में प्रेरित धारा ऐसी दिशा में प्रवाहित होती है कि कुण्डली का चुम्बक के सामने वाला तल उत्तरी ध्रुव की तरह कार्य करता है (चित्र a)। अतः यह पास आते हुए चुम्बक को दूर हटाने का प्रयत्न करता है अर्थात् उसकी गति का विरोध करता है। इसी प्रकार, जब चुम्बक के उत्तरी ध्रुव को कुण्डली से दूर हटाते हैं तो कुण्डली में प्रेरित धारा की दिशा इस प्रकार होती है कि कुण्डली का सामने वाला तल दक्षिणी ध्रुव की तरह कार्य करता है (चित्र b)। अब यह चुम्बक को अपनी ओर आकर्षित करता है अर्थात् उसकी गति का पुनः विरोध करता है। ठीक इसी प्रकार, जब चुम्बक के दक्षिणी ध्रुव को कुण्डली के पास ले जाते हैं अथवा दूर हटाते हैं तो कुण्डली में प्रेरित धारा की दिशा इस प्रकार होती है कि वह चुम्बक की गति का विरोध करती है (चित्र c तथा d)। अतः स्पष्ट है कि प्रत्येक दशा में चुम्बक को गतिमान करने के लिए इस विरोधी बल के कारण कुछ यान्त्रिक कार्य करना पड़ता है। ऊर्जा-संरक्षण के नियमानुसार, ठीक यही कार्य हमें कुण्डली में वैद्युत-ऊर्जा (ऊष्मा) के रूप में प्राप्त होता है।

हम चुम्बक को जितना तेज चलायेंगे हमें उतनी ही तेजी से कार्य करना होगा अर्थात् प्रेरित धारा उतनी ही प्रबल होगी। यदि कुण्डली किसी स्थान पर कटी हो (परिपथ खुला हो) तब चुम्बक को चलाने पर धारा प्रेरित नहीं होगी (यद्यपि वि० वा० बल प्रेरित होगा) तथा कोई कार्य भी नहीं होगा।

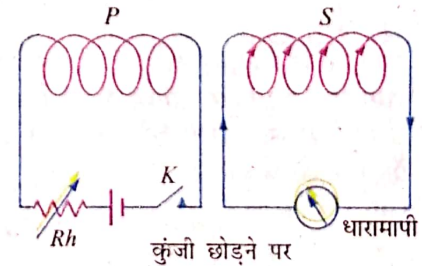
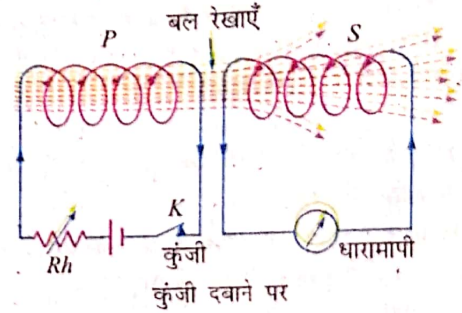
उपर्युक्त प्रयोगों में यह बात उल्लेखनीय है कि यदि कुण्डली में प्रेरित धारा की दिशा चुम्बक की गति का विरोध न करे तो हमें बिना कोई कार्य किये ही लगातार वैद्युत-ऊर्जा प्राप्त होती रहेगी जो कि असम्भव है। अतः लेन्ज का नियम ऊर्जा-संरक्षण के लिए एक आवश्यकता है।

प्रश्न 2. वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण क्या होता है? वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण का आधार पर अन्योन्य प्रेरण की परिघटना समझाइए। अन्योन्य प्रेरण का एक उदाहरण दीजिए। (2011, 17)

या अन्योन्य प्रेरण गुणांक की परिभाषा एवं मात्रक लिखिए। दो समतल कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व के लिए सूत्र स्थापित कीजिए। (2012, 18, 19)

या अन्योन्य प्रेरण गुणांक की परिभाषा दीजिए तथा इसका मात्रक लिखिए। (2015, 17)

उत्तर— वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण (Electromagnetic Induction)—जब किसी कुण्डली तथा चुम्बक के बीच आपेक्षिक गति होती है तो कुण्डली में एक वि० वा० बल उत्पन्न हो जाता है, जिसे प्रेरित विद्युत वाहक बल कहते हैं। यदि कुण्डली एक बन्द परिपथ में है तो इस प्रेरित वि० वा० बल के कारण कुण्डली में वैद्युत धारा प्रवाहित होती है, जिसे प्रेरित धारा कहते हैं। इस घटना को वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण कहते हैं।



अन्योन्य प्रेरण (Mutual Induction)—यदि दो कुण्डलियों को पास-पास रखकर, एक में धारा प्रवाहित करें, अथवा उसमें प्रवाहित धारा को बन्द करें, अथवा प्रवाहित धारा के मान में परिवर्तन करें तो दूसरी कुण्डली में एक प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न होता है। वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण की यह घटना अन्योन्य प्रेरण कहलाती है। वह कुण्डली जिसमें धारा परिवर्तित होती है, प्राथमिक कुण्डली तथा जिसमें प्रेरित वि० वा० बल उत्पन्न होता है, द्वितीयक कुण्डली कहलाती है।

अन्योन्य प्रेरण के उदाहरण ट्रांसफॉर्मर तथा प्रेरण कुण्डली हैं।

अन्योन्य प्रेरण-गुणांक अथवा अन्योन्य प्रेरकत्व—(i) यदि प्राथमिक कुण्डली में i_p ऐम्पियर की धारा प्रवाहित होने से द्वितीयक कुण्डली में प्रत्येक फेरे से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स Φ_s हो और द्वितीयक कुण्डली में कुल N_s फेरे हों, तो द्वितीयक कुण्डली से बद्ध कुल चुम्बकीय फ्लक्स $N_s \Phi_s$ होगा, जो प्राथमिक कुण्डली में प्रवाहित धारा i_p के अनुक्रमानुपाती होता है, अर्थात्

$$N_s \Phi_s \propto i_p$$

अथवा $N_s \Phi_s = M i_p$

जहाँ M एक नियतांक है जिसे दोनों कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरण-गुणांक अथवा अन्योन्य प्रेरकत्व कहते हैं।

$$M = \frac{N_s \Phi_s}{i_p}$$

यदि इस सूत्र में $i_p = 1$ ऐम्पियर तो $M = N_s \Phi_s$. अतः “दो कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरण-गुणांक किसी एक कुण्डली में चुम्बकीय फ्लक्स ग्रन्थिताओं की संख्या के बराबर होता है, जबकि दूसरी कुण्डली में एकांक धारा प्रवाहित हो रही हो।”

यदि प्राथमिक कुण्डली में धारा के मान में परिवर्तन करने से द्वितीयक कुण्डली में प्रेरित वि० वा० बल e_s हो, तो फेराडे के वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण सम्बन्धी द्वितीय नियमानुसार,

$$e_s = -N_s \left(\frac{\Delta \Phi_s}{\Delta t} \right) = - \left[\frac{\Delta (N_s \Phi_s)}{\Delta t} \right]$$

जहाँ, $\Delta (N_s \Phi_s) / \Delta t$ प्राथमिक कुण्डली में धारा-परिवर्तन के कारण द्वितीयक कुण्डली में फ्लक्स-परिवर्तन की दर है।

परन्तु $N_s \Phi_s = M i_p$

$$\therefore e_s = - \left[\frac{\Delta (M i_p)}{\Delta t} \right] = - \left[\frac{M \Delta i_p}{\Delta t} \right]$$

अथवा $M = - \left(\frac{e_s}{\Delta i_p / \Delta t} \right)$

यदि $\Delta i_p / \Delta t = 1$ ऐम्पियर/सेकण्ड तो $M = e_s$ (संख्यात्मक रूप से)

अतः “दो कुण्डलियों के बीच अन्योन्य प्रेरण-गुणांक किसी एक कुण्डली के उस प्रेरित वि० वा० बल के संख्यात्मक मान के बराबर होता है जो कि दूसरी कुण्डली में धारा-परिवर्तन की दर एकांक होने पर उत्पन्न होता है।”
अन्योन्य प्रेरण-गुणांक का मात्रक हेनरी है तथा विमा $[ML^2 T^{-2} A^{-2}]$ है।

प्रश्न 3. विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण सम्बन्धी फेराडे का नियम लिखिए। एक कुण्डली का क्षेत्रफल 100 सेमी^2 है तथा उसमें 500 फेरे हैं। यदि कुण्डली के तल के लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र 0.1 सेकण्ड में 0.2 वेबर/मी^2 से घटकर शून्य हो जाए तो कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक बल का औसत मान ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— प्रारम्भ में कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र B के लम्बवत् है अतः $\theta = 0^\circ$ तथा A क्षेत्रफल वाली कुण्डली के प्रत्येक फेरे से बहु चुम्बकीय फ्लक्स,

$$\phi_1 = BA \cos 0^\circ = BA$$

चुम्बकीय क्षेत्र के शून्य होने पर कुण्डली से बहु फ्लक्स,

$$\phi_2 = BA \cos 0^\circ = BA = 0 \times A = 0$$

$[\because B = 0]$

अतः कुण्डली से बहु चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन

$$\Delta \phi = \phi_2 - \phi_1 = 0 - BA = -BA$$

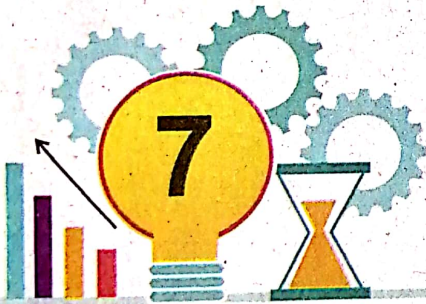
यदि कुण्डली में फेरों की संख्या N हो, तो कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक

$$\text{बल, } e = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{NBA}{\Delta t}$$

यहाँ, $N = 500$, $B = 0.2 \text{ वेबर/मी}^2$, $A = 100 \text{ सेमी}^2 = 10^{-2} \text{ मी}^2$

$\Delta t = 0.1 \text{ सेकण्ड}$

$$\therefore e = \frac{500 \times 0.2 \times 10^{-2}}{0.1} = 100 \text{ वोल्ट}$$



प्रत्यावर्ती धारा

Quick Review

• एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में, क्षेत्र के लम्बवत् किसी अक्ष के परितः ω कोणीय वेग से घुमाई जा रही कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक बल, $e = NBA \omega \sin \omega t = e_0 \sin \omega t$, जहाँ $e_0 = NBA \omega$, प्रेरित विद्युत वाहक बल का अधिकतम मान है।

• प्रत्यावर्ती धारा का एक अर्ध-चक्र के लिए औसत मान, $i_m = \frac{2i_0}{\pi} = 0.637 i_0$

• प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग-माध्य-मूल मान, $i_{rms} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = 0.707 i_0$

• केवल शुद्ध ओमीय प्रतिरोध वाले प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में— $R = \frac{V}{i}$ अर्थात् V तथा i समान कला में हैं।

प्रत्यावर्ती वोल्टता $V = V_0 \sin \omega t$ तथा प्रत्यावर्ती धारा $i = i_0 \sin \omega t$

अर्थात् प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा प्रत्यावर्ती धारा समान कला में होते हैं।

» केवल शुद्ध प्रेरकत्व वाले प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में-

प्रत्यावर्ती वोल्टता $V = V_0 \sin \omega t$ तथा प्रत्यावर्ती धारा $i = i_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$

अर्थात् प्रत्यावर्ती विभव V_0 , धारा i से कला में 90° (अथवा $\frac{\pi}{2}$) अग्रगामी होता है।

तथा $\frac{V_0}{i_0} = X_L = \omega L = 2\pi fL$, जहाँ X_L प्रेरकत्व का प्रेरण प्रतिघात है।

» केवल शुद्ध धारिता वाले प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में-

प्रत्यावर्ती वोल्टता $V = V_0 \sin \omega t$ तथा प्रत्यावर्ती धारा $i = i_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$

अर्थात् प्रत्यावर्ती विभव V_0 , धारा i से कला में 90° (अथवा $\frac{\pi}{2}$) पश्चगामी होता है।

तथा $\frac{V_0}{i_0} = X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$

जहाँ X_C संधारित्र का धारितीय प्रतिघात है।

» **L-R परिपथ में**-परिणामी वोल्टता $V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$ तथा $\frac{V}{i} = Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

जहाँ Z परिपथ की प्रतिबाधा है।

$$\tan \phi = \frac{V_L}{V_R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi fL}{R}$$

» **C-R परिपथ में**-परिणामी वोल्टता $V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$ तथा परिपथ की प्रतिबाधा $Z = \frac{V}{i} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$

तथा $\tan \phi = \frac{V_C}{V_R} = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{C\omega R} = \frac{1}{2\pi fCR}$

» **L-C परिपथ में**-परिणामी वोल्टता $V = V_L \sim X_C$

परिपथ की प्रतिबाधा $Z = \frac{V}{i} = X_L \sim X_C$ तथा $\phi = \pm 90^\circ$

» **L-C-R परिपथ में**-

परिणामी वोल्टता $V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$

परिपथ की प्रतिबाधा $Z = \frac{V}{i} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ तथा $\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{X_L - X_C}{R}$

» प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में औसत शक्ति क्षय $\vec{P} = V_{rms} \cdot I_{rms} \cos \phi$

शक्ति गुणांक $\cos \phi = \frac{V_R}{V} = \frac{R}{Z}$

» **श्रेणी अनुनादी परिपथ में**-अनुनाद की स्थिति में, $X_L = X_C$ तथा अनुनाद आवृत्ति $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

» परिणमन अनुपात $(r) = \frac{N_S}{N_P} = \frac{e_S}{e_P} = \frac{V_S}{V_P} = \frac{i_P}{i_S}$

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. वोल्टमीटर द्वारा मापे गए प्रत्यावर्ती धारा के मेन्स का विभव 200 वोल्ट प्राप्त होता है, तो इस विभव का वर्ग-माध्य-मूल मान होगा-

(2017)

(i) $200\sqrt{2}$ वोल्ट

(ii) $100\sqrt{2}$ वोल्ट

(iii) 200 वोल्ट

(iv) $400/\pi$ वोल्ट

उत्तर— (iii) 200 वोल्ट

प्रश्न 2. प्रेरकत्व का मात्रक है-

(i) ओम-सेकण्ड

(ii) ओम/सेकण्ड

(iii) सेकण्ड/ओम

(iv) 1/ओम-सेकण्ड

(2018)

उत्तर— (i) ओम-सेकण्ड

प्रश्न 3. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में 8 ओम का प्रतिरोध तथा 6 ओम प्रतिघात का प्रेरकत्व श्रेणीक्रम में लगे हैं। परिपथ की प्रतिबाधा होगी-

(2018)

- (i) 2 ओम (ii) 10 ओम (iii) 14 ओम (iv) $14\sqrt{2}$ ओम

उत्तर— (ii) 10 ओम

प्रश्न 4. अनुनाद की स्थिति में L - C परिपथ की आवृत्ति है— (2010, 17)

- (i) $2\pi\sqrt{LC}$ (ii) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{LC}$ (iii) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$ (iv) $2\pi\sqrt{\frac{1}{LC}}$

उत्तर— (iii) $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$

प्रश्न 5. L , C तथा R क्रमशः स्वप्रेरकत्व, धारिता एवं प्रतिरोध को व्यक्त करते हैं। निम्नलिखित सूत्रों में किसका विमीय सूत्र आकृति का नहीं है? (2018)

- (i) $\frac{1}{RC}$ (ii) $\frac{R}{L}$ (iii) $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ (iv) $\frac{C}{L}$

उत्तर— (iv) $\frac{C}{L}$

प्रश्न 6. समय $[T]$ विमा नहीं है— (2019)

- (i) $\frac{L}{R}$ की (ii) RC की (iii) \sqrt{LC} की (iv) R/C की

उत्तर— (i) $\frac{L}{R}$ की

प्रश्न 7. एक श्रेणी अनुनादी LCR परिपथ में धारिता C से $4C$ परिवर्तित की जाती है। उतनी ही अनुनादी आवृत्ति के लिए प्रेरकत्व L को परिवर्तित करना चाहिए— (2016)

- (i) $2L$ (ii) $L/2$ (iii) $4L$ (iv) $L/4$

उत्तर— (iv) $L/4$

प्रश्न 8. एक L - C - R परिपथ को प्रत्यावर्ती धारा के स्रोत से जोड़ा गया है। अनुनाद की स्थिति में लगाये गये विभवान्तर एवं प्रवाहित धारा में कलान्तर होगा— (2017, 18)

या यदि एक L - C - R परिपथ को प्रत्यावर्ती धारा के स्रोत से जोड़ा जाए तो अनुनाद की स्थिति में धारितीय प्रतिघात तथा प्रेरकीय प्रतिघात में कलान्तर होगा— (2018)

- (i) शून्य (ii) $\frac{\pi}{4}$
(iii) $\frac{\pi}{2}$ (iv) π

उत्तर— (i) शून्य

प्रश्न 9. एक प्रत्यावर्ती परिपथ में $R=100\Omega$, $X_L=300\Omega$ तथा $X_C=200\Omega$ श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। आरोपित विद्युत वाहक बल तथा प्रवाहित धारा में कलान्तर है। (2019)

- (i) 0° (ii) 30° (iii) 45° (iv) 90°

उत्तर— (iii) 45°

प्रश्न 10. यदि L तथा R क्रमशः प्रेरकत्व एवं प्रतिरोध हैं, तो $\frac{L}{R}$ का मात्रक होगा— (2019)

- (i) s^{-1} (ii) ms (iii) s (iv) m

उत्तर— (iii) s

प्रश्न 11. किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में वोल्टेज V तथा धारा i हो तब शक्ति क्षय— (2014)

- (i) Vi (ii) $\frac{1}{2}Vi$ (iii) $\frac{1}{\sqrt{2}}Vi$

(iv) V तथा i के बीच कला कोण पर निर्भर करता है।

उत्तर— (iv) V तथा i के बीच कला कोण पर निर्भर करता है।



अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में विभवान्तर का वर्ग-माध्य-मूल मान $220V$ है। विभव का शिखर मान क्या है? (NCERT) (2014)

हल— विभव का शिखर मान $V_0 = V_{rms}\sqrt{2} = 200\sqrt{2}$ वोल्ट

प्रश्न 2. प्रत्यावर्ती धारा के शिखर मान से आप क्या समझते हैं? (2018)

उत्तर— चुम्बकीय क्षेत्र में घूमती हुई कुण्डली के एक चक्कर में परिपथ में उत्पन्न प्रत्यावर्ती धारा (अथवा प्रत्यावर्ती वोल्टता) का मान दो बार अधिकतम होता है। प्रत्यावर्ती धारा के इस अधिकतम मान को धारा का शिखर मान (peak value) अथवा धारा आयाम कहते हैं। इसे ' i_0 ' से प्रदर्शित करते हैं।

प्रश्न 3. किसी परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा का शीर्ष मान $\sqrt{2}A$ है। धारा का वर्ग-माध्य-मूल (rms) मान ज्ञात कीजिए। (2015)

हल— धारा का वर्ग-माध्य-मूल (rms) मान

$$i_{rms} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}A}{\sqrt{2}} = 1A$$

प्रश्न 4. एक प्रत्यावर्ती विभव $E = 240\sqrt{2}\sin 300\pi t$ से प्रदर्शित है। विभव का वर्ग-माध्य-मूल मान एवं आवृत्ति ज्ञात कीजिए। (2014)

हल— प्रत्यावर्ती विभव के समीकरण $E = 240\sqrt{2}\sin 300\pi t$ की तुलना $E = E_0 \sin \omega t$ से करने पर

$$E_0 = 240\sqrt{2} \text{ तथा } \omega = 300\pi$$

वर्ग-माध्य-मूल मान $E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{240\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 240$ वोल्ट

तथा आवृत्ति, $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{300\pi}{2\pi} = 150$ हर्ट्ज

प्रश्न 5. एक प्रत्यावर्ती धारा का समीकरण $i = 4 \sin(100\pi t - \theta)$ है। धारा का आवर्तकाल ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— समीकरण $i = 4 \sin(100\pi t - \theta)$ की समीकरण $i = i_0 \sin(2\pi ft - \theta)$ से तुलना करने पर

$$2\pi ft = 100\pi$$

$$f = 50 \text{ हर्ट्ज}$$

धारा का आवर्तकाल $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02$ सेकण्ड

प्रश्न 6. एक प्रत्यावर्ती वोल्टता का समीकरण $V = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ है। वोल्टता का वर्ग-माध्य-मूल मान तथा आवृत्ति ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— समीकरण $V = 100\sqrt{2}\sin(100\pi t)$ की समीकरण $V = V_0 \sin(2\pi ft)$ से तुलना करने पर,

$$V_0 = 100\sqrt{2} \text{ वोल्ट तथा } 2\pi ft = 100\pi$$

\therefore वोल्टता का वर्ग-माध्य-मूल मान $V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100$ वोल्ट

$$\text{आवृत्ति } f = \frac{100}{2} = 50 \text{ हर्ट्ज}$$

प्रश्न 7. एक 44 mH का प्रेरित्र $220V$, 50 Hz आपूर्ति से जोड़ा गया है। परिपथ में धारा के rms मान को ज्ञात कीजिए। (NCERT)

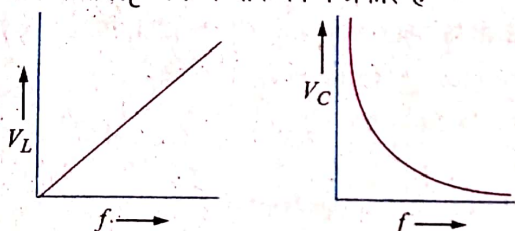
हल— यहाँ $L = 44 \text{ mH} = 44 \times 10^{-3} \text{ H}$;
 $V_{rms} = 220 \text{ वोल्ट}$, $f = 50 \text{ Hz}$
 \therefore प्रेरक का प्रेरकीय प्रतिघात,
 $X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 50 \times 44 \times 10^{-3} \text{ ओम}$
 $= 13.816 \text{ ओम}$

\therefore धारा का rms मान $(I_{rms}) = \frac{V_{rms}}{X_L} = \left(\frac{220}{13.816} \right) \frac{\text{वोल्ट}}{\text{ओम}}$
 $= 15.92 \text{ ऐम्पियर}$

प्रश्न 8. प्रत्यावर्ती धारा स्रोत की आवृत्ति बदलने पर प्रेरण प्रतिघात तथा धारितीय प्रतिघात में परिवर्तन ग्राफ में दर्शाइए। (2018)

उत्तर— $X_L = \omega L = 2\pi fL$ तथा $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$

X_L व f में ग्राफ तथा X_C व f में ग्राफ निम्न प्रकार हैं—



प्रश्न 9. एक LC परिपथ अनुनाद की स्थिति में है। यदि $C = 1.0 \times 10^{-6} \text{ F}$ तथा $L = 0.25 \text{ H}$ हो, तो परिपथ में दोलन की आवृत्ति ज्ञात कीजिए। (2015)

हल— परिपथ में दोलन की आवृत्ति
 $f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{0.25 \times 10 \times 10^{-6}}} = 318.47 \text{ Hz}$

प्रश्न 10. $30 \mu\text{F}$ का एक आवेशित संधारित्र 27 mH के प्रेरित्र से जोड़ा गया है। परिपथ के मुक्त दोलों की कोणीय आवृत्ति कितनी है? (NCERT)

हल— दिया है,
 $C = 30 \mu\text{F} = 30 \times 10^{-6} \text{ F}$, $L = 27 \text{ mH} = 27 \times 10^{-3} \text{ H}$
 प्रारम्भिक आवेश, $q_0 = 6 \text{ mC} = 6 \times 10^{-3} \text{ C}$
 मुक्त दोलों की कोणीय आवृत्ति, $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
 $= \frac{1}{\sqrt{27 \times 10^{-3} \times 30 \times 10^{-6}}} = \frac{10^4}{9}$
 $= 1.1 \times 10^3 \text{ rad s}^{-1}$

प्रश्न 11. RC का विमीय समीकरण निकालिए जबकि R प्रतिरोध तथा C धारिता है। (2017)

हल— RC की विमा = [R की विमा][C की विमा]
 $= [ML^2T^{-3}A^{-2}][M^{-1}L^{-2}T^4A^2]$
 $= [M^0L^0T]$

प्रश्न 12. यदि R प्रतिरोध और C धारिता हो तो सिद्ध कीजिए कि RC का मात्रक सेकण्ड है। (2019)

हल— हम जानते हैं कि $q = CV \Rightarrow C = \frac{q}{V}$

तथा $q = it$

तब $C = \frac{it}{V}$ तथा $\frac{V}{i} = R \therefore RC = t$

अर्थात् RC का मात्रक सेकण्ड है।

प्रश्न 13. एक L-C-R परिपथ के शक्ति गुणांक का व्यंजक क्या है? इसका अधिकतम और न्यूनतम मान क्या है? (2014, 17, 18)

हल— शक्ति गुणांक $\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

शक्ति गुणांक का अधिकतम मान 1 तथा न्यूनतम मान -1 होता है।

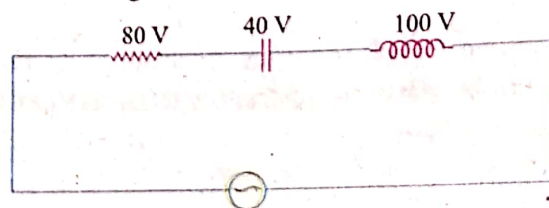
प्रश्न 14. यदि प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में केवल संधारित्र हो तो व्यय सामर्थ्य (शक्ति) कितनी होगी? (2018)

उत्तर— यदि प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में केवल संधारित्र है तो व्यय सामर्थ्य शून्य होगी।

प्रश्न 15. L-C-R प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रतिबाधा का सूत्र लिखिए। (2019)

उत्तर— परिपथ की प्रतिबाधा, $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
 या $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

प्रश्न 16. दिए गए परिपथ में प्रत्यावर्ती स्रोत का विद्युत वाहक बल तथा परिपथ का शक्ति गुणांक ज्ञात कीजिए। (2017, 18)



हल— दिया है, $V_R = 80 \text{ वोल्ट}$, $V_C = 40 \text{ वोल्ट}$, $V_L = 100 \text{ वोल्ट}$,
 $V = ?$, $\cos \phi = ?$

L-C-R परिपथ में,

$$\text{परिणामी विभवान्तर } V = \sqrt{[V_R^2 + (V_L - V_C)^2]}$$

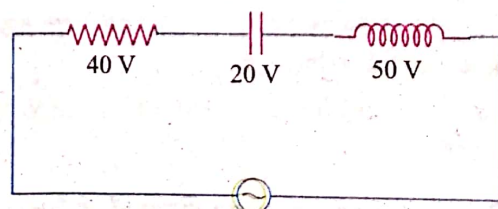
$$= \sqrt{(80)^2 + (100 - 40)^2} = \sqrt{10000}$$

$$= 100 \text{ वोल्ट}$$

अतः प्रत्यावर्ती धारा स्रोत का विद्युत वाहक बल = 100 वोल्ट

$$\text{परिपथ का शक्ति गुणांक } \cos \phi = \frac{V_R}{V} = \frac{80}{100} = 0.8$$

प्रश्न 17. दिए गये परिपथ में (i) प्रत्यावर्ती स्रोत का विद्युत वाहक बल तथा (ii) परिपथ का शक्ति गुणांक ज्ञात कीजिए। (2018)



हल— दिया है, $V_R = 40 \text{ वोल्ट}$, $V_C = 20 \text{ वोल्ट}$ तथा $V_L = 50 \text{ वोल्ट}$ ।
 LCR परिपथ में,

$$\text{परिणामी विभवान्तर, } V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$= \sqrt{(40)^2 + (50 - 20)^2}$$

$$= \sqrt{(40)^2 + (30)^2}$$

अतः प्रत्यावर्ती धारा स्रोत का वैद्युत वाहक बल = 50 वोल्ट
तथा परिपथ का शक्ति गुणांक, $\cos \phi = \frac{V_R}{V} = \frac{40}{50} = 0.8$

प्रश्न 18. वैद्युत अनुनाद से आप क्या समझते हैं?

उत्तर— किसी वैद्युत परिपथ की वह स्थिति, जब किसी विशेष 'अनुनादी आवृत्ति' पर उस परिपथ की प्रतिबाधाओं या प्रवेक्ष्यता के मान परस्पर निरस्त हो जाएँ, 'वैद्युत अनुनाद' कहलाती है।

प्रश्न 19. दिष्ट धारा परिपथ में ट्रांसफॉर्मर का उपयोग क्यों नहीं किया जाता है?

उत्तर— दिष्ट धारा परिपथ में ट्रांसफॉर्मर का उपयोग नहीं किया जा सकता क्योंकि दिष्ट धारा से क्रोड में परिवर्ती चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न नहीं हो सकता।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में विभवान्तर का वर्ग माध्य मूल का मान $100\sqrt{2}$ वोल्ट है। ज्ञात कीजिए—

(i) विभवान्तर का शिखर मान

(ii) पूरे चक्र के लिए विभवान्तर का औसत मान।

हल— दिया है, $V_{rms} = 100\sqrt{2}$ वोल्ट

सूत्र $V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ से,

(i) विभवान्तर का शिखर मान, $V_0 = \sqrt{2} \times V_{rms}$
 $= \sqrt{2} \times 100\sqrt{2} = 100 \times 2 = 200$ वोल्ट

(ii) पूरे चक्र के लिए विभवान्तर का औसत मान
 $\bar{V} = 2 \times$ अर्द्धचक्र के लिए विभवान्तर का औसत मान
 $= 2 \times \frac{2}{\pi} \times$ प्रत्यावर्ती विभवान्तर का शिखर मान
 $= 2 \times \frac{2}{\pi} \times 200$
 $= \frac{800}{\pi} = \frac{800}{3.14} = 254.8$ वोल्ट

प्रश्न 2. 1 ओम प्रतिरोध तथा 0.01 हेनरी प्रेरकत्व के श्रेणी परिपथ से 200 वोल्ट की प्रत्यावर्ती धारा लाइन जुड़ी है, जिसकी आवृत्ति 50 हर्ट्ज है। परिपथ की प्रतिघात (X_L), प्रतिबाधा (Z) तथा परिपथ में धारा (i) के मान ज्ञात कीजिए—

हल— यहाँ, $R = 1 \Omega$, $L = 0.01$ हेनरी
 $V_{rms} = 200$ वोल्ट, $V = 50$ हर्ट्ज

\therefore प्रतिघात, $X_L = \omega L = 2\pi fL$ [$\because \omega = 2\pi f$]
 $= 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.01 = 3.14$ ओम

प्रतिबाधा, $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{1^2 + (3.14)^2}$
 $= \sqrt{1 + 9.8596} = \sqrt{10.8596}$
 $= 3.29539 = 3.3$ ओम (लगभग)

तथा धारा, $i = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{200}{3.3} = 60.6$ ऐम्पियर

प्रश्न 3. 40Ω प्रतिरोध के श्रेणीक्रम में एक $100 \mu F$ के संधारित्र को 110V, 60 Hz की आपूर्ति से जोड़ा गया है।

(a) परिपथ में अधिकतम धारा कितनी है?

(b) धारा शीर्ष व वोल्टेज शीर्ष के बीच समय-पश्चता कितनी है?

(NCERT)

हल— दिया है, $R = 40 \Omega$, $C = 100 \times 10^{-6} F$, $V_{rms} = 110 V$, $f = 60 Hz$

(a) धारितीय प्रतिघात $X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 60 \times 100 \times 10^{-6}}$
 $= 26.54 \Omega$

\therefore प्रतिबाधा $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{[(40)^2 + (26.54)^2]}$
 $= 48.0 \Omega$

\therefore परिपथ में महत्तम धारा

$i_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{V_{rms} \sqrt{2}}{Z} = \frac{110\sqrt{2}}{48.0} = 3.24 A$

(b) $\tan \phi = -\frac{X_C}{R} = -\frac{26.54}{40} = -0.6631$

$\therefore |\phi| = \tan^{-1}(0.6631) = 33.5^\circ$

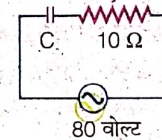
\therefore समय पश्चता $t = \frac{\phi}{\omega} = \frac{\phi}{2\pi f}$

$\Rightarrow t = \frac{33.5}{2 \times 180 \times 60} = 0.00155 s = 1.55 ms$

प्रश्न 4. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में 100 हर्ट्ज आवृत्ति पर सप्लाई विभवान्तर 80 वोल्ट है। एक संधारित्र को श्रेणीक्रम में 10 ओम प्रतिरोधक के साथ इस परिपथ में जोड़ा जाता है तो परिपथ का शक्ति गुणांक 0.5 हो जाता है। इस संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए।

हल— $\therefore X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 100 \times C} = \frac{1}{628C}$

दिया है, शक्ति गुणांक $\cos \phi = 0.5$



$\therefore \cos \phi = 0.5 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$
 $0.5 = \frac{10}{\sqrt{100 + \left(\frac{1}{628C}\right)^2}}$

हल करने पर,

$C = \frac{1}{188400}$ फैरड

प्रश्न 5. एक प्रत्यावर्ती परिपथ में प्रतिरोध, संधारित्र तथा प्रेरण कुण्डली एक प्रत्यावर्ती स्रोत से श्रेणीक्रम में संयोजित हैं। इनके सिरों के विभवान्तर क्रमशः 40 वोल्ट, 20 वोल्ट तथा 50 वोल्ट हैं। परिपथ में प्रत्यावर्ती स्रोत का विभव एवं परिपथ का शक्ति-गुणांक ज्ञात कीजिए।

हल— दिया है, $V_R = 40$ वोल्ट, $V_C = 20$ वोल्ट, $V_L = 50$ वोल्ट

यदि $L - C - R$ परिपथ पर परिणामी विभवान्तर V हो, तो

$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$
 $= \sqrt{(40)^2 + (50 - 20)^2}$
 $= \sqrt{1600 + 900} = 50$ वोल्ट

$$= \sqrt{(40)^2 + (50 - 20)^2}$$

$$= \sqrt{1600 + 900} = 50 \text{ वोल्ट}$$

$$\text{शक्ति गुणांक} = \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} = 0.8$$

प्रश्न 6. एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रेरकत्व, संधारित्र तथा प्रतिरोध श्रेणीक्रम में जोड़े गये हैं। प्रत्यावर्ती वोल्टेज तथा धारा के समीकरण दिये गये हैं

$$V = 200 \sin\left(314t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ वोल्ट, } i = 5 \sin\left(314t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ ऐम्पियर}$$

ज्ञात कीजिए—

(i) प्रत्यावर्ती धारा स्रोत की आवृत्ति (ii) V तथा i के मध्य कलान्तर

(iii) परिपथ की प्रतिबाधा।

(2013, 19)

हल— धारा तथा वोल्टता के समीकरणों से स्पष्ट है कि

$$V_0 = 200 \text{ वोल्ट, } i_0 = 5 \text{ ऐम्पियर}$$

$$\text{तथा } \omega = 314 \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

(i) प्रत्यावर्ती धारा के स्रोत की आवृत्ति $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2 \times 3.14} = 50 \text{ Hz}$

(ii) V तथा i के मध्य कलान्तर

$$\phi = \phi_1 - \phi_2 = \left(314t + \frac{\pi}{6}\right) - \left(314t - \frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \pi/3 \text{ रेडियन} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

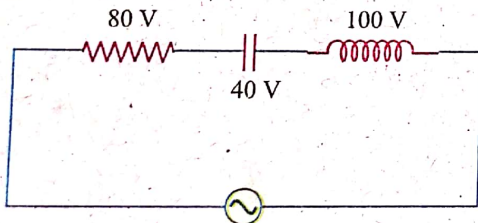
\therefore कलान्तर ϕ धनात्मक है;

अतः स्पष्ट है कि V की कला i की कला i से $(\pi/3)$ रेडियन अर्थात् 60° अग्रगामी है।

(iii) परिपथ की प्रतिबाधा $Z = \frac{V_0}{i_0} = \frac{200}{5} = 40 \text{ ओम}$

प्रश्न 7. दिये गये परिपथ में प्रत्यावर्ती स्रोत का विद्युत वाहक बल तथा परिपथ का शक्ति गुणांक ज्ञात कीजिए।

(2018)



हल— दिया है, $V_R = 80$ वोल्ट, $V_C = 40$ वोल्ट तथा $V_L = 100$ वोल्ट
यदि $L-C-R$ परिपथ में परिणामी विभवान्तर V हो, तो

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

$$= \sqrt{(80)^2 + (100 - 40)^2}$$

$$= \sqrt{80^2 + 60^2} = \sqrt{6400 + 3600}$$

$$= \sqrt{10000} = 100 \text{ वोल्ट}$$

\therefore परिपथ में प्रत्यावर्ती स्रोत का वि०वा० बल = परिणामी विभवान्तर
= 100 वोल्ट

तथा परिपथ का शक्ति गुणांक = $\frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}}$

$$= \frac{80}{100} = 0.80$$

प्रश्न 8. एक प्रसारण केन्द्र से 300 मी, तरंगदैर्घ्य वाली तरंग प्रसारित की जा सकती है। एक $2.4 \mu\text{F}$ धारिता वाला संधारित्र उपलब्ध है। अनुनादी परिपथ के लिए आवश्यक कुण्डली के प्रेरकत्व का परिकलन कीजिए। (2018, 19)

हल— दिया है, तरंगदैर्घ्य = 300 मीटर, निर्वात में प्रकाश की चाल, $c = 3 \times 10^8$ मीटर/से० तथा धारिता, $C = 2.4 \mu\text{F} = 2.4 \times 10^{-6}$ फैरड

तरंग की आवृत्ति, $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{300} = 10^6$ हर्ट्ज

दोलनी परिपथ की आवृत्ति के सूत्र, $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ से,

$$L = \frac{1}{(2\pi f)^2 C}$$

अतः कुण्डली का प्रेरकत्व, $L = \frac{1}{(2 \times 3.14 \times 10^6)^2 \times 2.4 \times 10^{-6}}$

$$= \frac{10^{-7}}{9.5} = 1.05 \times 10^{-8} \text{ हेनरी}$$

प्रश्न 9. एक उच्चायी ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक तथा द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या क्रमशः 100 तथा 400 है। यदि प्राथमिक कुण्डली में 120 वोल्ट A.C. लगाया जाये तो ज्ञात कीजिए—(a) परिणमन अनुपात, (b) द्वितीयक कुण्डली में उत्पन्न वोल्टेज। (2018, 19)

हल— (a) प्राथमिक कुण्डली में फेरों की संख्या $N_p = 100$; द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या $N_s = 400$

\therefore परिणमन अनुपात $(r = N_s / N_p) = (400 / 100) = 4$

(b) प्राथमिक में लगायी गयी वोल्टेज $V_p = 120$ वोल्ट; द्वितीयक में उत्पन्न वोल्टेज $V_s = ?$

परन्तु $\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$ जहाँ $\frac{N_s}{N_p} = r$; अतः $\frac{V_s}{V_p} = r$

$\therefore V_s = r \times V_p = 4 \times 120 \text{ वोल्ट} = 480 \text{ वोल्ट}$

प्रश्न 10. 220 वोल्ट आपूर्ति से किसी आदर्श ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली द्वारा उस समय कितनी धारा ली जाती है जब यह 110 V – 550 W के रेफ्रिजरेटर को शक्ति प्रदान करता है? (2017)

हल— दिया है, $P_s = 550$ वाट, $V_s = 110$ वोल्ट, $V_p = 220$ वोल्ट, $i_p = ?$

सूत्र $P_s = i_s \times V_s$ से,

द्वितीय कुण्डली में धारा $i_s = \frac{P_s}{V_s} = \frac{550}{110} = 5$ ऐम्पियर

\therefore द्वितीयक कुण्डली में विद्युत शक्ति = प्राथमिक कुण्डली में शक्ति

अर्थात् $V_s \times i_s = V_p \times i_p$

अतः प्राथमिक कुण्डली में धारा $i_p = \frac{V_s \times i_s}{V_p}$

$$= \frac{110 \times 5}{220} = 2.5 \text{ ऐम्पियर}$$

प्रश्न 11. एक जल विद्युत शक्ति संयंत्र में जल दाब शीर्ष 300 m की ऊँचाई पर है तथा उपलब्ध जल प्रवाह $100 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ है। यदि टरबाइन जनित्र की दक्षता 60% हो तो संयंत्र से उपलब्ध विद्युत शक्ति का आकलन कीजिए, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ । (NCERT)

जल विद्युत शक्ति

$$= \text{जल-स्तम्भ का दाब} \times \text{प्रति सेकण्ड प्रवाहित जल का आयतन} \\ = h \rho g \times V = 300 \times 10^3 \times 9.8 \times 100 \\ = 29.4 \times 10^7 \text{ W}$$

$$\therefore \text{जनित द्वारा उत्पन्न विद्युत शक्ति} = \text{कुल शक्ति} \times \text{दक्षता} \\ = 29.4 \times 10^7 \times \frac{60}{100} = 176.4 \times 10^6 \text{ W} = 176.4 \text{ MW}$$

प्रश्न 12. एक अपचायी ट्रांसफॉर्मर संचरण लाइन वोल्टेज को 1100 वोल्ट से 110 वोल्ट करता है। प्राथमिक कुण्डली में 2000 फेरे हैं। ट्रांसफॉर्मर की दक्षता 80% है तथा निर्गत शक्ति 4000 वाट है। निम्न की गणना कीजिए: (2018)

(i) द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या

(ii) निवेशित शक्ति

हल— दिया है, प्राथमिक कुण्डली के सिरों पर विभवान्तर, $V_p = 1100$ वोल्ट, द्वितीयक कुण्डली के सिरों पर विभवान्तर,

$$V_s = 110 \text{ वोल्ट}$$

प्राथमिक कुण्डली में फेरों की संख्या, $N_p = 2000$

$$\text{दक्षता, } \eta = 80\% = \frac{80}{100} = 0.8$$

तथा निर्गत शक्ति = 4000 वाट = 4 किलोवाट

(i) द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या,

$$N_s = N_p \times \frac{V_s}{V_p} = 2000 \times \frac{110}{1100} = 200$$

(ii) सूत्र, ट्रांसफॉर्मर की दक्षता, $\eta = \frac{\text{निर्गत शक्ति}}{\text{निवेशित शक्ति}}$ से,

$$\therefore \text{निवेशित शक्ति} = \frac{\text{निर्गत शक्ति}}{\eta} \\ = \frac{4}{0.8} = 5$$

प्रश्न 13. एक उच्चायी ट्रांसफॉर्मर में प्राथमिक तथा द्वितीयक कुण्डलियों के फेरों की संख्या का अनुपात 1:200 है। यदि इसे 200 वोल्ट तथा 2 ऐम्पियर की प्रत्यावर्ती धारा के मेन्स से जोड़ दिया जाये तो द्वितीयक कुण्डली में अधिकतम धारा ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— फेरों की संख्या का अनुपात, $N_p : N_s = 1:200$

प्राथमिक कुण्डली के सिरों पर विभवान्तर, $V_p = 200$ वोल्ट

प्राथमिक कुण्डली में धारा, $i_p = 2$ ऐम्पियर, $V_s = ?$, $i_s = ?$

$$\text{सूत्र } \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} \text{ से,}$$

$$\text{द्वितीय कुण्डली में विभवान्तर, } V_s = V_p \times \frac{N_s}{N_p} \\ = 200 \times \frac{200}{1} = 40000 \text{ वोल्ट}$$

$$\text{सूत्र } V_p \times i_p = V_s \times i_s \text{ से,}$$

$$\text{द्वितीयक कुण्डली में प्रवाहित धारा, } i_s = \frac{V_p \times i_p}{V_s} \\ = \frac{200 \times 2}{40000} = 0.01 \text{ ऐम्पियर}$$

प्रश्न 14. एक ट्रांसफॉर्मर का प्राथमिक विभवान्तर 220 वोल्ट है। ट्रांसफॉर्मर के प्राथमिक एवं द्वितीयक कुण्डलियों के फेरों का अनुपात 1:50 है।

प्राथमिक में 20 ऐम्पियर की धारा बह रही है। ट्रांसफॉर्मर में शक्ति क्षय को नगण्य मानते हुए (i) द्वितीयक के विभवान्तर तथा (ii) द्वितीयक से प्राप्त शक्ति की गणना कीजिए। (2018)

हल— दिया है, प्राथमिक वोल्टता, $V_p = 220$ वोल्ट

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{50} \Rightarrow N_p = \frac{N_s}{50} \therefore \frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_p}$$

$$\Rightarrow V_s = \frac{V_p \times N_s}{N_p} = \frac{220 \times N_s \times 50}{N_s} = 1.1 \times 10^4 \text{ वोल्ट}$$

(ii) दिया है, $i_p = 20$ ऐम्पियर

सूत्र, $V_p \times i_p = V_s \times i_s$ से,

$$i_s = \frac{V_p \times i_p}{V_s} = \frac{220 \times 20}{1.1 \times 10^4} = \frac{4400}{1.1 \times 10^4} \\ = \frac{4.4 \times 10^3 \times 10^{-4}}{1.1} = 4 \times 10^{-1} = 0.4$$

$$P_s = V_s \times i_s = 1.1 \times 10^4 \times 0.4 \\ = 0.44 \times 10^4 = 4.4 \times 10^3$$

प्रश्न 15. एक आदर्श ट्रांसफॉर्मर के प्राथमिक एवं द्वितीयक कुण्डलियों में फेरों की संख्या क्रमशः 1100 तथा 110 हैं। प्राथमिक कुण्डली में सप्लाय वोल्टेज 220 वोल्ट है। यदि द्वितीयक कुण्डली से जुड़ा प्रतिरोध 220 ओम है, तो प्राथमिक कुण्डली द्वारा ली गयी धारा का मान ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— यहाँ, $N_p = 1100$, $N_s = 110$, $V_p = 220 \text{ V}$

$$\frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_p} \Rightarrow \frac{110}{1100} = \frac{V_s}{220} \Rightarrow V_s = \frac{110 \times 220}{1100} = 22 \text{ V}$$

ओम के नियम से,

$$V_s = i_s \times R_s \\ \Rightarrow i_s = \frac{V_s}{R_s} = \frac{22}{220} = \frac{1}{10} \text{ ऐम्पियर}$$

$$\text{अब, } \frac{i_p}{i_s} = \frac{N_p}{N_s} \text{ या } \frac{i_p}{i_s} = \frac{V_p}{V_s}$$

$$\therefore i_p = \frac{N_p \times i_s}{N_s} = \frac{1100 \times \frac{1}{10}}{110} = 1 \text{ ऐम्पियर}$$

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. प्रत्यावर्ती धारा के वर्ग-माध्य-मूल मान का व्यंजक प्राप्त कीजिए। किसी प्रत्यावर्ती धारा का शिखर मान $10\sqrt{2}$ ऐम्पियर है। धारा का वर्ग-माध्य-मूल मान ज्ञात कीजिए। (2015, 17, 18, 19)

या प्रत्यावर्ती धारा के शिखर मान तथा वर्ग-माध्य-मूल मान में सम्बन्ध स्थापित कीजिए? (2018)

हल— प्रत्यावर्ती धारा की एक पूर्ण साइकिल के लिए धारा के वर्ग i^2 के औसत मान के वर्गमूल को धारा का 'वर्ग-माध्य-मूल मान' (rms value) कहते हैं। इसे i_{rms} से प्रदर्शित करते हैं।

एक पूर्ण साइकिल के लिए i^2 का माध्य (औसत) मान

एक पूर्ण साइकिल के लिए i^2 का माध्य (औसत) मान

$$\bar{i^2} = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$$

$\therefore i = i_0 \sin \omega t$ तथा $T = 2\pi/\omega$ रखने पर,

$$\begin{aligned} \bar{i^2} &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} i_0^2 \sin^2 \omega t dt \\ &= \frac{\omega}{2\pi} i_0^2 \int_0^{2\pi/\omega} \frac{(1 - \cos^2 \omega t)}{2} dt \\ &= \frac{\omega}{2\pi} \frac{i_0^2}{2} \left[t - \frac{\sin^2 \omega t}{2\omega} \right]_0^{2\pi/\omega} \\ &= \frac{\omega}{2\pi} \frac{i_0^2}{2} \left(\frac{2\pi}{\omega} \right) = \frac{i_0^2}{2} \end{aligned}$$

अतः प्रत्यावर्ती धारा का वर्ग-माध्य-मूल मान $i_{rms} = \sqrt{\bar{i^2}} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = 0.707 i_0$

यदि $i_0 = 10\sqrt{2}$,

$$\therefore i_{rms} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow i_{rms} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10 \text{ ऐम्पियर}$$

प्रश्न 2. एक रेडियो को MW प्रसारण बैंड के एक खण्ड के आवृत्ति परास के एक ओर से दूसरी ओर (800 kHz से 1200 kHz) तक समस्वरित किया जा सकता है। यदि इसके LC परिपथ का प्रभावकारी प्रेरकत्व 200 μH हो तो उसके परिवर्ती संधारित्र की परास कितनी होनी चाहिए? (NCERT)

[संकेत : समस्वरित करने के लिए मूल आवृत्ति अर्थात् LC परिपथ के मुक्त दोलों की आवृत्ति रेडियो तरंग की आवृत्ति के समान होनी चाहिए।

हल— दिया है, $f_1 = 800 \text{ kHz} = 800 \times 10^3 \text{ Hz}$,
 $f_2 = 1200 \text{ kHz} = 1200 \times 10^3 \text{ Hz}$
 $L = 200 \mu\text{H} = 200 \times 10^{-6} \text{ H}$.

समस्वरित करने के लिए, परिपथ के दोलों की मूल आवृत्ति $\left(= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \right)$

रेडियो तरंग की आवृत्ति के बराबर होनी चाहिये।

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}$$

$$f = f_1 = 800 \times 10^3 \text{ Hz के लिए,}$$

$$C_1 = \frac{1}{4 \times (3.14)^2 \times (800 \times 10^3)^2 \times 200 \times 10^{-6}} \\ = 197.8 \times 10^{-12} \text{ F} \approx 198 \text{ pF}$$

$$f = f_2 = 1200 \times 10^3 \text{ Hz के लिए,}$$

$$C_2 = \frac{1}{4 \times (3.14)^2 \times (1200 \times 10^3)^2 \times 200 \times 10^{-6}} \\ = 88 \times 10^{-12} \text{ F} = 88 \text{ pF}$$

अर्थात् परिवर्ती संधारित्र की धारिता परास 88 pF से 198 pF होनी चाहिये।

important FACTS

- ★ समान वोल्टता की प्रत्यावर्ती धारा-दिष्ट धारा से अधिक खतरनाक है— प्रत्यावर्ती अमीटर तथा प्रत्यावर्ती वोल्टमीटर क्रमशः प्रत्यावर्ती धारा एवं प्रत्यावर्ती वोल्टता के वर्ग-माध्य-मूल मानों को सीधे ऐम्पियर एवं वोल्ट में पढ़ते हैं। इस प्रकार यदि समान वोल्टता 220 वोल्ट की दिष्ट धारा एवं प्रत्यावर्ती धारा लें तब इसका तात्पर्य है कि प्रत्यावर्ती वोल्टता का वर्ग-माध्य-मूल मान 220 वोल्ट है।

अतः प्रत्यावर्ती वोल्टता का शिखर मान

$$V_0 = V_{rms} \sqrt{2} = 220 \times \sqrt{2} = 220 \times 1.414 = 311 \text{ वोल्ट।}$$

इस प्रकार 220 वोल्ट की प्रत्यावर्ती धारा एक पूर्ण चक्र में एक बार +311 वोल्ट तथा एक बार -311 वोल्ट तक परिवर्तित होती है। अतः 220 वोल्ट की प्रत्यावर्ती धारा 220 वोल्ट की दिष्ट धारा से अधिक खतरनाक होती है।

प्रश्न 3. एक कुण्डली को जिसका प्रेरण 0.50 H तथा प्रतिरोध 100 Ω है, 240 V व 50 Hz की एक आपूर्ति से जोड़ा गया है। (NCERT)

(a) कुण्डली में अधिकतम धारा कितनी है?

(b) वोल्टेज शीर्ष व धारा शीर्ष के बीच समय-पश्चता (time lag) कितनी है?

हल— यहाँ $L = 0.50 \text{ H}$, $R = 100 \Omega$, $V_{rms} = 240 \text{ वोल्ट}$, $f = 50 \text{ Hz}$

(a) वोल्टता का अधिकतम मान

$$V_0 = V_{rms} \times \sqrt{2} = 240\sqrt{2} \text{ वोल्ट}$$

परिपथ का प्रेरकीय प्रतिघात

$$X_L = 2\pi fL = 2 \times 3.14 \times 50 \times 0.50 \text{ ओम} = 157 \text{ ओम}$$

$\therefore (L-R)$ परिपथ की प्रतिबाधा

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \left[\sqrt{(100)^2 + (157)^2} \right] \text{ ओम} = 186 \text{ ओम}$$

$$\therefore \text{अधिकतम धारा } I_0 = \frac{V_0}{Z} = \left[\frac{240\sqrt{2}}{186} \right] \text{ ऐम्पियर} = 1.82 \text{ ऐम्पियर}$$

(b) धारा तथा वोल्टता के बीच कलान्तर ϕ हो, तो—

$$\text{कला पश्चता } \phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L}{R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{157}{100} \right)$$

$$= \tan^{-1}(1.57) \approx 57.5^\circ$$

$$= \left(\frac{57.5^\circ}{180} \right) \pi \text{ रेडियन}$$

$$\text{समय पश्चता } \Delta t = \left(\frac{T}{2\pi} \right) \phi$$

$$[\because \phi = \left(\frac{2\pi}{T} \right) \times \Delta t]$$

$$= \left(\frac{1/f}{2\pi} \right) \phi = \frac{\phi}{2\pi f} = \left(\frac{57.5}{180} \right) \pi$$

$$= 3.2 \times 10^{-3} \text{ सेकण्ड} = 3.2 \text{ मिली सेकण्ड}$$

important FACTS

- ★ किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में लगे प्रेरकत्व (L) अथवा धारिता (C) द्वारा धारा के मार्ग में लगाए गए अवरोध को प्रतिघात (reactance) कहते हैं। इसे 'X' से प्रदर्शित करते हैं।
- ★ केवल प्रेरकत्व द्वारा प्रत्यावर्ती धारा के मार्ग में लगाए गए अवरोध को प्रेरण प्रतिघात कहते हैं। इसे 'X_L' से प्रदर्शित करते हैं।

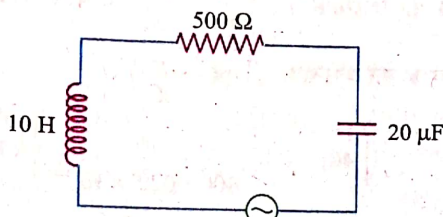
$$X_L = \omega L = 2\pi fL$$

- ★ केवल धारिता द्वारा प्रत्यावर्ती धारा के मार्ग में लगाए गए अवरोध को धारितीय प्रतिघात कहते हैं। इसे 'X_C' से प्रदर्शित करते हैं।

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$$

प्रश्न 4. निम्नांकित चित्र में प्रदर्शित परिपथ के लिए ज्ञात कीजिए—

(i) प्रतिबाधा (ii) शक्ति गुणांक (iii) धारा एवं वोल्टता के बीच कलान्तर। (NCERT)



$$V = 200 \sin 100t$$

हल—(i) समीकरण $V = 200 \sin 100t$ की तुलना समीकरण $V = V_0 \sin \omega t$ से करने पर,

वोल्टता का शिखर मान, $V_0 = 200$ वोल्ट, $\omega = 100$ रेडियन/से०, $R = 500 \Omega$, $C = 20 \mu F = 20 \times 10^{-6} F$ तथा $L = 10$ हेनरी परिपथ में कुण्डली का प्रेरकीय प्रतिघात, $X_L = \omega L = 100 \times 10 = 1000 \Omega$

परिपथ में धारितीय प्रतिघात, $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100 \times 20 \times 10^{-6}} = 500 \Omega$

$$\therefore \text{परिपथ की प्रतिबाधा, } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(500)^2 + (1000 - 500)^2} = 500\sqrt{2} \Omega$$

$$(ii) \text{ शक्ति गुणांक, } \cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{500}{500\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.71 \text{ ऐम्पियर}$$

$$(iii) \text{ धारा तथा वोल्टता के बीच कलान्तर } \tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{1000 - 500}{500} = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\Rightarrow \phi = 45^\circ$$

अतः धारा तथा वोल्टता के बीच कलान्तर, $\phi = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$ रेडियन

\therefore यहाँ $X_L > X_C$ अतः $V_L > V_C$

इसलिए परिणामी वोल्टता, $V = V_L - V_C$

अतः परिणामी वोल्टता V ; धारा i से $\frac{\pi}{4}$ रेडियन कलान्तर अग्रगामी होगी।

important FACTS

★ व्यवहार में शुद्ध प्रेरकत्व की कुण्डली का होना कठिन है। प्रत्येक कुण्डली में प्रेरकत्व L के साथ-साथ कुछ ओमीय प्रतिरोध R भी होता है। अतः केवल प्रेरकत्व जुड़े प्रत्यावर्ती परिपथ में प्रभावी प्रतिरोध (अर्थात् प्रतिबाधा) $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ होगी, परन्तु जब इस कुण्डली को दिष्ट धारा वाले परिपथ में जोड़ा जाएगा तो इसमें प्रेरकत्व प्रतिघात (ωL) का अंश शून्य होगा और प्रभावी प्रतिरोध केवल ओमीय प्रतिरोध R होगा।

प्रश्न 5. प्रत्यावर्ती परिपथ के लिए औसत शक्ति का व्यंजक प्राप्त कीजिए तथा वाटहीन धारा को समझाइए। (2010, 12, 19)

या वाटहीन धारा क्या है? (2012, 15, 17)

या किसी प्रत्यावर्ती धारा की शक्ति के लिए सूत्र ज्ञात कीजिए। शक्ति गुणांक किसे कहते हैं? (2013)

या प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में व्यय शक्ति का सूत्र लिखिए। (2018)

उत्तर— L - R परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा की औसत शक्ति—यदि किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में प्रतिरोध R तथा प्रेरकत्व L दोनों हैं तो धारा i वोल्टता V से कला में पश्चगामी होती है। यदि धारा और वोल्टता के बीच का

कलान्तर ϕ है तो परिपथ के लिए किसी क्षण वोल्टता तथा धारा के मान निम्नलिखित समीकरणों से व्यक्त कर सकते हैं

$$V = V_0 \sin \omega t \quad \text{तथा} \quad i = i_0 \sin (\omega t - \phi)$$

अतः किसी क्षण परिपथ में शक्ति,

$$\text{शक्ति } P = V \times i = V_0 \sin \omega t \times i_0 \sin (\omega t - \phi)$$

$$\text{या } P = V_0 i_0 \sin \omega t (\sin \omega t \cos \phi - \cos \omega t \sin \phi)$$

$$= V_0 i_0 (\sin^2 \omega t \cos \phi - \sin \omega t \cos \omega t \sin \phi)$$

$$= V_0 i_0 (\sin^2 \omega t \cos \phi - \frac{1}{2} \sin 2\omega t \sin \phi)$$

प्रत्यावर्ती धारा के सम्पूर्ण एक चक्र के लिए $\sin^2 \omega t = 1/2$ तथा $\sin 2\omega t = 0$

$$\therefore \text{ औसत शक्ति } \bar{P} = \frac{1}{2} V_0 i_0 \cos \phi = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \times \frac{i_0}{\sqrt{2}} \cos \phi \quad \dots (1)$$

$$\text{अथवा } \bar{P} = V_{rms} \cdot i_{rms} \cos \phi \quad \dots (2)$$

राशि $\cos \phi$ परिपथ का शक्ति गुणांक (power factor) कहलाती है। इसका मान परिपथ की प्रकृति (अर्थात् परिपथ में उपस्थित अवयवों; जैसे—प्रतिरोध, धारिता, प्रेरकत्व) पर निर्भर करता है।

यह सूत्र सभी प्रकार के प्रत्यावर्ती धारा परिपथों के लिए सत्य है।

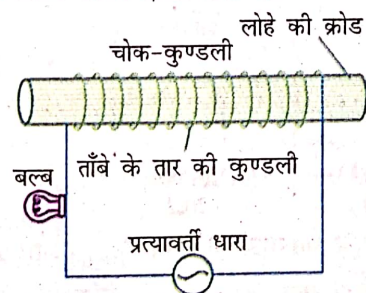
वाटहीन धारा (Wattless Current)—यदि किसी परिपथ में केवल प्रेरकत्व या धारिता है और R का मान शून्य है तो धारा व वोल्टता में 90° का कलान्तर होता है अर्थात् $\phi = 90^\circ$ । अतः औसत शक्ति क्षय के सूत्र $\bar{P} = V_{rms} i_{rms} \cos \phi$ से इस दशा में परिपथ में औसत शक्ति व्यय

$$\bar{P} = V_{rms} \cdot i_{rms} \cos 90^\circ = 0 \quad (\because \cos 90^\circ = 0)$$

अतः यदि किसी प्रत्यावर्ती परिपथ में केवल प्रेरकत्व अथवा केवल धारिता है (अर्थात् प्रतिरोध शून्य है) तो परिपथ में धारा प्रवाहित होते हुए भी औसत शक्ति क्षय शून्य रहता है। इसलिए ऐसी प्रत्यावर्ती धारा को वाटहीन धारा कहते हैं।

प्रश्न 6. चोक कुण्डली का कार्य-सिद्धान्त समझाइए। चोक कुण्डली में वाटहीन धारा के महत्त्व को समझाइए। (2010, 12, 14, 17, 18)

उत्तर— **चोक कुण्डली**—प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में वैद्युत ऊर्जा का हांस हुए बिना धारा को कम करने का एक साधन उपलब्ध है जिसे चोक कुण्डली कहते हैं। यह एक ऊँचे प्रेरकत्व की कुण्डली होती है जो एक पृथक्कृत (insulated) ताँबे के मोटे तार को बहुत-से फेरों में लोहे की पटलित क्रोड पर लपेटकर बनायी जाती है। इस कुण्डली का ओमीय प्रतिरोध लगभग शून्य रहता है। इसका प्रेरकत्व काफी ऊँचा रहता है।



$$\text{इसकी प्रतिबाधा } Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

प्रतिरोध R नगण्य होने के कारण इसमें ऊष्मा के रूप में क्षय बहुत ही कम होता है।

$$L\text{-}R \text{ परिपथ में औसत शक्ति } \bar{P} = V_{rms} \times i_{rms} \times \cos \phi \quad \dots (1)$$

$$\text{जहाँ, } \cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \text{ चूँकि चोक कुण्डली का ओमीय प्रतिरोध } R$$

लगभग शून्य है तथा L बहुत ऊँचा है, अतः $\cos \phi = 0$ (लगभग)।

इस प्रकार समी० (1) के अनुसार चोक कुण्डली में औसत शक्ति लगभग शून्य होगी।

इस प्रकार चोक कुण्डली का कार्य-सिद्धान्त वाटहीन धारा के सिद्धान्त पर आधारित है।

अतः प्रत्यावर्ती धारा परिपथों में चोक कुण्डली के उपयोग से ऊर्जा क्षय में पर्याप्त कमी हो जाती है।

प्रश्न 7. एक 50 वाट 100 वोल्ट के वैद्युत लैम्प को 200 वोल्ट, 60 हर्ट्ज के विद्युत मेन्स से जोड़ना है। लैम्प के श्रेणी क्रम में आवश्यक संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए।

हल— दिया है, $P = 50$ वाट, $V = 100$ वोल्ट, $f = 60$ हर्ट्ज, $V = 200$ वोल्ट

$$\text{बल्ब का प्रतिरोध } R = \frac{V^2}{P} = \frac{100 \times 100}{50} = 200 \Omega$$

$$\text{बल्ब में धारा } i = \frac{P}{V} = \frac{50}{100} = 0.5 \text{ ऐम्पियर}$$

$$\text{दूसरी दशा में परिपथ में धारा } i = \frac{V}{Z}$$

$$\text{अतः परिपथ की प्रतिबाधा } Z = \frac{V}{i} = \frac{200}{0.5} = 400 \text{ ओम}$$

$$\text{सूत्र, } Z^2 = R^2 + X_C^2 \text{ से,}$$

$$X_C = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(400)^2 - (200)^2}$$

$$= 100\sqrt{16 - 4} = 200\sqrt{3}$$

$$= 200 \times 1.732 = 346.4 \text{ ओम}$$

$$\text{सूत्र } X_C = \frac{1}{2\pi f C} \text{ से,}$$

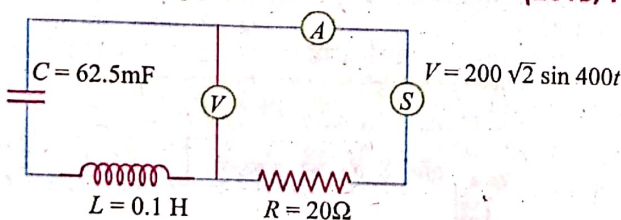
$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 60 \times 346.4}$$

$$= \frac{1}{130523.52}$$

$$\text{अतः संधारित्र की धारिता } C = 7.6 \times 10^{-6} \mu\text{F}$$

प्रश्न 8. दिए गए परिपथ में ज्ञात कीजिए

- (i) ऐमीटर (A) का पाठ्यांक (ii) वोल्टमीटर (V) का पाठ्यांक
(iii) शक्ति-गुणांक (2013, 17, 19)



हल— $V = 200\sqrt{2} \sin 400t$ की तुलना $V = V_0 \sin \omega_0 t$ से करने पर,

$$V_0 = 200\sqrt{2} \text{ वोल्ट तथा } \omega = 400 \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

$$\therefore V_{rms} = V_0 / 2 = (200\sqrt{2} / \sqrt{2}) \text{ वोल्ट} = 200 \text{ वोल्ट}$$

$$\text{परिपथ की प्रतिबाधा } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(20)^2 + \left(400 \times 1 - \frac{1}{400 \times 62.5 \times 10^{-6}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{400 + (40 - 40)^2} = 20 \text{ ओम}$$

$$(i) \text{ ऐमीटर A का पाठ्यांक } i = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{200}{20} \text{ ऐम्पियर} = 10 \text{ ऐम्पियर}$$

$$(ii) \text{ वोल्टमीटर V का पाठ्यांक } = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \times i$$

$$= \left(400 \times 0.1 - \frac{1}{400 \times 62.5 \times 10^{-6}}\right) \times 10$$

$$= (40 - 40) \times 10 = 0 \text{ शून्य}$$

$$(iii) \text{ शक्ति गुणांक } \cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{20}{20} = 1$$

प्रश्न 9. एक प्रत्यावर्ती धारा स्रोत के वोल्टेज तथा धारा के समीकरण क्रमशः हैं

$$E = 220\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right), i = 15\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

E तथा i के बीच कलान्तर तथा परिपथ में शक्ति क्षय की गणना कीजिए। (2019)

हल— दी गई प्रत्यावर्ती वोल्टेज तथा धारा के समीकरणों

$$E = 220\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ तथा } i = 15\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

की तुलना $E = E_0 \sin(\omega t + \phi_1)$ तथा $i = i_0 \sin(\omega t + \phi_2)$ से करने पर, $\phi_1 = \frac{\pi}{6}$ तथा $\phi_2 = -\frac{\pi}{6}$, $E_0 = 220\sqrt{2} \text{ V}$ तथा $i_0 = 15\sqrt{2} \text{ ऐम्पियर}$

$$\therefore E \text{ तथा } i \text{ के बीच कलान्तर, } \phi = \phi_1 - \phi_2 = \frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{3} \text{ रेडियन}$$

यहाँ, $\phi_1 > \phi_2$, अतः प्रत्यावर्ती वोल्टेज E की कला प्रत्यावर्ती धारा i से 60° कलाकोण से अग्रगामी है।

तथा परिपथ में शक्ति क्षय, $\bar{P} = E_{rms} \times i_{rms} \times \cos \phi$

$$= \frac{1}{2} E_0 \times i_0 \times \cos \phi$$

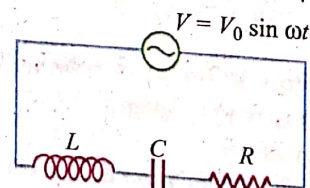
$$= \frac{1}{2} \times 220\sqrt{2} \times 15\sqrt{2} \times \cos 60^\circ$$

$$= 3300 \times \frac{1}{2} = 1650 \text{ वाट}$$

प्रश्न 10. वैद्युत अनुनाद किसे कहते हैं? श्रेणी अनुनादी परिपथ की सहायता से अनुनादी आवृत्ति के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2019)

या सिद्ध कीजिए कि श्रेणी अनुनादी परिपथ के लिए अनुनाद की स्थिति में धारा तथा विभवान्तर समान कला में होते हैं। (2019)

हल— वैद्युत अनुनाद : अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 18 का उत्तर देखें।
अनुनादी आवृत्ति के लिए व्यंजक : माना कि किसी प्रत्यावर्ती धारा-परिपथ में प्रेरकत्व L , धारिता C तथा प्रतिरोध R श्रेणीक्रम में जुड़े हैं।



$$\text{तब परिपथ की प्रतिबाधा } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$= \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

यदि आरोपित प्रत्यावर्ती वोल्टेज V तथा परिणामी धारा i के बीच कलान्तर ϕ हो, तो

$$\tan \phi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

यदि परिपथ का प्रेरण-प्रतिघात X_L , धारितीय प्रतिघात X_C के बराबर हो, तब वोल्टेज V व धारा i समान कला में होंगे ($\phi = 0$)। इस दशा में परिपथ की प्रतिबाधा Z न्यूनतम ($=R$) होगी तथा धारा i ($=\frac{V}{R}$) अधिकतम होगी। यही

अनुनाद की स्थिति है। अतः अनुनाद के लिए

$$X_L = X_C$$

$$\text{अथवा } \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\text{अथवा } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{अथवा } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

f आरोपित प्रत्यावर्ती वोल्टेज की आवृत्ति है। अनुनाद के लिए इसका मान $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ होना चाहिए जो कि LC - R परिपथ की स्वाभाविक आवृत्ति होती है (जबकि परिपथ में प्रतिरोध R नगण्य हो)।

प्रश्न 11. L - C - R संयोजन के लिए श्रेणी क्रम अनुनादी परिपथ बनाइए। इस परिपथ के लिए अनुनादी आवृत्ति का सूत्र प्राप्त कीजिए। (2017)

या एक प्रत्यावर्ती वोल्टेज स्रोत $V = V_0 \sin \omega t$ से प्रेरकत्व L , संधारित्र C तथा प्रतिरोध R श्रेणी क्रम में जुड़े हैं। वेक्टर आरेख खींचकर परिपथ की प्रतिबाधा तथा कला कोण के सूत्र निकालिए। (2016)

या किसी प्रत्यावर्ती परिपथ में L , C और R श्रेणीक्रम में जुड़े हैं। इस परिपथ का आरेख बनाइए। परिपथ की प्रतिबाधा एवं अनुनादी आवृत्ति के लिए सूत्र लिखिए। यदि परिपथ में लगा प्रत्यावर्ती विभव 300 वोल्ट हो, प्रेरण प्रतिघात 50 ओम, धारितीय प्रतिघात 50 ओम तथा ओमीय प्रतिरोध 10 ओम हों तो परिपथ की प्रतिबाधा तथा L , C व R के सिरों के बीच विभवान्तर ज्ञात कीजिए। (2016)

या प्रत्यावर्ती वोल्टेज स्रोत $V = V_0 \sin \omega t$ से विप्रेरक L , संधारित्र C तथा प्रतिरोध R तीनों श्रेणी क्रम में जुड़े हैं। सिद्ध कीजिए कि परिपथ

$$\text{की प्रतिबाधा } Z \text{ का मान } \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \text{ तथा}$$

$$\tan \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \text{ है जहाँ, } \phi \text{ धारा तथा वोल्टेज के बीच कलान्तर है।}$$

हल— माना प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में, प्रेरकत्व L की एक कुण्डली, धारिता C का संधारित्र तथा प्रतिरोध R को श्रेणीक्रम में जोड़कर प्रत्यावर्ती धारा-स्रोत $V = V_0 \sin \omega t$ से जोड़ देते हैं [चित्र (a)]। इस दशा में प्रतिरोध R के सिरों के बीच प्रेरित विभवान्तर V_R तथा धारा i समान कला में होंगे, प्रेरकत्व L के सिरों के बीच प्रेरित विभवान्तर V_L , धारा i से कला में 90° अग्रगामी होगा तथा धारिता C सिरों के बीच प्रेरित विभवान्तर V_C , धारा i से कला में 90° पश्चगामी होगा। [चित्र 7.15 (b)] अतः V_L तथा V_C का परिणामी विभवान्तर $V_L - V_C$ होगा। यदि L - C - R परिपथ में परिणामी विभवान्तर V हो, तब

$$V^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$\text{परन्तु } V_R = iR, V_L = iX_L \text{ तथा } V_C = iX_C$$

$$\text{अतः } V^2 = i^2 R^2 + (iX_L - iX_C)^2$$

$$\frac{V}{i} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

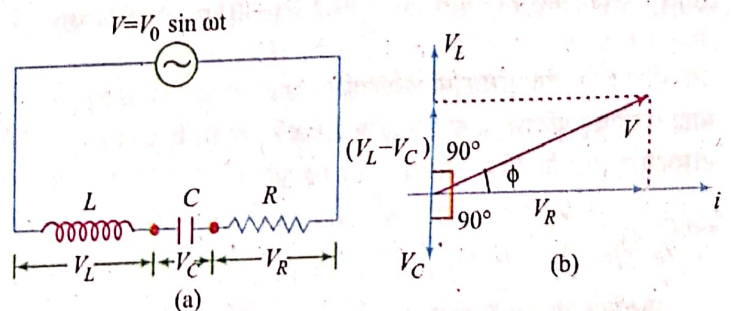
स्पष्ट है कि परिपथ की प्रतिबाधा $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$\text{परन्तु } X_C = 1/\omega C \text{ तथा } X_L = \omega L$$

$$\text{अतः } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

चित्र (b) के अनुसार, यदि वोल्टेज V तथा धारा i के बीच कलान्तर ϕ हो, तब

$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{i(X_L - X_C)}{iR} = \frac{X_L - X_C}{R}$$



$$\text{अतः } \tan \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

स्पष्ट है कि कलान्तर ϕ का मान R तथा X_C व X_L के आपेक्षिक मानों पर निर्भर करता है। इसकी निम्न तीन स्थितियाँ हैं—

- यदि $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ तब $\tan \phi$ अर्थात् ϕ धनात्मक होगा। इस दशा में धारा i वोल्टेज V से पश्चगामी (lagging) होगी।
- यदि $\omega L < \frac{1}{\omega C}$, तब $\tan \phi$ अर्थात् ϕ ऋणात्मक होगा। इस दशा में धारा i वोल्टेज V से अग्रगामी (leading) होगी।
- यदि $\frac{1}{\omega C} = \omega L$, तब $\tan \phi = 0$ अर्थात् $\phi = 0$ । इस दशा में धारा i व वोल्टेज V समान कला में होंगे। इस स्थिति में प्रतिबाधा

$$Z = \sqrt{R^2 + (0)^2} = R$$

इस प्रकार, इस दशा में परिपथ की प्रतिबाधा न्यूनतम होगी तथा इसका मान प्रतिरोध R के बराबर होगा। स्पष्टतः धारा का आयाम अधिकतम होगा। यह 'वैद्युत अनुनाद' की दशा है।

यहाँ, प्रत्यावर्ती विभव $V_{rms} = 300$ वोल्ट

प्रेरण प्रतिघात $X_L = 50$ ओम

धारितीय प्रतिघात $X_C = 50$ ओम

ओमीय प्रतिरोध $R = 10$ ओम

$$\therefore \text{परिपथ की प्रतिबाधा } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(10)^2 + (50 - 50)^2} = \sqrt{100 + 0} = 10 \text{ ओम}$$

$$\text{परिपथ में धारा } i_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{300}{10} = 30 \text{ ऐम्पियर}$$

$$\therefore L, C \text{ व } R \text{ सिरों के बीच विभवान्तर} = V_R = i_{rms} \times R \\ = 30 \times 10 = 300 \text{ वोल्ट}$$

प्रश्न 12. 440V पर शक्ति उत्पादन करने वाले किसी विद्युत संयंत्र से 15 km दूर स्थित एक छोटे से कस्बे में 220 V पर 800 kW शक्ति की आवश्यकता है। विद्युत शक्ति ले जाने वाली दोनों तार की लाइनों का प्रतिरोध 0.5Ω प्रति किलोमीटर है। कस्बे को उप-स्टेशन में लगे 4000-220V अपचायी ट्रांसफॉर्मर से लाइन द्वारा शक्ति पहुँचती है।

- (a) ऊष्मा के रूप में लाइन से होने वाली शक्ति के क्षय का आकलन कीजिए।
 (b) संयंत्र से कितनी शक्ति की आपूर्ति की जानी चाहिए, यदि क्षरण द्वारा शक्ति का क्षय नगण्य है।
 (c) संयंत्र के उच्चायी ट्रांसफॉर्मर की विशेषता बताइए। (NCERT)

हल— (a) तार की लाइनों का प्रतिरोध $R = 30 \text{ km} \times 0.5 \Omega \text{ km}^{-1} \\ = 15 \Omega$

उप-स्टेशन पर लगे ट्रांसफॉर्मर के लिए $V_p = 4000 \text{ V}$, $V_s = 220 \text{ V}$ माना प्राथमिक परिपथ में धारा $= i_p$ व द्वितीयक परिपथ में धारा $= i_s$ ट्रांसफॉर्मर द्वारा द्वितीयक परिपथ में दी गई शक्ति,

$$V_s \times i_s = 800 \text{ kW} = 800 \times 10^3 \text{ W}$$

$$\therefore V_p \times i_p = V_s \times i_s \text{ से,}$$

$$\text{प्राथमिक परिपथ में धारा } i_p = \frac{V_s \times i_s}{V_p} = \frac{800 \times 10^3}{4000} = 200 \text{ A}$$

यह धारा सप्लाई लाइन से होकर गुजरती है।

$$\therefore \text{लाइन में होने वाला शक्ति क्षय } P = i_p^2 \times R = (200)^2 \times 15 \text{ W} = 600 \text{ kW}$$

$$(b) \text{ संयंत्र द्वारा आपूर्ति की जाने वाली शक्ति} = 800 \text{ kW} + 600 \text{ kW} \\ = 1400 \text{ kW}$$

$$(c) \text{ सप्लाई लाइन पर विभवपात } V = i_p \times R = 200 \times 15 = 3000 \text{ V}$$

\therefore उप-स्टेशन पर लगा अपचायी ट्रांसफॉर्मर 4000 V – 220 V प्रकार का है।

अतः इस ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली पर विभवपात = 4000 V

$$\therefore \text{संयंत्र पर लगे उच्चायी ट्रांसफॉर्मर द्वारा प्रदान की जाने वाली वोल्टता} \\ = 3000 + 4000 = 7000 \text{ V}$$

अतः यह ट्रांसफॉर्मर 440 V – 7000 V प्रकार का होना चाहिए।

$$\therefore \text{सप्लाई लाइन में प्रतिशत शक्ति क्षय} = \frac{600 \text{ kW}}{1400 \text{ kW}} \times 100 = 42.86 \%$$

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. ट्रांसफॉर्मर की रचना तथा कार्यविधि का वर्णन कीजिए। इसमें पटलित लौह क्रोड का क्या महत्त्व है? (2017, 18)

या ट्रांसफॉर्मर का नामांकित चित्र बनाइए तथा उसके परिणामन अनुपात का सूत्र व्युत्पादित कीजिए। (2010)

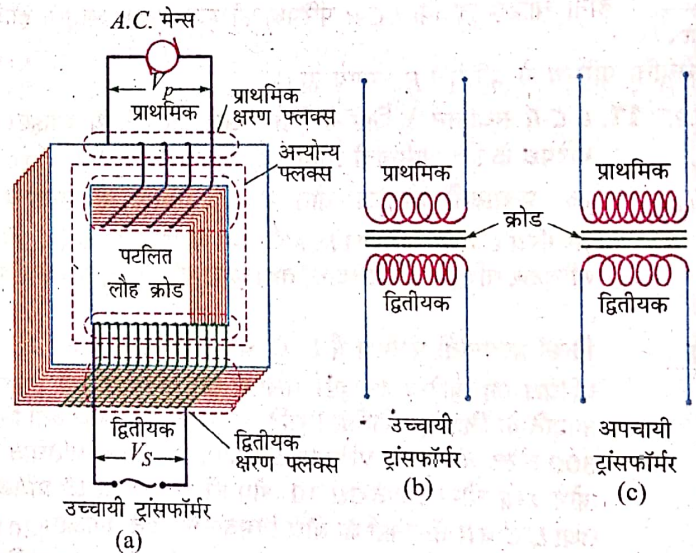
या ट्रांसफॉर्मर का सिद्धान्त क्या है? (2018, 19)

उत्तर— ट्रांसफॉर्मर (Transformer)—अन्योन्य प्रेरण (mutual induction) के सिद्धान्त पर आधारित यह एक ऐसी युक्ति है जिससे प्रत्यावर्ती धारा के विभव को कम अथवा अधिक किया जाता है। ट्रांसफॉर्मर केवल प्रत्यावर्ती धारा या विभव को ही परिवर्तित करने के काम आते हैं, दिष्ट धारा या विभव के परिवर्तन में नहीं। ये दो प्रकार के होते हैं—

(i) **उच्चायी ट्रांसफॉर्मर (Step-up Transformer)**—इनके द्वारा कम विभव वाली प्रबल प्रत्यावर्ती धारा को ऊँचे विभव वाली निर्बल धारा में बदला जाता है।

(ii) **अपचायी ट्रांसफॉर्मर (Step-down Transformer)**—इनके द्वारा ऊँचे विभव वाली निर्बल प्रत्यावर्ती धारा को कम विभव वाली प्रबल धारा में बदला जाता है।

रचना—इसमें कच्चे लोहे की आयताकार गोलाकार मुड़ी हुई पत्तियाँ एक पटलित क्रोड (laminated core) के रूप में होती हैं। ये पत्तियाँ एक-दूसरे के ऊपर वार्निश से जोड़ दी जाती हैं जिससे कि ये एक-दूसरे से पृथक्कृत रहें। फलतः क्रोड में कम भँवर धाराएँ उत्पन्न होती हैं और वैद्युत ऊर्जा का ह्रास घट जाता है। इस क्रोड पर ताँबे के तार की दो कुण्डलियाँ इस प्रकार लपेटी जाती हैं कि वे एक-दूसरे से तथा लोहे की क्रोड से पृथक्कृत रहें [चित्र (a)] इनमें से एक पर ताँबे के मोटे तार के कम फेरे होते हैं तथा दूसरी में ताँबे के पतले तार के अधिक फेरे होते हैं। इनमें एक को 'प्राथमिक कुण्डली' (Primary coil) और दूसरी को 'द्वितीयक कुण्डली' (Secondary coil) कहते हैं। उच्चायी ट्रांसफॉर्मर में मोटे तार की कम फेरों वाली प्राथमिक कुण्डली होती है और पतले तार की अधिक फेरों वाली कुण्डली द्वितीयक कुण्डली होती है [चित्र (b)] अपचायी ट्रांसफॉर्मर में इसके विपरीत होता है [चित्र (c)]।



कार्यविधि—जिस वि० वा० बल को परिवर्तित करना होता है, उसे सदैव प्राथमिक कुण्डली से जोड़ते हैं। जब प्राथमिक कुण्डली में प्रत्यावर्ती धारा प्रवाहित होती है तो धारा के प्रत्येक चक्कर में क्रोड एक बार एक दिशा में चुम्बकित होती है तथा दूसरी बार दूसरी दिशा में। अतः क्रोड में एक 'परिवर्ती' चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। इस प्रकार प्राथमिक कुण्डली की वैद्युत-ऊर्जा का क्रोड में चुम्बकीय ऊर्जा के रूप में स्थानान्तरण हो जाता है। चूँकि द्वितीयक कुण्डली इस क्रोड पर लिपटी रहती है; अतः क्रोड के बार-बार चुम्बकन तथा विचुम्बकन होने की क्रिया से इस कुण्डली से बद्ध चुम्बकीय-फलक्स में लगातार परिवर्तन होता रहता है। इस प्रकार वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण के प्रभाव से द्वितीयक कुण्डली में उसी आवृत्ति का प्रत्यावर्ती वि० वा० बल उत्पन्न हो जाता है। इस प्रेरित वि० वा० बल का मान दोनों कुण्डलियों के फेरों की संख्या के अनुपात तथा प्राथमिक कुण्डली को दिये गये वि० वा० बल पर निर्भर करता है। माना कि प्राथमिक एवं द्वितीयक कुण्डलियों में तार के फेरों की संख्या क्रमशः N_p और N_s हैं। मान लो कि चुम्बकीय फलक्स का कोई क्षरण (leakage) नहीं होता है जिससे कि दोनों कुण्डलियों के प्रत्येक फेरे में से समान फलक्स गुजरता है। माना कि किसी क्षण कुण्डलियों के प्रत्येक फेरे से बद्ध फलक्स का मान Φ है। तब फेरों के

वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण के नियमानुसार प्राथमिक कुण्डली में उत्पन्न प्रेरित वि० वा० बल

$$e_p = -N_p \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

तथा द्वितीयक कुण्डली में प्रेरित वि० वा० बल

$$e_s = -N_s \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \therefore \frac{e_s}{e_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

यदि प्राथमिक परिपथ का प्रतिरोध नगण्य हो तथा ऊर्जा का कोई क्षय न हो तो प्राथमिक कुण्डली में प्रेरित वि० वा० बल e_p का मान प्राथमिक परिपथ में लगाये गये विभवान्तर V_p के तुल्य (लगभग) होगा। इसके अतिरिक्त यदि द्वितीयक परिपथ खुला हो (अर्थात् प्रतिरोध अनन्त हो) तो द्वितीयक कुण्डली के सिरों के बीच विभवान्तर V_s उसमें उत्पन्न प्रेरित वि० वा० बल e_s के तुल्य होगा। इन आदर्श परिस्थितियों में

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{e_s}{e_p} = \frac{N_s}{N_p} = r$$

जहाँ r को 'परिणमन-अनुपात' (transformation ratio) कहते हैं। उच्चायी ट्रांसफॉर्मर के लिए r का मान 1 से अधिक तथा अपचायी ट्रांसफॉर्मर के लिए 1 से कम होता है।

यदि ट्रांसफॉर्मर द्वारा वैद्युत विभव को बढ़ाना है तो विद्युत वाहक बल के स्रोत को उस कुण्डली से सम्बन्धित करते हैं जिसके तार मोटे हैं और जिसमें फेरों की संख्या कम होती है। उपर्युक्त सूत्र से स्पष्ट है कि इस दशा में V_s, V_p से बड़ा होगा; अर्थात् r का मान 1 से अधिक होगा। वैद्युत-विभव को कम करने के लिए विद्युत वाहक बल के स्रोत को पतले तार से बनी अधिक फेरों वाली कुण्डली से जोड़ते हैं। स्पष्ट है कि इस दशा में V_s का मान V_p से कम होगा जिसके फलस्वरूप r का मान 1 से कम होगा।

ट्रांसफॉर्मर में पटलित लौह क्रोड का महत्त्व

लौह क्रोड का प्रयोग करने पर दोनों कुण्डलियों के बीच चुम्बकीय फ्लक्स क्षय कम हो जाता है अथवा ट्रांसफॉर्मर का कार्य क्रोड के बार-बार चुम्बकित तथा विचुम्बकित होने से सम्पन्न होता है।

प्रश्न 2. ट्रांसफॉर्मर किस सिद्धान्त पर कार्य करता है? उच्चायी तथा अपचायी ट्रांसफॉर्मर को स्पष्ट कीजिए। एक उच्चायी ट्रांसफॉर्मर के प्राथमिक व द्वितीयक कुण्डलियों में फेरों की संख्याएँ क्रमशः 100 तथा 8000 हैं। यदि प्राथमिक में 120 वोल्ट का प्रत्यावर्ती विभवान्तर लगाया जाए, तो परिणमन अनुपात तथा द्वितीयक में उत्पन्न वोल्टता ज्ञात कीजिए। (2010)

उत्तर— सिद्धान्त—ट्रांसफॉर्मर अन्योन्य प्रेरण के सिद्धान्त पर कार्य करता है जिसके अनुसार जब निकट स्थित किन्हीं दो कुण्डलियों में से किसी एक में प्रवाहित धारा के मान में परिवर्तन करते हैं तो दूसरी कुण्डली से बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स के मान में परिवर्तन के कारण उसमें एक प्रेरित विद्युत वाहक बल उत्पन्न हो जाता है।

उच्चायी ट्रांसफॉर्मर—यह नीचे विभव वाली प्रबल प्रत्यावर्ती धारा को ऊँचे विभव वाली निर्बल प्रत्यावर्ती धारा में परिवर्तित करता है। इसमें दो कुण्डलियाँ होती हैं। इन कुण्डलियों में से एक कुण्डली में ताँबे के मोटे तार के कम फेरे होते हैं, जिससे प्रत्यावर्ती धारा स्रोत जोड़ा जाता है, यह प्राथमिक कुण्डली कहलाती है तथा दूसरी कुण्डली में ताँबे के पतले तार के अधिक फेरे होते हैं, यह द्वितीयक कुण्डली कहलाती है। उच्चायी ट्रांसफॉर्मर के लिए परिणमन अनुपात (r) का मान 1 से अधिक होता है।

अपचायी ट्रांसफॉर्मर—यह ऊँचे विभव वाली निर्बल प्रत्यावर्ती धारा को नीचे विभव वाली प्रबल प्रत्यावर्ती धारा में परिवर्तित करता है। इसमें दो कुण्डलियाँ होती हैं। इन कुण्डलियों में से एक कुण्डली में ताँबे के पतले तार

के अधिक फेरे होते हैं जिससे प्रत्यावर्ती धारा स्रोत जोड़ा जाता है, यह प्राथमिक कुण्डली कहलाती है तथा दूसरी कुण्डली में ताँबे के मोटे तार के कम फेरे होते हैं, यह द्वितीयक कुण्डली कहलाती है। अपचायी ट्रांसफॉर्मर के लिए परिणमन अनुपात (r) का मान 1 से कम होता है।

प्राथमिक कुण्डली में फेरों की संख्या, $N_p = 100$

द्वितीयक कुण्डली में फेरों की संख्या, $N_s = 800$

$$\therefore \text{परिणमन अनुपात, } r = \frac{N_s}{N_p} = \frac{800}{100} = 8$$

अब, प्राथमिक कुण्डली में लगायी गई वोल्टेज, $V_p = 120$ वोल्ट

द्वितीयक कुण्डली में लगायी गई वोल्टेज, $V_s = ?$

$$\text{परन्तु, } \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p} \Rightarrow \frac{V_s}{V_p} = r \quad \left[\because r = \frac{N_s}{N_p} \right]$$

$$\therefore V_s = r \times V_p = 8 \times 120 = 960 \text{ वोल्ट}$$

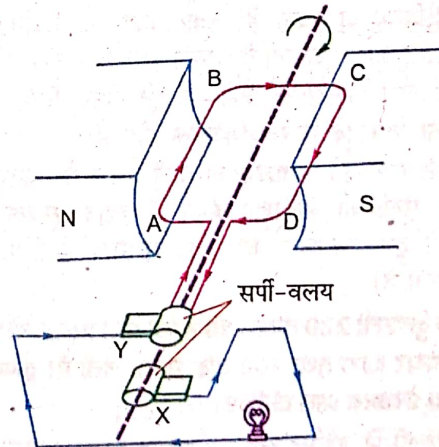
प्रश्न 3. ए०सी० जनित्र की रचना एवं कार्यविधि समझाइए। दिष्ट धारा की तुलना में प्रत्यावर्ती धारा के क्या लाभ हैं जिनके कारण अब आमतौर पर प्रत्यावर्ती धारा ही प्रयोग की जाती है?

या प्रत्यावर्ती धारा जनित्र का सिद्धान्त तथा कार्य-प्रणाली चित्र द्वारा समझाइए। (2014)

उत्तर— प्रत्यावर्ती धारा जनित्र अथवा डायनमो

विद्युत चुम्बकीय प्रेरण की क्रिया का सबसे महत्वपूर्ण उपयोग विद्युत जनित्र अथवा डायनमो में किया गया है। यह एक ऐसी विद्युत चुम्बकीय मशीन है जिसके द्वारा यान्त्रिक ऊर्जा को वैद्युत ऊर्जा में बदला जाता है। प्रत्यावर्ती धारा को उत्पन्न करने के लिये प्रत्यावर्ती-धारा डायनमो तथा दिष्ट धारा को उत्पन्न करने के लिए दिष्ट-धारा डायनमो का उपयोग होता है।

efmeæevle—जब किसी बन्द कुण्डली को चुम्बकीय क्षेत्र में तेजी से घुमाया जाता है तो उसमें से गुजरने वाली फ्लक्स-रेखाओं की संख्या में लगातार परिवर्तन होता रहता है। जिसके कारण कुण्डली में वैद्युत धारा प्रेरित हो जाती है। कुण्डली को घुमाने में जो कार्य करना पड़ता है (अर्थात् यान्त्रिक ऊर्जा व्यय होती है) वही कुण्डली में वैद्युत ऊर्जा के रूप में प्राप्त होता है।



रचना—इसके तीन मुख्य भाग होते हैं—

(i) **क्षेत्र चुम्बक (Field Magnet)**—यह एक शक्तिशाली चुम्बक NS होता है। इसके द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की बल रेखाएँ चुम्बक के ध्रुव N से S की ओर होती हैं।

(ii) **आर्मेचर (Armature)**—चुम्बक के ध्रुवों के बीच में पृथक्कृत ताँबे के तारों की एक कुण्डली ABCD होती है, जिसे आर्मेचर कुण्डली कहते हैं। कुण्डली कई फेरों की होती है तथा ध्रुवों के बीच क्षैतिज अक्ष पर जल के टरबाइन से घुमाई जाती है।

(iii) **सर्पी वलय तथा ब्रुश** (Slip Rings and Brushes)—कुण्डली के सिरों का सम्बन्ध अलग-अलग दो तारों के छल्लों से होता है जो आपस में एक-दूसरे को स्पर्श नहीं करते और कुण्डली के साथ उसी अक्ष पर घूमते हैं। इन्हें 'सर्पी वलय' कहते हैं। इन छल्लों को दो कार्बन की ब्रुश X तथा Y स्पर्श करती रहती हैं। ये ब्रुश स्थिर रहती हैं तथा छल्ले इन ब्रुशों के नीचे फिसलते हुए घूमते हैं। इन ब्रुशों का सम्बन्ध उस बाह्य परिपथ से कर देते हैं जिसमें वैद्युत धारा भेजनी होती है।

क्रिया—जब आर्मेचर-कुण्डली ABCD घूमती है तो कुण्डली में से होकर जाने वाली फ्लक्स-रेखाओं की संख्या में परिवर्तन होता है। अतः कुण्डली में धारा प्रेरित हो जाती है। मान लो कुण्डली दक्षिणावर्त (clockwise) दिशा में घूम रही है तथा किसी क्षण क्षैतिज अवस्था में है (चित्र में)। इस क्षण कुण्डली की भुजा AB ऊपर उठ रही है तथा भुजा CD नीचे आ रही है। फ्लेमिंग के दाये हाथ के नियम अनुसार, इन भुजाओं में प्रेरित धारा की दिशा वही है जो चित्र में दिखाई गई है। अतः धारा ब्रुश X से बाहर जा रही है (अर्थात् यह ब्रुश धन ध्रुव है) तथा ब्रुश Y पर वापस आ रही है (अर्थात् यह ब्रुश ऋण ध्रुव है)। जैसे ही कुण्डली अपनी ऊर्ध्वाधर स्थिति से गुजरेगी, भुजा AB नीचे की ओर आने लगेगी तथा CD ऊपर की ओर जाने लगेगी। अतः अब धारा ब्रुश Y से बाहर जायेगी तथा ब्रुश X पर वापस आयेगी। इस प्रकार आधे चक्कर के बाद बाह्य परिपथ में धारा की दिशा बदल जायेगी। अतः परिपथ में 'प्रत्यावर्ती धारा' (alternating current) उत्पन्न होती है।

प्रत्यावर्ती धारा की दिष्ट-धारा की तुलना में उपयोगिता

आजकल घरेलू व औद्योगिक कार्यों में प्रत्यावर्ती धारा का ही उपयोग होता है क्योंकि दिष्ट-धारा की तुलना में इसके निम्न लाभ हैं—

- प्रत्यावर्ती धारा को पावर हाउस से किसी स्थान पर ट्रांसफॉर्मर की सहायता से उच्च वोल्टेज पर भेजा जा सकता है तथा वहाँ इसे पुनः निम्न वोल्टेज पर लाया जा सकता है। इस प्रकार भेजने में लागत भी कम आती है तथा ऊर्जा ह्रास भी बहुत घट जाता है। ट्रांसफॉर्मर का उपयोग दिष्ट-धारा के लिए नहीं किया जा सकता। अतः दिष्ट-धारा को एक स्थान से दूसरे स्थान पर भेजने में ऊर्जा ह्रास भी होता है तथा लागत भी अधिक आती है।
- प्रत्यावर्ती धारा को चोक-कुण्डली द्वारा बहुत कम ऊर्जा ह्रास पर नियन्त्रित किया जा सकता है, जबकि दिष्ट-धारा ओमीय प्रतिरोध द्वारा ही नियन्त्रित की जा सकती है जिसमें अत्यधिक ऊर्जा ह्रास होता है।
- प्रत्यावर्ती धारा वाले यन्त्र, जैसे—वैद्युत मोटर, दिष्ट-धारा वाले यन्त्रों की तुलना में सुदृढ़ व सुविधाजनक होते हैं।
- जहाँ दिष्ट धारा की आवश्यकता होती है (जैसे—विद्युत अपघटन में, संचायक सेलों को आवेशित करने में, वैद्युत चुम्बक बनाने में) वहाँ दिष्टकारी द्वारा प्रत्यावर्ती धारा को सुगमता से दिष्ट-धारा में बदल लिया जाता है।

प्रश्न 4. एक कुण्डली 220 वोल्ट, 50 हर्ट्ज वाले प्रत्यावर्ती धारा स्रोत से 20 ऐम्पियर धारा तथा 200 वाट शक्ति लेती है। कुण्डली का प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— कुण्डली में शक्ति-क्षय P, केवल इसके ओमीय प्रतिरोध R के कारण है। अतः

$$P = i_{rms}^2 \times R$$

$$R = \frac{P}{i_{rms}^2} = \frac{200}{2^2} = 100 \text{ ओम}$$

$$\text{परिपथ की प्रतिबाधा } Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(100)^2 + X_L^2}$$

$$\text{परिपथ में धारा } i_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{V_{rms}}{\sqrt{(100)^2 + X_L^2}}$$

प्रश्नानुसार, $i_{rms} = 2.0$ ऐम्पियर तथा $V_{rms} = 220$ वोल्ट

$$2.0 = \frac{220}{\sqrt{(100)^2 + X_L^2}}$$

$$\sqrt{(100)^2 + X_L^2} = \frac{220}{2} = 110 \text{ ओम}$$

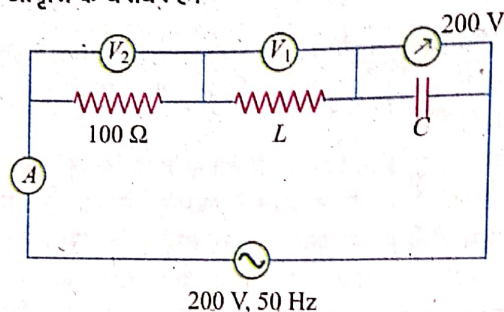
$$X_L = \sqrt{(110)^2 - (100)^2} = 45.8 \text{ ओम}$$

माना कि कुण्डली का प्रेरकत्व L है। इसका प्रतिरोध $X_L = \omega L$ होगा, जहाँ ω धारा की कोणीय आवृत्ति है, तब

$$\therefore \text{कुण्डली का प्रेरकत्व } L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{45.8}{2 \times 3.14 \times 50}$$

$$= 0.146 \text{ हेनरी}$$

प्रश्न 5. चित्रानुसार LCR परिपथ के लिए स्रोत की आवृत्ति उसके अनुनाद की आवृत्ति के बराबर है।



निम्नलिखित के पाठ्यांक ज्ञात कीजिए :

(i) वोल्टमीटर V_1 , (ii) वोल्टमीटर V_2 , (iii) अमीटर A। (2018)

हल— (i) चित्र से, $V_C = 200$ V परन्तु अनुनाद की दशा में, $V_L = V_C$ अर्थात् $V_L = 200$ V

अतः वोल्टमीटर V_1 का पाठ्यांक $= V_C = 200$ V

$$(ii) \therefore V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2}$$

परन्तु अनुनाद की दशा में, $V_L = V_C$ अतः $V_R = V$

परिपथ में लगाया गया विभवान्तर, $V_{rms} = 200$ V

अतः वोल्टमीटर V_2 का पाठ्यांक $= V_R = 200$ V

(iii) अनुनाद की दशा में $Z = R = 100 \Omega$

$$\therefore \text{परिपथ में धारा } i_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{200}{100} = 2 \text{ ऐम्पियर}$$

अतः अमीटर A का पाठ्यांक, $i_{rms} = 2$ ऐम्पियर

प्रश्न 6. एक प्रत्यावर्ती परिपथ में 10 H का प्रेरकत्व, $20 \mu\text{F}$ का एक संधारित्र तथा 500Ω का एक प्रतिरोध श्रेणीबद्ध हैं। इन्हें $V = 200 \sin 100t$ की सप्लाय से जोड़ा गया है। ज्ञात कीजिए :

(i) प्रतिबाधा, (ii) शक्ति गुणांक

(iii) धारा एवं वोल्टता के बीच कलान्तर

हल— दिया है, प्रेरकत्व $L = 10$ H, धारिता, $C = 20 \mu\text{F} = 20 \times 10^{-6}$ F प्रतिरोध, $R = 500 \Omega$

समीकरण $V = 200 \sin 100t$ की तुलना समीकरण $V = V_0 \sin \omega t$ से करने पर,

$$V_0 = 200 \text{ वोल्ट} \quad \text{तथा} \quad \omega = 100 \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

$$\text{प्रेरण प्रतिघात, } X_L = \omega L = 100 \times 10 = 1000 \Omega$$

$$\text{धारितीय प्रतिघात, } X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100 \times 20 \times 10^{-6}} = 0.5 \times 10^3 = 500 \Omega$$

वैद्युत चुम्बकीय तरंगें

- (i) परिपथ की प्रतिबाधा, $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
 $= \sqrt{(500)^2 + (1000 - 500)^2}$
 $= \sqrt{(500)^2 + (500)^2}$
 $= \sqrt{250000 + 250000} = \sqrt{500000}$
 $= 707.11 \Omega$
- (ii) शक्ति गुणांक, $\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{500}{707.11} = 0.71$
- (iii) धारा तथा वोल्टता के बीच कलान्तर, $\phi = \tan^{-1} \left(\frac{X_L}{R} \right)$
 $= \tan^{-1} \left(\frac{\omega L}{R} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1000}{500} \right) = \tan^{-1}(2)$

प्रश्न 7. 1.94 हेनरी प्रेरक, 10 माइक्रो-फैरड संधारित्र तथा 25 ओम प्रतिरोधक एक प्रत्यावर्ती स्रोत $V = 285 \sin 100t$ वोल्ट के साथ श्रेणीक्रम में जोड़े गए हैं। परिपथ की प्रतिबाधा, वर्ग-माध्य-मूल धारा तथा ऊष्मा क्षय की दर ज्ञात कीजिए। [2018]

हल— दिया है, प्रेरकत्व, $L = 1.94$ हेनरी, धारिता, $C = 10$ माइक्रो-फैरड $= 10 \times 10^{-6}$ फैरड प्रतिरोध, $R = 25$ ओम, प्रतिबाधा, $Z = ?$, $i_{rms} = ?$ तथा $\bar{P} = ?$

समीकरण $V = 285 \sin 100t$ की तुलना $V = V_0 \sin \omega t$ से करने पर,
 $V_0 = 285$, $\omega = 100$ रेडियन/सेकण्ड
 प्रेरण प्रतिघात, $X_L = \omega L = 100 \times 1.94 = 194$ ओम
 धारितीय प्रतिघात, $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100 \times 10 \times 10^{-6}} = 1 \times 10^3 = 1000$

ओम
 परिपथ की प्रतिबाधा, $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
 $= \sqrt{(25)^2 + (194 - 1000)^2}$
 $= \sqrt{625 + (-806)^2}$
 $= \sqrt{625 + 649636}$
 $= \sqrt{650261} = 806.4$ ओम
 धारा का शिखर मान, $i_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{285}{806.4} \approx 0.35$ ऐम्पियर

वर्ग-माध्य-मूल धारा, $i_{rms} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = 0.707 i_0$
 $= 0.707 \times 0.35 = 0.25$ ऐम्पियर
 तथा ऊष्मा क्षय दर, $\bar{P} = i_{rms}^2 \times R = 0.25 \times 25 = 6.25$ वाट

वैद्युत चुम्बकीय तरंगें

Quick Review

• मैक्सवेल की समीकरणें—

(i) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$ (ii) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

(iii) $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$

(iv) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_c + I_d)$

• मैक्सवेल का वैद्युत चुम्बकीय तरंग सिद्धान्त—जब किसी वैद्युत परिपथ में उच्च आवृत्ति के दोलन होते हैं अथवा जब कोई कण त्वरित गति करता है तो वह अपनी ऊर्जा को तरंगों के रूप में उत्सर्जित करता है। इन तरंगों के संचरण के लिए किसी माध्यम की आवश्यकता नहीं होती है। अतः ये तरंगें वैद्युत चुम्बकीय तरंगें कहलाती हैं।

• वैद्युत चुम्बकीय तरंगें निर्वात में $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ वेग से संचरित होती हैं जिसका मान निर्वात में प्रकाश की चाल ($c = 3 \times 10^8$ मीटर/सेकण्ड) के बराबर होता है।

इन तरंगों में वैद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्र समय के सापेक्ष समान कला में कम्पन करते हैं तथा इनके बीच $\pi/2$ का कलान्तर होता है।

• वैद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्रों के आयामों का अनुपात $E_0/B_0 = c$ होता है।

• वैद्युत क्षेत्र का औसत ऊर्जा घनत्व $u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र का औसत ऊर्जा घनत्व $u_m = \frac{1}{2} \mu_0 B_0^2$

• समतल वैद्युत चुम्बकीय तरंग के लिए, $E = E_0 \sin(kx - \omega t)$ तथा $B = B_0 \sin(kx - \omega t)$

जहाँ $\omega = 2\pi\nu$ तथा $k = 2\pi/\lambda$

निर्वात में इन तरंगों में औसत वैद्युत ऊर्जा घनत्व $u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$ तथा औसत चुम्बकीय ऊर्जा घनत्व $u_m = \frac{1}{2} \frac{B_0^2}{\mu_0}$ आपस में परस्पर बराबर होता है।

अर्थात् $\frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} \frac{B_0^2}{\mu_0}$

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ का मात्रक है-

- (i) न्यूटन/कूलॉम (ii) वेबर/मी²
(iii) फेरड (iv) मीटर/सेकण्ड

(2016)

उत्तर— (iv) मीटर/सेकण्ड

प्रश्न 2. यदि \vec{E} तथा \vec{B} वैद्युत-चुम्बकीय तरंग के क्रमशः वैद्युत वेक्टर तथा चुम्बकीय वेक्टर हों तब वैद्युत-चुम्बकीय तरंग के संचरण की दिशा अनुदिश होती है-

(2015, 18)

- (i) \vec{E} (ii) \vec{B} (iii) $\vec{E} \cdot \vec{B}$ (iv) $\vec{E} \times \vec{B}$

उत्तर— (iv) $\vec{E} \times \vec{B}$

प्रश्न 3. विद्युत चुम्बकीय तरंगों की प्रकृति होती है-

(2019)

- (i) अनुप्रस्थ (ii) अनुदैर्घ्य
(iii) अनुप्रस्थ और अनुदैर्घ्य दोनों (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर— (i) अनुप्रस्थ

प्रश्न 4. किसी विद्युत चुम्बकीय तरंग में वैद्युत क्षेत्र का आयाम 5 वोल्ट/मीटर है। चुम्बकीय क्षेत्र का आयाम है-

(2017, 18)

- (i) 5 टेस्ला (ii) 1.67×10^{-8} टेस्ला
(iii) 1.5×10^9 टेस्ला (iv) 1.67×10^{-10} टेस्ला

उत्तर— (ii) 1.67×10^{-8} टेस्ला

प्रश्न 5. वैद्युतशीलता (ϵ_0) तथा चुम्बकशीलता (μ_0) के माध्यम में विद्युत चुम्बकीय तरंग का वेग होगा-

(2017)

- (i) $\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ (ii) $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ (iii) $\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$ (iv) $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$

उत्तर— (ii) $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

प्रश्न 6. निम्नलिखित में से कौन विद्युत चुम्बकीय तरंगें नहीं हैं? (2017, 18)

- (i) गामा किरणें (ii) एक्स किरणें
(iii) अवरक्त किरणें (iv) बीटा किरणें

उत्तर— (iv) बीटा किरणें

प्रश्न 7. विद्युत चुम्बकीय तरंगें उत्पन्न होती हैं-

(2018)

- (i) स्थिर आवेश द्वारा
(ii) नियत वेग से गतिशील आवेश द्वारा
(iii) त्वरित आवेश द्वारा
(iv) आवेश हीन कण द्वारा

उत्तर— (iii) त्वरित आवेश द्वारा

प्रश्न 8. सबसे अधिक आवृत्ति की तरंग है-

(2014)

- (i) पराबैंगनी तरंगें (ii) गामा तरंगें
(iii) दृश्य प्रकाश तरंगें (iv) रेडियो तरंगें

उत्तर— (ii) गामा तरंगें

प्रश्न 9. जब कोई तरंग किसी माध्यम में प्रवेश करती है, तो परिवर्तन नहीं होता है-

(2018)

- (i) तरंग की आवृत्ति का (ii) तरंगदैर्घ्य का
(iii) तरंग के वेग का (iv) तरंग के आयाम का

उत्तर— (iv) तरंग के आयाम का

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. एक समतल वैद्युत चुम्बकीय तरंग में वैद्युत क्षेत्र के दोलनों की आवृत्ति 2×10^{10} Hz तथा आयाम 30 वोल्ट-मीटर⁻¹ है। तरंग में चुम्बकीय क्षेत्र का आयाम ज्ञात कीजिए। (2014)

हल— चुम्बकीय क्षेत्र का आयाम $B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{30}{3 \times 10^8}$
 $= 1 \times 10^{-7}$ टेस्ला

प्रश्न 2. प्रगामी विद्युत चुम्बकीय तरंग में चुम्बकीय क्षेत्र का शिखरमान 1.5×10^{-8} टेस्ला है। विद्युत क्षेत्र का शिखर मान ज्ञात कीजिए। ($c = 3 \times 10^8$ मी/से) (2018)

हल— दिया है, $B_0 = 1.5 \times 10^{-8}$ टेस्ला तथा $c = 3 \times 10^8$ मी/से

सूत्र $B_0 = \frac{E_0}{c}$ से,
विद्युत क्षेत्र का शिखर मान, $E_0 = B_0 \times c$
 $= 1.5 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^8$
 $= 4.5$ वोल्ट/मी

प्रश्न 3. निर्वात में एक आवर्त वैद्युत चुम्बकीय तरंग के चुम्बकीय क्षेत्र वाले भाग का आयाम $B_0 = 510$ नैनो-टेस्ला है। तरंग के विद्युत क्षेत्र वाले भाग का आयाम क्या है? (2019)

हल— दिया है, $B_0 = 510$ नैनो-टेस्ला $= 510 \times 10^{-9}$ टेस्ला
तथा $c = 3 \times 10^8$ मी/से

सूत्र, $B_0 = \frac{E_0}{c}$ से,
 $\therefore E_0 = B_0 c = 510 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^8$
 $= 51 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^{-8} = 153$ वोल्ट/मी

प्रश्न 4. वैद्युत-चुम्बकीय तरंगों के संचरण की तीन विधाएँ लिखिए। (2015)

उत्तर— (i) भू-तरंगों द्वारा संचरण

(ii) आकाश तरंगों द्वारा संचरण

(iii) अन्तरिक्ष तरंगों द्वारा संचरण।

वैद्युत चुम्बकीय तरंगें

प्रश्न 5. माइक्रोवेव का तरंगदैर्घ्य परिसर एवं इसको उत्पन्न करने का स्रोत लिखिए। (2019)

उत्तर— माइक्रोवेव का तरंगदैर्घ्य परिसर 30 सेमी से 1 मिमी है। इसको मैग्नेट्रॉन नामक निर्वातित नलिका में दोलित धारा प्रवाहित करके उत्पन्न करते हैं।

प्रश्न 6. विद्युत चुम्बकीय तरंगों का स्रोत क्या है? (2019)

उत्तर— विद्युत आवेश।

प्रश्न 7. विद्युत-चुम्बकीय स्पेक्ट्रम का कौन-सा भाग रडार संचालन में प्रयोग होता है? उनके तरंगदैर्घ्य की कोटि बताइए। (2015)

उत्तर— सूक्ष्म तरंगें या लघु रेडियो तरंगें। तरंगदैर्घ्य परिसर 10^{-3} मीटर से 3×10^{-1} मीटर होता है।

प्रश्न 8. निम्न में से किसकी तरंगदैर्घ्य सबसे कम और किसकी सबसे अधिक है?

(i) नीला प्रकाश (ii) अवरक्त किरणें

(iii) गामा-किरणें (iv) हरा प्रकाश (2014)

या वैद्युत चुम्बकीय स्पेक्ट्रम में सबसे छोटी तरंगदैर्घ्य और सबसे बड़ी तरंगदैर्घ्य की तरंगों के नाम लिखिए।

उत्तर— सबसे कम तरंगदैर्घ्य गामा-किरणों की तथा सबसे अधिक अवरक्त किरणों की।

प्रश्न 9. वैद्युत-चुम्बकीय स्पेक्ट्रम में सबसे बड़ी तथा सबसे छोटी तरंगदैर्घ्य की तरंगों के नाम बताइए। (2013, 16)

उत्तर— रेडियो तरंगें, गामा किरणें।

प्रश्न 10. वैद्युत चुम्बकीय स्पेक्ट्रम के विभिन्न भागों को उनके तरंगदैर्घ्य के बढ़ते क्रम में लिखिए। (2014)

उत्तर— तरंगदैर्घ्य का बढ़ता क्रम इस प्रकार है—गामा किरणें, एक्स किरणें, पराबैंगनी किरणें, दृश्य विकिरण, अवरक्त किरणें, माइक्रो तरंगें, रेडियो तरंगें, दीर्घ तरंगें।

प्रश्न 11. 10^{-2} मीटर तरंगदैर्घ्य वाली विद्युत चुम्बकीय तरंग का नाम लिखिए। (2017)

उत्तर— सूक्ष्म या माइक्रो तरंगें।

प्रश्न 12. एक्स-किरण के प्रमुख दो गुण और उपयोग लिखिए। (2019)

उत्तर— एक्स-किरणों के गुण :

- x-किरणें वैद्युत चुम्बकीय तरंगें हैं।
- ये अदृश्य होती हैं।
- इनका वेग प्रकाश के वेग के बराबर होता है।
- ये फोटोग्राफिक प्लेट को प्रभावित करती हैं।

उपयोग—

- हीरों की जाँच-परख में।
- भारी गार्डर में दरार या वायु के बुलबुले का पता लगाने में।
- रेडियोग्राफी में।
- शल्य चिकित्सा में।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. विस्थापन धारा क्या है? इसका सूत्र लिखिए। ऐम्पियर-मैक्सवेल परिपथीय नियम का सूत्र लिखिए। (2016, 18)

उत्तर— **विस्थापन धारा**—किसी परिपथ में समय के साथ परिवर्ती वैद्युत क्षेत्र (अर्थात् वैद्युतीय विस्थापन) के कारण उत्पन्न धारा को विस्थापन धारा (displacement current) कहते हैं। इसे i_d से प्रदर्शित करते हैं।

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt}$$

ऐम्पियर-मैक्सवेल परिपथीय नियम

इसके अनुसार, किसी बन्द परिपथ के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} का रेखीय समाकलन उस परिपथ द्वारा परिवद्ध क्षेत्रफल से गुजरने वाली कुल धारा (चालन धारा + विस्थापन धारा) का μ_0 गुना होता है।

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_c + i_d)$$

अर्थात् $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_c + i_d)$

जहाँ विस्थापन धारा $i_d = \epsilon_0 \left(\frac{d\Phi_E}{dt} \right)$ तथा i_c = चालन धारा।

इससे स्पष्ट है कि परिवर्ती वैद्युत क्षेत्र, चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है।

प्रश्न 2. एक रेडियो 7.5 MHz से 12 MHz बैंड के किसी स्टेशन से समस्वरित हो सकता है। संगत तरंगदैर्घ्य बैंड क्या होगा? (NCERT)

हल— $\nu_1 = 7.5 \text{ MHz} = 7.5 \times 10^6 \text{ से}^{-1}$ के संगत तरंगदैर्घ्य

$$\lambda_1 = \frac{c}{\nu} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ मी/से}^{-1}}{7.5 \times 10^6 \text{ से}^{-1}} = 40 \text{ मी}$$

$$\nu_2 = 12 \text{ MHz} = 12 \times 10^6 \text{ से}^{-1} \text{ के संगत तरंगदैर्घ्य}$$

$$\lambda_2 = \frac{c}{\nu} = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ मी/से}^{-1}}{12 \times 10^6 \text{ से}^{-1}} = 25 \text{ मी}$$

अतः दिये गये आवृत्ति बैंड के संगत तरंगदैर्घ्य बैंड = 40 मी से 25 मी

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. विद्युत-चुम्बकीय तरंगों के स्पेक्ट्रम को आवृत्ति के बढ़ते हुए क्रम में लिखिए। इस स्पेक्ट्रम के विभिन्न क्षेत्रों की उपयोगिता की अत्यन्त संक्षेप में विवेचना कीजिए। (2017, 18)

या गामा किरणों से रेडियो तरंगों तक सभी विद्युत-चुम्बकीय तरंगों के नाम तरंगदैर्घ्य के बढ़ते क्रम में लिखिए। (2015, 18)

उत्तर—

तरंगें	आवृत्ति	उपयोग
रेडियो तरंगें	$(3 \times 10^9 \text{ से } 3 \times 10^4 \text{ हर्ट्ज})$	रेडियो तथा TV संचारण में।
माइक्रो तरंगें	$(3 \times 10^{11} \text{ से } 10^9 \text{ हर्ट्ज})$	रेडार में व माइक्रोवेव अवन में।
अवरक्त विकिरण	$(4 \times 10^{14} \text{ से } 6 \times 10^{10} \text{ हर्ट्ज})$	पौधघरों में, पौधों को गर्म रखने में, युद्ध के समय, दिन में कोहरे व धुन्ध के पार देखने में।
दृश्य विकिरण	$(8 \times 10^{14} \text{ से } 4 \times 10^{14} \text{ हर्ट्ज})$	अणुओं की संरचना तथा परमाणु के बाह्य कोशों में इलेक्ट्रॉनिक विन्यास का पता लगाने में।
पराबैंगनी विकिरण	$(3 \times 10^{16} \text{ से } 8 \times 10^{14} \text{ हर्ट्ज})$	अदृश्य लिखायी, नकली दस्तावेजों तथा अँगुली के निशानों का पता लगाने, खाने की वस्तुओं के संरक्षण में।
एक्स किरणें	$(3 \times 10^{19} \text{ से } 10^{16} \text{ हर्ट्ज})$	चिकित्सा विज्ञान में, क्रिस्टलों की आन्तरिक संरचना ज्ञात करने में।
गामा किरणें	$(3 \times 10^{22} \text{ से } 3 \times 10^{18} \text{ हर्ट्ज})$	परमाणु के नाभिक की संरचना के सम्बन्ध में सूचना देने में।

प्रश्न 2. विद्युत-चुम्बकीय स्पेक्ट्रम के अलग-अलग क्षेत्रों की किन्हीं चार प्रकार की तरंगों के नाम लिखिए। उनकी तरंगदैर्घ्य के औसत मान तथा कोई एक उपयोग लिखिए। (2010)

या अवरक्त विकिरण तथा गामा किरणों के एक-एक उपयोग लिखिए।

या विद्युत-चुम्बकीय स्पेक्ट्रम के मुख्य भागों को उनकी तरंगदैर्घ्य परास के साथ लिखिए। (2014)

या निम्न वैद्युत-चुम्बकीय तरंगों का एक-एक उपयोग लिखिए— (2015, 17)

(i) सूक्ष्म तरंगें, (ii) अवरक्त तरंगें,

(iii) पराबैंगनी तरंगें, (iv) X-किरणें

(2015)

उत्तर— (i) गामा किरणें—(10^{-14} मीटर से 10^{-10} मीटर तक)

नाभिक की संरचना के सम्बन्ध में सूचना देने में उपयोगी।

(ii) एक्स किरणें—(10^{-11} मीटर से 3×10^{-8} मीटर तक)

चिकित्सा विभाग में सर्जरी में उपयोगी।

(iii) पराबैंगनी किरणें—(10^{-8} मीटर से 4×10^{-7} मीटर तक)

खाने की वस्तुओं के संरक्षण में उपयोगी।

(iv) अवरक्त किरणें—(8×10^{-7} मीटर से 5×10^{-3} मीटर तक)

कोहरे व धुन्ध के पार देखने में उपयोगी।

प्रश्न 3. ऐम्पियर के परिपथीय नियम का मैक्सवेल द्वारा व्यापकीकरण लिखिए। यह दिखाइए कि संधारित्र को आवेशित करने की प्रक्रिया में संधारित्र की प्लेटों के बीच उत्पन्न धारा होती है

$$i = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

जहाँ ϕ_E संधारित्र की प्लेटों को आवेशित करने पर उत्पन्न वैद्युत फ्लक्स है। (2019)

हल— ऐम्पियर के परिपथीय नियम का मैक्सवेल द्वारा व्यापकीकरण

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_d)$$

$$= \mu_0 \left(I + \epsilon_0 \frac{d\phi}{dt} \right)$$

माना समान्तर संधारित्र C परिपथ में आवेशित है।

दो प्लेटों के बीच विद्युत क्षेत्र का परिमाण $E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$ तथा यह प्लेट के पृष्ठ के

लम्बवत् है।

$$\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta$$

$$= EA \cos 0^\circ = EA = \frac{q}{\epsilon_0 A} \times A = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \frac{d\phi_E}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{\epsilon_0} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{d\phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{dq}{dt} \quad (\text{यहाँ } \frac{dq}{dt} \text{ आवेश के परिवर्तन की दर है})$$

$$I = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

प्रश्न 4. निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए—

(a) लम्बी दूरी के रेडियो प्रेषित्र लघु-तरंग बैंड का उपयोग करते हैं। क्यों? (NCERT)

(b) समतापमण्डल के ऊपरी छोर पर छोटी-सी ओजोन की परत मानव जीवन के लिए निर्णायक है। क्यों? (NCERT)

(c) यदि पृथ्वी पर वायुमण्डल नहीं होता तो उसके धरातल का औसत ताप वर्तमान ताप से अधिक होता या कम? (NCERT)

(d) कुछ वैज्ञानिकों ने भविष्यवाणी की है कि पृथ्वी पर नाभिकीय विश्व युद्ध के बाद 'प्रचण्ड नाभिकीय शीतकाल' होगा जिसका पृथ्वी के जीवों पर विध्वंसकारी प्रभाव पड़ेगा। इस भविष्यवाणी का क्या आधार है? (NCERT)

उत्तर— (a) ये तरंगें पृथ्वी के आयनमण्डल से परावर्तित होकर वापस पृथ्वी तल की ओर लौट आती हैं और इसी कारण बिना ऊर्जा खोए पृथ्वी पर लम्बी दूरियाँ तय कर पाती हैं।

(b) यह ओजोन परत सूर्य से पृथ्वी पर आने वाली मानव जीवन के लिए हानिकारक पराबैंगनी तरंगों को अवशोषित कर लेती है। अतः ओजोन परत, पृथ्वी पर मानव जीवन की सुरक्षा के लिए अति महत्वपूर्ण है।

(c) यदि पृथ्वी पर वायुमण्डल नहीं होता तो हरित गृह प्रभाव नहीं होता। इससे पृथ्वी का ताप वर्तमान ताप की तुलना में कम होता।

(d) प्रचण्ड नाभिकीय युद्ध के बाद पृथ्वी धूल तथा गैसों के विशाल बादल से घिर जाएगी जिसके कारण सूर्य की रोशनी पृथ्वी तक नहीं पहुँच पाएगी और पृथ्वी बहुत अधिक ठण्डी हो जाएगी।



विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. मैक्सवेल के विद्युत चुम्बकीय तरंग सिद्धान्त की व्याख्या कीजिए। (2017, 18)

या विद्युत-चुम्बकीय तरंगें क्या हैं? (2010, 15, 17, 18, 19)

या एक वैद्युत-चुम्बकीय तरंग किसी माध्यम में वेग $\vec{v} = \vec{v} \hat{i}$ से चल रही है। एक चित्र द्वारा वैद्युत चुम्बकीय तरंग का संचरण वैद्युत व चुम्बकीय क्षेत्रों के कम्पनों की दिशाओं के साथ प्रदर्शित कीजिए। वैद्युत व चुम्बकीय क्षेत्रों के परिमाण, वैद्युत-चुम्बकीय तरंग के वेग से किस प्रकार सम्बन्धित हैं? (2014)

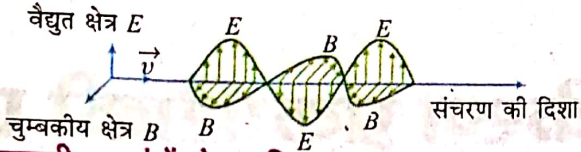
या विद्युत-चुम्बकीय तरंगों की चार विशेषताओं (अभिलक्षण) का उल्लेख कीजिए। (2014, 15, 17, 18)

या विद्युत चुम्बकीय तरंगों के किन्हीं दो विशिष्ट गुणों को लिखिए। (2015, 16)

या मैक्सवेल का प्रकाश के सम्बन्ध में वैद्युत चुम्बकीय तरंग सिद्धान्त लिखिए। (2017, 18)

उत्तर— मैक्सवेल का प्रकाश का विद्युत-चुम्बकीय तरंग सिद्धान्त (Maxwell's electromagnetic wave theory of light)—ब्रिटिश वैज्ञानिक मैक्सवेल ने सन् 1865 में केवल गणितीय सूत्रों के आधार पर यह प्रमाणित किया कि जब कभी किसी वैद्युत परिपथ में वैद्युत धारा बहुत उच्च आवृत्ति से बदलती है (अर्थात् परिपथ में उच्च आवृत्ति के वैद्युत दोलन होते हैं) तो उस परिपथ से ऊर्जा, तरंगों के रूप में चारों ओर को प्रसारित होने लगती है। इन तरंगों को 'विद्युत-चुम्बकीय तरंगें' कहते हैं। इन तरंगों में वैद्युत क्षेत्र E तथा चुम्बकीय क्षेत्र B परस्पर लम्बवत् तथा तरंग के संचरण की दिशा के भी लम्बवत् होते हैं। इन तरंगों के संचरण के लिए माध्यम का होना आवश्यक नहीं है; अर्थात् विद्युत-चुम्बकीय तरंगें निर्वात में होकर चल सकती हैं। मैक्सवेल ने गणनाओं द्वारा यह स्थापित किया कि विद्युत-चुम्बकीय तरंगों की चाल 3.0×10^8 मीटर/सेकण्ड है जो कि निर्वात में प्रकाश की चाल है। इस

आधार पर मैक्सवेल ने अपना यह मत दिया कि प्रकाश विद्युत-चुम्बकीय तरंगों के रूप में संचरित होता है।



विद्युत-चुम्बकीय तरंगों के अभिलक्षण—विद्युत-चुम्बकीय तरंगों के अभिलक्षण निम्नलिखित हैं—

- विद्युत-चुम्बकीय तरंगें त्वरित आवेश द्वारा उत्पन्न की जाती हैं।
- इन तरंगों के संचरण के लिए किसी पदार्थिक माध्यम की आवश्यकता नहीं होती।
- ये तरंगें निर्वात अथवा मुक्त स्थान में $v = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ वेग से चलती हैं जिसका मान प्रकाश की चाल के बराबर होता है।
- वैद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों के परिवर्तनों की दिशाएँ परस्पर लम्बवत् होती हैं तथा संचरण की दिशा के भी लम्बवत् होती हैं। इस प्रकार, विद्युत-चुम्बकीय तरंगों की प्रकृति अनुप्रस्थ होती है।
- वैद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों में परिवर्तन साथ-साथ होते हैं तथा क्षेत्रों के महत्तम मान E_0 व B_0 एक ही स्थान पर तथा एक ही समय होते हैं।
- निर्वात में विद्युत-चुम्बकीय तरंगों के वैद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों के परिमाणों का सम्बन्ध $E/B = v = c$ होता है।
- वैद्युत-चुम्बकीय तरंगों में ऊर्जा, औसतन वैद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों में बराबर-बराबर बँटी होती है।

(viii) निर्वात में, औसत वैद्युत ऊर्जा घनत्व $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ तथा औसत चुम्बकीय

ऊर्जा घनत्व $\frac{B^2}{2\mu_0}$ होता है।

(ix) विद्युत-चुम्बकीय तरंग में प्रकाशिक प्रभाव वैद्युत क्षेत्र वेक्टर के कारण होता है।

पराबैंगनी किरणें—दृश्य विकिरण के बैंगनी रंग से कम तरंगदैर्घ्य की (10^{-8} मी से 4×10^{-7} मी तक) किरणें पराबैंगनी किरणें कहलाती हैं।

अवरक्त किरणें—दृश्य विकिरण के लाल रंग से अधिक तरंगदैर्घ्य (7.8×10^{-7} मी से 15×10^{-3} मी तक) की किरणें अवरक्त किरणें कहलाती हैं।



★ मैक्स प्लांक के क्वाण्टम सिद्धान्त के अनुसार, "किसी स्रोत से वैद्युत चुम्बकीय तरंगों का उत्सर्जन ऊर्जा के छोटे-छोटे अदृश्य पैकेटों के रूप में होता है, जिन्हें क्वाण्टा (quanta) या फोटॉन (photon) कहते हैं।" प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा

$E = hv$ होती है, जहाँ h प्लांक नियतांक तथा v उस तरंग की आवृत्ति है। इस प्रकार किसी स्रोत से ऊर्जा का उत्सर्जन $hv, 2hv, 3hv \dots$ के रूप में होता है।

★ प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा $E = hv = \frac{hc}{\lambda}$, जहाँ λ तरंग की तरंगदैर्घ्य है।

★ फोटॉन का संवेग $p = \frac{h}{\lambda}$ ।

प्रश्न 2. कल्पना कीजिए कि निर्वात में एक विद्युतचुम्बकीय तरंग का विद्युत क्षेत्र $E = [(3.1 \text{ N/C}) \cos[(1.8 \text{ rad/m})y + (5.4 \times 10^6 \text{ rad/s})t]] \hat{i}$ है।

- तरंग संचरण की दिशा क्या है?
- तरंगदैर्घ्य λ कितनी है?
- आवृत्ति v कितनी है?
- तरंग के चुम्बकीय-क्षेत्र सदिश का आयाम कितना है?
- तरंग के चुम्बकीय-क्षेत्र के लिए व्यंजक लिखिए। (2019)

हल— प्रामाणिक समी० निम्न है

$$\vec{E} = [(E_0 \cos(ky + \omega t))] \hat{i} \quad \dots(1)$$

(a) चूँकि y का गुणक धनात्मक है अर्थात् दिशा $-\hat{j}$ अर्थात् ऋणात्मक Y -दिशा

(b) दी गयी समीकरण की प्रामाणिक समीकरण (1) से तुलना करने पर, $k = 18$ रेडियन/मी

अतः $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ से, $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{18} = 3.5$ मी

(c) $2\pi v = \omega$ से, आवृत्ति $v = \frac{\omega}{2\pi}$ तथा दी गयी समीकरण की प्रामाणिक

समीकरण (1) से तुलना करने पर,

$$\omega = 5.4 \times 10^6 \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

$$\therefore = \left(\frac{5.4 \times 10^6}{2 \times 3.14} \right) \text{ Hz} = 0.86 \times 10^6 \text{ Hz}$$

$$= 8.6 \text{ MHz}$$

(d) दी गई समीकरण की प्रामाणिक समीकरण (1) से तुलना करने पर,

$$E_0 = 3.1 \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

$$c = \frac{E_0}{B_0} \text{ से, } B_0 = \frac{E_0}{c} = \left(\frac{3.1}{3 \times 10^8} \right) \text{ टेस्ला}$$

$$\approx 10 \times 10^{-9} \text{ T} \approx 10 \text{ nT}$$

(e) $\therefore \vec{B} = [B_0 \cos(ky + \omega t)] \hat{k}$

$$\therefore B = 10 \text{ nT} \cos[(1.8 \text{ rad m}^{-1})y + (5.4 \times 10^6 \text{ rad s}^{-1})t] \hat{k}$$



किरण प्रकाशिकी एवं प्रकाशिक यंत्र

Quick Review

- गोलीय दर्पण की फोकस दूरी (f) व वक्रता त्रिज्या (R) में सम्बन्ध : $f = \frac{R}{2}$ या $R = 2f$
- गोलीय दर्पण का सूत्र— $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$, जहाँ f = गोलीय दर्पण की फोकस दूरी, u = दर्पण से वस्तु की दूरी तथा v = दर्पण से प्रतिबिम्ब की दूरी।
- रेखीय आवर्धन—दर्पण द्वारा बने किसी वस्तु के प्रतिबिम्ब की लम्बाई (I) तथा वस्तु की लम्बाई (O) का अनुपात प्रतिबिम्ब का **रेखीय आवर्धन** कहलाता है।
रेखीय आवर्धन (m) = $\frac{I}{O} = -\frac{v}{u}$
- किसी माध्यम का निरपेक्ष अपवर्तनांक निर्वात में प्रकाश की चाल (c) तथा उस माध्यम में प्रकाश की चाल (v) के अनुपात के बराबर होता है। अतः
 $n = c/v$
- जल के सापेक्ष काँच का अपवर्तनांक (${}_w n_g$) = $\frac{a n_g}{a n_w}$
- यदि पहले तथा दूसरे माध्यमों में प्रकाश की चाल क्रमशः v_1 व v_2 तथा प्रकाश की तरंगदैर्घ्य क्रमशः λ_1 तथा λ_2 हों, तब
 ${}_1 n_2 = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$
- गोलीय अवतल अथवा उत्तल पृष्ठ पर, अपवर्तन का सूत्र $\frac{n_2}{v} - \frac{n_1}{u} = \frac{(n_2 - n_1)}{R}$
- गोलीय पृष्ठ के पदार्थ का बाह्य माध्यम के सापेक्ष अपवर्तनांक $\frac{n_2}{n_1} = n$ है, तब $\frac{n}{v} - \frac{1}{u} = \frac{(n-1)}{R}$
- पतले लेन्स के लिए अपवर्तन का सूत्र $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ पतले लेन्सों की फोकस दूरी अधिक तथा मोटे लेन्सों की फोकस दूरी कम होती है।
- वर्ण विक्षेपण क्षमता**—किसी प्रकाशिक माध्यम की वर्ण विक्षेपण क्षमता उस माध्यम से बने पतले प्रिज्म द्वारा लाल तथा बैंगनी रंगों की प्रकाश किरणों के बीच उत्पन्न कोणीय वर्ण विक्षेपण (θ) तथा माध्य प्रकाश (पीली किरण) के लिए उत्पन्न विचलन (δ_Y) के अनुपात के रूप में परिभाषित की जाती है। इसे ' ω ' से प्रदर्शित करते हैं।
$$\omega = \frac{\theta}{\delta_Y} = \frac{\delta_V - \delta_R}{\delta_Y} = \frac{n_V - n_R}{(n_Y - 1)}$$
- खगोलीय दूरदर्शी की आवर्धन क्षमता**
 - (i) जब अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्त पर बना हो— $M = -\frac{f_o}{f_e}$ तथा दूरदर्शी की लम्बाई = $(f_o + f_e)$
 - (ii) जब अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बना हो—
 $M = -\frac{f_o}{f_e} \left(1 + \frac{f_e}{D} \right)$ तथा दूरदर्शी की लम्बाई = $f_o + u_e$
- संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता**—
 - (i) जब अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्त पर बना हो— $M = -\frac{v_o}{u_o} \left(\frac{D}{f_e} \right)$ तथा सूक्ष्मदर्शी की लम्बाई = $v_o + f_e$

(ii) जब अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बना हो- $M = -\frac{v_0}{u_0} \left(1 + \frac{D}{f_e}\right)$ तथा सूक्ष्मदर्शी की लम्बाई $= v_0 + u_e$

• दूरदर्शी की विभेदन क्षमता $= \frac{d}{1.22 \lambda}$ रेडियन, जहाँ d अभिवृश्यक लेन्स का व्यास तथा λ , प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य है।

• सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता $= \frac{2 \sin \alpha}{1.22 \lambda}$, जहाँ 2α सूक्ष्मदर्शी के अभिवृश्यक द्वारा वस्तु पर बना शंकु कोण व λ प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य है।

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. अपवर्तन की घटना में निम्न में से कौन-सी राशि अपरिवर्तित रहती है? (2012)

- (i) प्रकाश की चाल (ii) प्रकाश की तीव्रता
(iii) प्रकाश की तरंगदैर्घ्य (iv) प्रकाश की आवृत्ति

उत्तर— (iv) प्रकाश की आवृत्ति

प्रश्न 2. आकाश नीला दिखाई देता है- (2014, 17)

- (i) प्रकीर्णन के कारण
(ii) परावर्तन के कारण
(iii) अपवर्तन के कारण
(iv) पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के कारण

उत्तर— (i) प्रकीर्णन के कारण

प्रश्न 3. वस्तु की अपेक्षा बड़ा आभासी प्रतिबिम्ब बनाने वाला दर्पण है- (2018)

- (i) समतल (ii) अवतल
(iii) उत्तल (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर— (iii) उत्तल

प्रश्न 4. यदि किसी माध्यम से निर्वात में सम्पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के लिए क्रान्तिक कोण 30° है, तो माध्यम में प्रकाश का वेग है- (2015, 17)

- (i) 3×10^8 मी/से (ii) 1.5×10^8 मी/से
(iii) 6×10^8 मी/से (iv) 4.5×10^8 मी/से

उत्तर— (ii) 1.5×10^8 मी/से

प्रश्न 5. उत्तल लेंस की फोकस दूरी अधिकतम है- (2019)

- (i) नीले प्रकाश के लिए (ii) हरे प्रकाश के लिए
(iii) पीले प्रकाश के लिए (iv) लाल प्रकाश के लिए

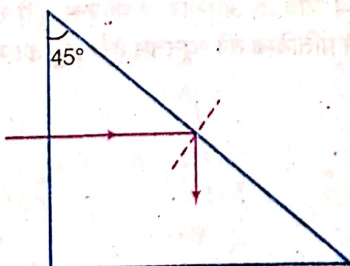
उत्तर— (i) नीले प्रकाश के लिए

प्रश्न 6. यदि सघन माध्यम में आपतन कोण, क्रान्तिक कोण के बराबर हो, तो अपवर्तन कोण होगा- (2016, 17)

- (i) 0° (ii) 45° (iii) 90° (iv) 180°

उत्तर— (iii) 90°

प्रश्न 7. चित्र में प्रदर्शित प्रिज्म में अभिलम्बवत प्रकाश किरण आपतित है।



काँच-वायु पृष्ठ का क्रान्तिक कोण होगा-

(2019) उत्तर—

- (i) 45° (ii) 45° से कम
(iii) 45° से अधिक (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर— (i) 45°
प्रश्न 8. यदि विरल तथा सघन माध्यम में प्रकाश की चाल क्रमशः v_1 तथा v_2 हों तथा सघन माध्यम में क्रान्तिक कोण C है, तब- (2016)

- (i) $v_1 = v_2 \sin C$ (ii) $v_1 = v_2 \cos C$
(iii) $v_1 = v_2 \tan C$ (iv) $v_1 = v_2 \operatorname{cosec} C$

उत्तर— (iv) $v_1 = v_2 \operatorname{cosec} C$

प्रश्न 9. वायु के सापेक्ष जल और काँच के अपवर्तनांक क्रमशः $\frac{4}{3}$ एवं $\frac{5}{3}$ हैं।

काँच का जल के सापेक्ष अपवर्तनांक होगा- (2017)

- (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{4}{3}$ (iii) $\frac{5}{4}$ (iv) $\frac{20}{9}$

उत्तर— (iii) $\frac{5}{4}$

प्रश्न 10. किसी सघन माध्यम में क्रान्तिक कोण को निम्नलिखित से व्यक्त किया जाता है :

$$\theta_c = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$$

सघन माध्यम का अपवर्तनांक विरल माध्यम के सापेक्ष है (2019)

- (i) $\frac{5}{4}$ (ii) $\frac{5}{3}$ (iii) $\frac{7}{5}$ (iv) $\frac{4}{3}$

उत्तर— (ii) $\frac{5}{3}$

प्रश्न 11. वायु में प्रकाश की चाल 3.0×10^8 मीटर/सेकण्ड है। 1.5 अपवर्तनांक वाले काँच में प्रकाश की चाल होगी- (2017)

- (i) 1.5×10^8 मी/से (ii) 2.0×10^8 मी/से
(iii) 1.8×10^8 मी/से (iv) 2.5×10^8 मी/से

उत्तर— (ii) 2.0×10^8 मी/से

प्रश्न 12. किसी गोलीय दर्पण की फोकस दूरी (f) एवं वक्रता त्रिज्या (R) में सम्बन्ध है- (2017)

- (i) $R = \frac{f}{2}$ (ii) $f = 3R$ (iii) $f = \frac{R}{2}$ (iv) $f = \frac{R}{4}$

उत्तर— (iii) $f = \frac{R}{2}$

प्रश्न 13. 4 डायोप्टर और -2 डायोप्टर क्षमता के दो लेन्स सम्पर्क में रखे हैं। संयुक्त लेन्स की फोकस दूरी होगी- (2013, 16, 17)

- (i) 50 सेमी (ii) -50 सेमी (iii) 25 सेमी (iv) -25 सेमी

उत्तर— (i) 50 सेमी

प्रश्न 14. एक उत्तल लेन्स मुख्य अक्ष पर रखी बिन्दु वस्तु का वास्तविक प्रतिबिम्ब बनाता है। यदि लेन्स के ऊपरी अर्द्ध भाग को काला कर दिया जाए, तो-

- (i) प्रतिबिम्ब नीचे की ओर खिसक जायेगा
- (ii) प्रतिबिम्ब ऊपर की ओर खिसक जायेगा
- (iii) प्रतिबिम्ब की लम्बाई आधी हो जायेगी
- (iv) प्रतिबिम्ब की तीव्रता घट जायेगी

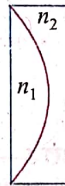
उत्तर— (iv) प्रतिबिम्ब की तीव्रता घट जायेगी

प्रश्न 15. +3D तथा -5D क्षमता के दो पतले लेन्स सम्पर्क में रखे गये हैं। इस संयोजन की फोकस दूरी होगी-

- (i) -40 सेमी (ii) +40 सेमी (iii) +20 सेमी (iv) -50 सेमी

उत्तर— (iv) -50 सेमी

प्रश्न 16. R वक्रता त्रिज्या तथा n_1 अपवर्तनांक का एक समतल-उत्तल लेन्स R वक्रता त्रिज्या तथा n_2 अपवर्तनांक के समतल-अवतल लेन्स के सम्पर्क में चित्रानुसार रखे जाते हैं। संयुक्त लेन्स की क्षमता है-



- (i) 0
- (ii) $\frac{n_2 - n_1}{R}$
- (iii) $\frac{n_1 + n_2 - 2}{R}$
- (iv) $\frac{n_1 - n_2}{R}$

उत्तर— (iii) $\frac{n_1 + n_2 - 2}{R}$

प्रश्न 17. दो लेन्स जिनकी शक्तियाँ 4D और -2D हैं, सम्पर्क में रखे हैं। संयुक्त लेन्स की शक्ति है-

- (i) 6 D (ii) 2 D
- (iii) -2 D (iv) 4 D

उत्तर— (ii) 2 D

प्रश्न 18. एक प्रिज्म का अपवर्तक कोण 60° है। जब प्रकाश की एक किरण 50° पर आपतित होती है, तो इसमें अल्पतम विचलन होता है। अल्पतम विचलन कोण का मान है-

- (i) 40° (ii) 45°
- (iii) 55° (iv) 60°

उत्तर— (i) 40°

प्रश्न 19. प्रिज्म से गुजरने पर निम्नलिखित में से किस रंग के प्रकाश का विचलन अधिकतम होगा?

- (i) लाल रंग (ii) बैंगनी रंग
- (iii) नीला रंग (iv) हरा रंग

उत्तर— (ii) बैंगनी रंग

प्रश्न 20. एक प्रकाशित तन्तु में, तन्तु के ऊपर लेप की गई तह का अपवर्तनांक होता है-

- (i) तन्तु के पदार्थ से अधिक
- (ii) तन्तु के पदार्थ से कम
- (iii) तन्तु के पदार्थ के बराबर
- (iv) तन्तु के पदार्थ से कोई सम्बन्ध नहीं

उत्तर— (ii) तन्तु के पदार्थ से कम

प्रश्न 21. प्रकाशिक तन्तु में निम्न में से प्रकाश के किस गुण का प्रयोग किया जाता है?

- (i) व्यतिकरण (ii) पूर्ण आंतरिक परावर्तन
- (iii) विवर्तन (iv) प्रकीर्णन

उत्तर— (ii) पूर्ण आंतरिक परावर्तन

प्रश्न 22. एक व्यक्ति +2D क्षमता का चश्मा प्रयोग करता है। उसका दृष्टि दोष है-

- (i) निकट दृष्टि दोष (ii) दूर दृष्टि दोष
- (iii) जरा दूर दृष्टि दोष (iv) अबिन्दुकता

उत्तर— (ii) दूर दृष्टि दोष

प्रश्न 23. सामान्य नेत्र के लिए स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी है-

- (i) अनन्त (ii) 50 सेमी (iii) 25 सेमी (iv) 75 सेमी

उत्तर— (iii) 25 सेमी

प्रश्न 24. नेत्र लेन्स की प्रकृति होती है-

- (i) अभिसारी (ii) अपसारी
- (iii) अभिसारी तथा अपसारी दोनों
- (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर— (i) अभिसारी

प्रश्न 25. निकट दृष्टि दोष से पीड़ित आदमी 2 मी से अधिक दूरी पर वस्तु को स्पष्ट नहीं देख सकता है। इस दोष को दूर करने के लिए आवश्यक लेन्स की क्षमता होगी

- (i) -0.50 डायोप्टर (ii) +0.50 डायोप्टर
- (iii) -2 डायोप्टर (iv) +2 डायोप्टर

उत्तर— (i) -0.50 डायोप्टर

प्रश्न 26. दूर-दृष्टि दोष से पीड़ित व्यक्ति का निकट बिन्दु स्थित होगा-

- (i) 25 सेमी दूरी पर (ii) 25 सेमी से कम दूरी पर
- (iii) 25 सेमी से अधिक दूरी पर (iv) अनन्त पर

उत्तर— (iii) 25 सेमी से अधिक दूरी पर

प्रश्न 27. एक खगोलीय दूरदर्शी की आवर्धन क्षमता 10 तथा नेत्रिका की फोकस दूरी 20 सेमी है। अभिदृश्यक लेन्स की फोकस दूरी है-

- (i) 2 सेमी (ii) 200 सेमी (iii) 100 सेमी (iv) 0.5 सेमी

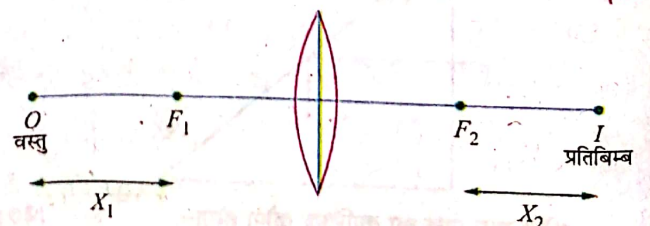
उत्तर— (ii) 200 सेमी

प्रश्न 28. एक दूरदर्शी के अभिदृश्यक लेन्स का व्यास 0.1 मीटर है तथा प्रकाश की तरंगदैर्घ्य 600 नैनोमीटर है। दूरदर्शी की विभेदन सीमा होगी लगभग-

- (i) 7.32×10^{-4} रेडियन (ii) 6.0×10^{-5} रेडियन
- (iii) 7.32×10^{-6} रेडियन (iv) 6×10^{-2} रेडियन

उत्तर— (iii) 7.32×10^{-6} रेडियन

प्रश्न 29. दर्शाये गये चित्र के अनुसार, f फोकस दूरी वाले लेन्स के द्वितीय फोकस से प्रतिबिम्ब की न्यूनतम दूरी X_2 का मान है-



$$(i) X_2 = X_1 f \quad (ii) X_2 = f / X_1$$

$$(iii) X_2 = (4f - X_1) \quad (iv) X_2 = (2f - X_1)$$

उत्तर— (ii) $X_2 = f / X_1$

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. आवर्धन का सूत्र (i) v व u के पदों में (ii) u व f के पदों में, (iii) v तथा f के पदों में लिखिए।

उत्तर— (i) $m = -\left(\frac{v}{u}\right)$, (ii) $m = \left(\frac{f}{f-u}\right)$, (iii) $m = \left(\frac{f-v}{f}\right)$

प्रश्न 2. क्रान्तिक कोण की परिभाषा लिखिए। (2017)

उत्तर— सघन माध्यम में बना वह आपतन कोण जिसके लिए विरल माध्यम में अपवर्तन कोण 90° हो, क्रान्तिक कोण कहलाता है।

प्रश्न 3. उस भौतिक सिद्धान्त का नाम लिखिए जिस पर प्रकाशिक तन्तु का कार्य सिद्धान्त आधारित है। (2018)

उत्तर— पूर्ण आन्तरिक परावर्तन।

प्रश्न 4. किसी समतल परावर्ती तल पर 5000\AA का प्रकाश आपतित है। परावर्तित प्रकाश की आवृत्ति ज्ञात कीजिए। (2015)

हल— परावर्तित प्रकाश की आवृत्ति $v = \frac{c}{\lambda}$ [जहाँ c = प्रकाश का वेग]
तथा λ = तरंगदैर्घ्य]

$$\therefore v = \frac{3 \times 10^8 \text{ मी/से}}{5000 \times 10^{-10} \text{ मी}} \quad \left[\because 1\text{\AA} = 10^{-10} \text{ मी} \right]$$

$$\therefore v = 6 \times 10^{14} \text{ हर्ट्ज}$$

प्रश्न 5. एक वस्तु का प्रतिबिम्ब, वस्तु से 40.0 सेमी दूरी पर बनता है जबकि एक लेन्स को इनके बीच में रखा जाता है। लेन्स की क्षमता ज्ञात कीजिए। (2018)

हल— लेन्स के लिए, $u = -20$ सेमी, $v = +20$ सेमी। यदि लेन्स की फोकस दूरी f है, तब

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

$$\therefore f = 10 \text{ सेमी} = 0.1 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{लेन्स की क्षमता, } P = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.1} = +10 \text{ डायोप्टर}$$

प्रश्न 6. f फोकस दूरी वाले उत्तल दर्पण से f दूरी पर, स्थित वस्तु के प्रतिबिम्ब की स्थिति ज्ञात कीजिए। (2018)

हल— दिया है, उत्तल दर्पण की फोकस दूरी $= f$,
वस्तु की दूरी $u = -f, v = ?$

$$\text{सूत्र } \frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f} \text{ से,}$$

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{-f} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{2}{f}$$

$$v = \frac{f}{2}$$

अतः प्रतिबिम्ब $\frac{f}{2}$ दूरी पर दर्पण के पीछे बनेगा।

प्रश्न 7. गोलीय दर्पण की फोकस दूरी की परिभाषा दीजिए। एक अवतल दर्पण अपने सामने से 10 सेमी दूरी पर रखी वस्तु का 3 गुना वास्तविक प्रतिबिम्ब बनाता है। दर्पण की वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (2016)

उत्तर— दर्पण के ध्रुव से मुख्य फोकस तक की दूरी को गोलीय दर्पण की फोकस दूरी कहते हैं।

यहाँ, $u = -10$ सेमी
माना $O = x$ होगी
 $I = 3x$ सेमी

हम जानते हैं कि,

$$\frac{I}{O} = \frac{u}{v} \Rightarrow \frac{x}{3x} = \frac{-10}{v} \Rightarrow v = -30 \text{ सेमी}$$

$$\text{अब, } \frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{-30} + \frac{1}{-10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{-1-3}{30} = \frac{-4}{30} = \frac{-2}{15}$$

$$\therefore f = -\frac{15}{2} = -7.5 \text{ सेमी}$$

$$\therefore f = \frac{R}{2} \Rightarrow R = 2 \times f$$

$$\Rightarrow R = 2 \times (-7.5) \Rightarrow R = -15 \text{ सेमी}$$

अतः दर्पण की वक्रता त्रिज्या 15 सेमी है।

प्रश्न 8. 6.0 सेमी ऊँचाई की एक वस्तु, एक f फोकस दूरी के अवतल दर्पण की मुख्य अक्ष पर, अक्ष के लम्बवत् $4f$ दूरी पर रखी है। दर्पण द्वारा बनाए गए प्रतिबिम्ब की ऊँचाई क्या होगी? (2018)

हल— अवतल दर्पण की फोकस दूरी, $F = -f$, वस्तु की ऊँचाई, $O = 6$ सेमी, दर्पण से वस्तु की दूरी, $u = -4f$
गोलीय दर्पण के सूत्र से,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{-4f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{-4f} - \frac{1}{f} = \frac{1-4}{4f} = \frac{-3}{4f}$$

$$\Rightarrow v = -\frac{4f}{3}$$

$$\text{अब, } \frac{I}{O} = -\frac{v}{u} \Rightarrow I = \frac{-v \times O}{u}$$

$$= -\frac{(-4f/3) \times 6}{-4f} = -2.0 \text{ सेमी}$$

प्रश्न 9. वायु के सापेक्ष पानी तथा काँच के अपवर्तनांक क्रमशः $\frac{4}{3}$ तथा $\frac{3}{2}$ हैं।

काँच से पानी पर आपतित प्रकाश किरण के लिए क्रान्तिक कोण का मान ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— प्रश्नानुसार, ${}_a n_w = \frac{4}{3}$ तथा ${}_a n_g = \frac{3}{2}$

$$\therefore {}_g n_w = \frac{{}_a n_w}{{}_a n_g} = \frac{4/3}{3/2} = \frac{4}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$$

यदि पानी पर आपतित प्रकाश किरण के लिए क्रान्तिक कोण C हो, तो

$$\sin C = \frac{1}{{}_g n_w} = \frac{1}{\frac{8}{9}} = \frac{9}{8}$$

अतः

$$C = \sin^{-1}\left(\frac{9}{8}\right)$$

extra shots

- ★ प्रकाश के उत्क्रमणीयता का सिद्धान्त—इस सिद्धान्त के अनुसार, “यदि प्रकाश की कोई किरण अनेक परावर्तनों और अपवर्तनों से होकर गुजरे और इसके पश्चात् उसे विपरीत दिशा में चलाया जाए तो वह अपने पूर्व पथ का पूर्णतः अनुसरण करती है।”

प्रश्न 10. अवतल लेन्स के प्रथम फोकस की परिभाषा दीजिए। (2019)

उत्तर— लेन्स की मुख्य अक्ष पर स्थित वह निश्चित बिन्दु, जिससे उसकी ओर केन्द्रित होती हुई प्रकाश किरणें, लेन्स से अपवर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष के समान्तर हो जाती हैं। इसे अवतल लेन्स का प्रथम फोकस कहते हैं।

प्रश्न 11. लेन्स की क्षमता से क्या तात्पर्य है? इसका मात्रक लिखिए।

या लेन्स की क्षमता की परिभाषा लिखिए। (2018)

उत्तर— लेन्स की क्षमता उसकी मीटर में नापी गई फोकस दूरी के व्युत्क्रम के बराबर होती है। इसे 'P' से प्रदर्शित करते हैं, तथा इसका मात्रक D है।

प्रश्न 12. किसी उत्तल लेन्स की फोकस दूरी f , अपवर्तनांक n एवं लेन्स की वक्रता त्रिज्याओं R_1 और R_2 के बीच सम्बन्ध का सूत्र लिखिए। (2012)

$$\text{उत्तर—} \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

प्रश्न 13. एक उत्तल लेन्स ($n = 1.5$) की वायु में फोकस दूरी 10 सेमी है। इसे जल ($n' = 4/3$) में डुबाने पर फोकस दूरी कितनी होगी? (2019)

उत्तर— दिया है, $f = 10$ सेमी, $n = 1.5$, $n' = \frac{4}{3}$

प्रथम स्थिति में,

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \\ \Rightarrow \quad \frac{1}{10} &= (1.5-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \\ \Rightarrow \quad \frac{1}{10} &= 0.5 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \\ \therefore \quad \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) &= \frac{1}{5} \quad \dots(1) \end{aligned}$$

दूसरी स्थिति में,

माना उत्तल लेन्स को जल में डुबाने पर फोकस दूरी f' है।

$$\begin{aligned} \text{अब,} \quad \frac{1}{f'} &= (n'-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \\ \Rightarrow \quad \frac{1}{f'} &= \left(\frac{4}{3} - 1 \right) \left(\frac{1}{5} \right) \quad (\text{समी० (1) से}) \\ \Rightarrow \quad \frac{1}{f'} &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15} \\ \therefore \quad f' &= 15 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

अतः जल में डुबाने पर फोकस दूरी 15 सेमी होगी।

important FACTS

- ★ उभयोत्तल लेन्स के लिए R_1 धनात्मक तथा R_2 ऋणात्मक होता है, जबकि उभयावतल लेन्स के लिए R_1 ऋणात्मक तथा R_2 धनात्मक होता है।
- ★ यदि बाह्य माध्यम वायु है तो n का मान 1 से अधिक होगा, तब

$$\text{सूत्र } \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \text{ से,}$$

उत्तल लेन्स की फोकस दूरी धनात्मक तथा अवतल लेन्स की फोकस दूरी ऋणात्मक होगी।

$$\star \text{ किसी वक्र पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या } \propto \frac{1}{\text{वक्रता}}$$

इस प्रकार किसी पृष्ठ की वक्रता जितनी कम होगी (पृष्ठ जितना अधिक समतल होगा) उसकी वक्रता त्रिज्या उतनी ही अधिक होगी।

$$\star \text{ समतल पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या } R = \infty \text{ होती है।}$$

प्रश्न 14. काँच के बने एक उत्तल लेन्स को, एक ऐसे द्रव में डुबोया जाता है जिसका अपवर्तनांक, काँच से अधिक है। लेन्स की फोकस दूरी तथा प्रकृति पर क्या प्रभाव पड़ेगा? (2018)

उत्तर— लेन्स की फोकस दूरी बढ़ जाएगी तथा प्रकृति भी बदल जाएगी अर्थात् उत्तल लेन्स, अवतल लेन्स की भाँति व्यवहार करेगा।

प्रश्न 15. किसी लेन्स द्वारा आवर्धन से आप क्या समझते हैं? (2018)

उत्तर— लेन्स द्वारा बने किसी वस्तु के प्रतिबिम्ब की लम्बाई तथा वस्तु की लम्बाई के अनुपात को आवर्धन या रेखीय आवर्धन कहते हैं तथा इसे m से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{इस प्रकार, रेखीय आवर्धन, } m = \frac{\text{प्रतिबिम्ब की लम्बाई}}{\text{वस्तु की लम्बाई}}$$

रेखीय आवर्धन ज्ञात करते समय वस्तु तथा प्रतिबिम्ब की लम्बाई चिह्न सहित रखी जाती है। चूँकि अक्ष से ऊपर नापी गई दूरियाँ धनात्मक तथा अक्ष से नीचे की ओर नापी गई दूरियाँ ऋणात्मक ली जाती हैं, अतः सीधे व आभासी प्रतिबिम्बों के लिए आवर्धन धनात्मक तथा उल्टे व वास्तविक प्रतिबिम्बों के लिए आवर्धन ऋणात्मक होता है।

प्रश्न 16. सम्पर्क में रखे दो पतले लेन्सों के संयोजन की फोकस दूरी एवं क्षमता का सूत्र लिखिए। (2017)

$$\text{हल—} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \text{एवं } P = P_1 + P_2$$

प्रश्न 17. दो उत्तल लेन्स जिनमें प्रत्येक की फोकस दूरी 20 सेमी है सम्पर्क में रखे हैं। संयुक्त लेन्स की क्षमता की गणना कीजिए। (2017)

$$\begin{aligned} \text{हल—} \quad \text{दिया है, } P_1 &= P_2 = 20 \text{ सेमी} \\ P &= P_1 + P_2 = 20 + 20 = 40 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

प्रश्न 18. +2.50 D तथा -3.75 D क्षमता वाले दो लेन्सों को मिलाकर एक संयुक्त लेन्स की फोकस दूरी ज्ञात कीजिए। (2019)

$$\begin{aligned} \text{हल—} \quad \text{दिया है, } P_1 &= +2.50 \text{ D, } P_2 = -3.75 \text{ D} \\ \therefore \quad P &= P_1 + P_2 = 2.50 \text{ D} + (-3.75 \text{ D}) = -1.25 \text{ D} \\ \therefore \quad \text{फोकस दूरी} &= \frac{100}{P} = \frac{100}{-1.25} = -80 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

प्रश्न 19. प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक का सूत्र लिखिए। प्रयुक्त प्रतीकों का अर्थ बताइए। (2013, 14, 17)

या किसी प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक का सूत्र अल्पतम विचलन कोण एवं प्रिज्म कोण के पदों में व्यक्त कीजिए। (2013, 16)

$$\text{उत्तर—} \quad n = \frac{\sin \left(\frac{A + \delta_m}{2} \right)}{\sin A / 2}$$

जहाँ, A प्रिज्म कोण तथा δ_m अल्पतम विचलन कोण है।

COMMON ERROR

★ पतले प्रिज्म द्वारा उत्पन्न न्यूनतम विचलन का सूत्र $\delta_m = (n-1)A$ केवल तभी प्रयोग करते हैं जब प्रिज्म का अपवर्तन कोण A बहुत छोटा हो, अन्यथा सामान्य प्रिज्म का सूत्र $n = \frac{\sin(A + \delta_m/2)}{\sin(A/2)}$, का ही प्रयोग करते हैं।

प्रश्न 20. यदि किसी प्रिज्म के लिये प्रिज्म कोण तथा न्यूनतम विचलन कोण, दोनों का मान A हो तो प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक क्या होगा? (2018)

या यदि प्रिज्म का कोण तथा न्यूनतम विचलन कोण बराबर हैं, तो प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— दिया है, प्रिज्म कोण = अल्पतम विचलन कोण $= A$

$$\begin{aligned} \text{प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक } n &= \frac{\sin\left(\frac{A + \delta_m}{2}\right)}{\sin A/2} = \frac{\sin \frac{A+A}{2}}{\sin A/2} \\ &= \frac{\sin A}{\sin A/2} = \frac{2 \sin A/2 \cos A/2}{\sin A/2} \\ &= 2 \cos A/2 \end{aligned}$$

प्रश्न 21. किसी प्रकाशिक माध्यम की वर्ण विक्षेपण क्षमता का सूत्र लिखिए। (2014)

उत्तर— वर्ण विक्षेपण क्षमता $\omega = \frac{n_V - n_R}{n_Y - 1}$

प्रश्न 22. किसी पतले प्रिज्म द्वारा उत्पन्न न्यूनतम विचलन तथा कोणीय विक्षेपण के लिये सूत्र लिखिए। (2015, 17)

उत्तर— न्यूनतम विचलन कोण $\delta_m = 2i - A$
कोणीय विक्षेपण के लिए सूत्र $\theta = (n_V - n_R)A$

जहाँ n_V तथा n_R क्रमशः लाल व बैंगनी रंगों के प्रकाश के लिए प्रिज्म के काँच के अपवर्तनांक हैं तथा A प्रिज्म का कोण है।

प्रश्न 23. किसी पदार्थ के लाल, बैंगनी तथा पीले रंग के प्रकाश के लिए अपवर्तनांक क्रमशः 1.52, 1.62 तथा 1.60 हैं। पदार्थ की वर्ण-विक्षेपण (परिक्षेपण) क्षमता ज्ञात कीजिए। (2011, 14)

हल—
$$\omega = \frac{n_V - n_R}{n_Y - 1} = \frac{1.62 - 1.52}{1.60 - 1} = \frac{0.10}{0.60} = 0.166$$

प्रश्न 24. लाल और नीले प्रकाश की किरणें एक दिये गये प्रिज्म पर डाली जाती हैं। किसके लिए अल्पतम विचलन कोण δ_m का मान अधिक होगा? व्याख्या कीजिए। (2011, 18)

उत्तर— $\delta_m = (n-1)A \therefore n_l > n_R \therefore (\delta_m)_l > (\delta_m)_R$
अर्थात् नीले रंग के लिए विचलन कोण δ_m का मान अधिक होगा।

प्रश्न 25. न्यूनतम विचलन अवस्था में एक प्रकाश किरण एक समकोणिक प्रिज्म पर इस प्रकार आपतित होती है कि आपतन कोण, प्रिज्म कोण का $3/4$ है। न्यूनतम विचलन कोण ज्ञात कीजिए। (2014)

हल— माना प्रिज्म कोण $= A$

तब आपतन कोण $i = \frac{3}{4}A$

न्यूनतम विचलन कोण $\delta_m = ?$

$$i = \frac{A + \delta_m}{2} \Rightarrow \frac{3}{4}A = \frac{A + \delta_m}{2}$$

$$\Rightarrow \delta_m = \frac{3}{2}A - A = \frac{1}{2}A$$

अतः न्यूनतम विचलन कोण प्रिज्म कोण का आधा होगा।

प्रश्न 26. किसी पतले प्रिज्म से उत्पन्न न्यूनतम विचलन कोण 10° है। प्रिज्म कोण ज्ञात कीजिए। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक 1.5 है। (2016)

हल— दिया है, विचलन कोण, $\delta_m = 10^\circ$, $n = 15$

$$\begin{aligned} \delta_m &= (n-1)A \\ 10^\circ &= (15-1)A \Rightarrow 0.5A = 10^\circ \\ A &= \frac{10}{0.5} \Rightarrow A = 20 \end{aligned}$$

अतः प्रिज्म कोण 20° है।

प्रश्न 27. 63° कोण वाले प्रिज्म का पीले प्रकाश के लिए विचलन कोण 29° है। आपतन कोण ज्ञात कीजिए। (2016)

हल— दिया है, प्रिज्म कोण $(A) = 63^\circ$

विचलन कोण $\delta_m = 29^\circ$

आपतन कोण $(i) = \frac{(A + \delta_m)}{2} = \frac{(63^\circ + 29^\circ)}{2} = \frac{92}{2} = 46^\circ$

प्रश्न 28. किसी प्रिज्म के पदार्थ की वर्ण विक्षेपण क्षमता से क्या तात्पर्य है? (2017)

उत्तर— जब सूर्य का श्वेत प्रकाश एक पतले प्रिज्म में से गुजरता है, तो बैंगनी तथा लाल रंगों की निर्गत किरणों के बीच उत्पन्न कोणीय परिक्षेपण तथा मध्यवर्ती (अर्थात् पीले रंग की) किरण के लिए विचलन कोण के अनुपात को प्रिज्म के पदार्थ की वर्ण विक्षेपण क्षमता कहते हैं। इसे ग्रीक अक्षर ω (ओमेगा) से प्रदर्शित करते हैं।

important FACTS

★ प्रिज्म पर आपतित श्वेत प्रकाश किरणें अपवर्तन पर अपने घटक रंगों में VIBGYOR के क्रम में विभाजित हो जाती हैं। बैंगनी रंग की प्रकाश किरणें सबसे नीचे तथा लाल रंग की प्रकाश किरणें सबसे ऊपर प्राप्त होती हैं, अर्थात् बैंगनी रंग की प्रकाश किरणों के लिए विचलन अधिकतम एवं लाल रंग की प्रकाश किरणों के लिए विचलन न्यूनतम होता है।

प्रश्न 29. फ्लिन्ट काँच के लिए बैंगनी एवं लाल रंगों के प्रकाश हेतु अपवर्तनांक क्रमशः 1.632 तथा 1.613 हैं। प्रिज्म के पदार्थ की विक्षेपण क्षमता की गणना कीजिए। (2017)

उत्तर— दिया है, $n_V = 1.632$, $n_R = 1.613$

मध्यवर्ती (पीली) किरण के लिए अपवर्तनांक

$$\begin{aligned} n_Y &= \frac{n_V + n_R}{2} = \frac{1.632 + 1.613}{2} \\ &= \frac{3.245}{2} = 1.6225 \end{aligned}$$

वर्ण विक्षेपण क्षमता $\omega = \frac{n_V - n_R}{n_Y - 1} = \frac{1.632 - 1.613}{1.6225 - 1}$

$$= \frac{0.019}{0.6225} = 0.031$$

प्रश्न 30. सूर्योदय तथा सूर्यास्त के समय आकाश में सूर्य लाल दृष्टिगोचर क्यों होता है? (2019)

उत्तर— प्रकाश के प्रकीर्णन के कारण सूर्योदय तथा सूर्यास्त के समय आकाश में सूर्य लाल दृष्टिगोचर होता है।

प्रश्न 31. नेत्र की समंजन क्षमता से आप क्या समझते हैं? (2017, 18)

उत्तर— नेत्र की वह क्षमता जिसके कारण नेत्र लेन्स की फोकस दूरी में परिवर्तन कर नजदीक व दूर की वस्तुओं को स्पष्ट रूप से देखा जा सकता है, नेत्र की समंजन क्षमता कहलाती है।

प्रश्न 32. मनुष्य की आँख के रेटिना के कार्य का उल्लेख कीजिए। (2015)

उत्तर— रेटिना प्रकाश-शिराओं की एक फिल्म होती है, जो वस्तुओं के प्रतिबिम्बों के रूप-रंग और आकार का ज्ञान मस्तिष्क तक पहुँचाती है। जिस स्थान पर प्रकाश-शिरा रेटिना को छेदकर मस्तिष्क में जाती है, उस स्थान पर प्रकाश का कोई प्रभाव नहीं पड़ता। इस स्थान को अंध-बिन्दु कहते हैं। रेटिना के बीचो-बीच एक पीत-बिन्दु होता है।

प्रश्न 33. इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी, प्रकाशिक सूक्ष्मदर्शी से उत्तम क्यों माना जाता है? (2013)

उत्तर— इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी, प्रकाशिक सूक्ष्मदर्शी की तुलना में किसी वस्तु का लगभग 5000 गुना आवर्धित प्रतिबिम्ब बनाता है, इसलिए यह प्रकाशिक सूक्ष्मदर्शी से उत्तम माना जाता है।

प्रश्न 34. आँख पर चन्द्रमा का दर्शन कोण 0.6° है। दूरदर्शी के अभिदृश्यक एवं नेत्रिका की फोकस दूरियाँ क्रमशः 200 सेमी एवं 10 सेमी हैं। दूरदर्शी से देखने पर चन्द्रमा का दर्शन कोण कितना होगा? (NCERT)

हल— आवर्धन क्षमता $M = \frac{-f_o}{f_e} = -\frac{200}{10} = -20$

जब अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्त पर बनता है, तो आवर्धन क्षमता

$$|M| = 20$$

$$\therefore |M| = \frac{\text{अन्तिम प्रतिबिम्ब द्वारा आँख पर बना दर्शन कोण } (\beta)}{\text{चन्द्रमा के प्रतिबिम्ब द्वारा आँख पर बना दर्शन कोण } (\alpha)}$$

$$\text{अतः } \beta = |M| \times \alpha$$

अतः दूरदर्शी द्वारा देखने पर चन्द्रमा द्वारा आँख पर बना दर्शन कोण

$$\beta = 20 \times 0.6^\circ = 12^\circ \quad (\text{यहाँ } \alpha = 0.6^\circ)$$

प्रश्न 35. किसी छोटी दूरबीन के अभिदृश्यक की फोकस दूरी 144 cm तथा नेत्रिका की फोकस दूरी 6.0 cm है। दूरबीन की आवर्धन क्षमता कितनी है? अभिदृश्यक तथा नेत्रिका के बीच पृथक्कन दूरी क्या है? (NCERT)

हल— दिया है, $f_o = 144$ सेमी, $f_e = 6.0$ सेमी

$$\text{दूरबीन की आवर्धन क्षमता, } M = -\frac{f_o}{f_e} = -\frac{144}{6.0} = -24$$

ऋणात्मक चिह्न यह प्रकट करता है कि अन्तिम प्रतिबिम्ब उल्टा है। अभिदृश्यक तथा नेत्रिका के बीच दूरी,

$$d = f_o + f_e = 144 + 6.0 = 150 \text{ सेमी}$$

प्रश्न 36. दूरदर्शी के अभिदृश्यक का द्वारक बड़ा क्यों बनाया जाता है? (2018)

उत्तर— दूरदर्शी की विभेदन क्षमता तथा प्रतिबिम्ब की तीव्रता बढ़ाने के लिए इसके अभिदृश्यक का द्वारक बड़ा बनाया जाता है।

प्रश्न 37. 50 सेमी द्वारक के अभिदृश्यक लेन्स वाले दूरदर्शी की विभेदन सीमा कितनी होगी? अभिदृश्यक लेन्स में आपतित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ है। (2014, 19)

$$\begin{aligned} \text{हल—} \quad \text{विभेदन सीमा} &= \frac{122 \lambda}{d} = \frac{122 \times 6000 \times 10^{-10} \text{ मीटर}}{50 \times 10^{-2} \text{ मीटर}} \\ &= \frac{122 \times 6}{5} \times 10^{-8} \text{ रेडियन} \\ &= 0.1464 \times 10^{-5} \text{ रेडियन} \end{aligned}$$

प्रश्न 38. सूक्ष्मदर्शी की विभेदन सीमा हेतु व्यंजक लिखिए। प्रयुक्त संकेतों के अर्थ लिखिए। (2015, 17)

$$\text{उत्तर—} \quad \text{सूक्ष्मदर्शी की विभेदन सीमा} = \frac{\lambda}{2\mu \sin \theta}$$

जहाँ, λ = प्रकाश की तरंगदैर्घ्य,
 μ = वस्तु एवं अभिदृश्यक लेन्स के बीच उपस्थित माध्यम का अपवर्तनांक,
 θ = वस्तु एवं अभिदृश्यक के बीच बने प्रकाश शंकु का अर्द्धशीर्ष कोण।

प्रश्न 39. परावर्ती दूरदर्शी में परवलयकार दर्पण के द्वारक का मान अधिक क्यों रखा जाता है? (NCERT)

उत्तर— जिससे दूरदर्शी में अधिक प्रकाश प्रवेश कर सके तथा प्रतिबिम्ब चमकीला बने।

प्रश्न 40. निकट दृष्टि दोष वाला व्यक्ति 15 सेमी दूर की वस्तु स्पष्ट देख सकता है। 25 सेमी दूर वस्तु को स्पष्ट देखने के लिए आवश्यक लेंस की फोकस दूरी निकालिए। (2017)

हल— दिया है, $u = -25$ सेमी, $v = -15$ सेमी

$$\text{सूत्र—सूत्र } \frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u} \text{ से,}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-15} - \frac{1}{-25}$$

$$= -\frac{1}{15} + \frac{1}{25}$$

$$= \frac{-5+3}{75} = \frac{-2}{75}$$

$$f = \frac{-75}{2} = 37.5 \text{ सेमी}$$

प्रश्न 41. क्या निकट दृष्टिदोष अथवा दीर्घ दृष्टिदोष आवश्यक रूप से यह ध्वनित होता है कि नेत्र ने अपनी समंजन क्षमता आंशिक रूप से खो दी है? यदि नहीं, तो इन दृष्टिदोषों का क्या कारण हो सकता है? (NCERT)

हल— यह आवश्यक नहीं है कि निकट दृष्टिदोष अथवा दूर दृष्टिदोष केवल नेत्र के आंशिक रूप से अपनी समंजन क्षमता खो देने के कारण ही उत्पन्न होता है। यह नेत्र गोलक के सामान्य आकार से बड़ा अथवा छोटा होने के कारण भी उत्पन्न हो सकता है।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. एक लेन्स जिसकी फोकस दूरी f है, एक दीप्त वस्तु का चित्र पर्दे पर m गुना बड़ा बनाता है। सिद्ध कीजिए कि पर्दे की लेन्स से दूरी $(m+1)f$ है। (2011, 13)

हल— लेन्स सूत्र $\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ के दोनों पक्षों में v से गुणा करने पर

$$\frac{v}{v} - \frac{v}{u} = \frac{v}{f}$$

$$(1-m) = \frac{v}{f}$$

$$(\because \frac{v}{u} = \text{आवर्धन } m)$$

$$v = f(1-m)$$

\therefore परन्तु पर्दे पर प्राप्त चित्र वास्तविक होता है जिसके लिए m ऋणात्मक होता है।

अतः समी० (1) में m के स्थान पर $(-m)$ रखने पर पर्दे की लेन्स से दूरी $v = f(1+m) = (m+1)f$.

प्रश्न 2. एक उत्तल लेन्स तथा अवतल लेन्स की फोकस दूरी क्रमशः 10 सेमी व 50 सेमी है। दोनों लेन्स सम्पर्क में रखे हैं। इस युग्म से 25 सेमी की दूरी पर वस्तु रखी है। वस्तु के प्रतिबिम्ब की स्थिति ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— दिया है, उत्तल लेन्स की फोकस दूरी, $f_1 = 10$ सेमी
अवतल लेन्स की फोकस दूरी, $f_2 = -50$ सेमी
∴ दोनों लेन्स सम्पर्क में रखे हैं।

∴ संयुक्त लेन्स की फोकस दूरी, $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{10} + \left(\frac{1}{-50} \right)$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{10} - \frac{1}{50} = \frac{5-1}{50} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25} \text{ सेमी}$$

युग्म से वस्तु की दूरी, $u = 25$ सेमी (दिया है)

$$\text{लेन्स के सूत्र, } \frac{1}{F} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{F} + \frac{1}{u}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{2}{25} + \frac{1}{25} = \frac{3}{25}$$

$$\therefore v = \frac{25}{3} \text{ सेमी या } 8.33 \text{ सेमी}$$

अतः वस्तु के प्रतिबिम्ब की स्थिति $\frac{25}{3}$ सेमी या 8.33 सेमी है।

प्रश्न 3. किसी कमरे की एक दीवार पर लगे विद्युत बल्ब का किसी बड़े आकार के उत्तल लेन्स द्वारा 3m दूरी पर स्थित सामने की दीवार पर प्रतिबिम्ब प्राप्त करना है। इसके लिए उत्तल लेन्स की अधिकतम फोकस दूरी क्या होनी चाहिए? (NCERT)

हल— माना किसी उत्तल लेन्स की फोकस दूरी f है तथा यह बल्ब का प्रतिबिम्ब दूसरी दीवार पर बनाता है।

माना बल्ब की लेन्स से दूरी u (आंशिक मान) तथा दूसरी दीवार की लेन्स से दूरी v है, तब

$$u + v = 3 \Rightarrow u = 3 - v$$

लेन्स के सूत्र में चिह्न सहित मान रखने पर,

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{-u} = \frac{1}{f}$$

$$\text{या } \frac{1}{v} + \frac{1}{(3-v)} = \frac{1}{f}$$

$$\text{या } \frac{3-v+v}{v(3-v)} = \frac{1}{f}$$

$$\text{या } 3f = v(3-v)$$

$$\Rightarrow v^2 - 3v + 3f = 0$$

उक्त समीकरण v के वास्तविक मान देगा यदि

$$B^2 \geq 4AC$$

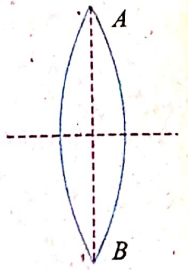
$$\text{या } (-3)^2 \geq 4 \times 3f$$

$$\text{या } 9 \geq 12f$$

$$\Rightarrow f \leq \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{लेन्स की अधिकतम फोकस दूरी } f_{\max} = \frac{3}{4} \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

प्रश्न 4. एक 10 सेमी वक्रता त्रिज्या वाले काँच ($n_g = \frac{3}{2}$) के द्वि-उत्तल लेन्स AB को तल के अनुदिश दो बराबर भागों में काटा जाता है। लेन्स के किसी एक भाग को जल ($n_w = \frac{4}{3}$) में डुबाने पर उस भाग की फोकस दूरी की गणना कीजिए। (2017)



हल— दिया है, $n_g = \frac{3}{2}$, $R_1 = 10$ सेमी, $R_2 = -10$ सेमी

लेन्स की फोकस दूरी के सूत्र, $\frac{1}{f} = (n_g - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$ से

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{3}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{-10} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} = \frac{1}{10}$$

$$f = 10 \text{ सेमी}$$

अतः लेन्स की फोकस दूरी $f = 10$ सेमी

प्रश्न 5. काँच ($n_g = \frac{3}{2}$) के पतले प्रिज्म द्वारा प्रकाश किरण का अल्पतम

विचलन कोण 60° है। यदि प्रिज्म को जल ($n_w = \frac{4}{3}$) में डुबो दिया

जाए तो विचलन कोण कितना हो जायेगा? (2012, 18)

हल— वायु में $n = n_g = \frac{3}{2}$ तथा जल में $n = n_w = \frac{4}{3}$

$$\text{अतः } w^n g = \frac{n_g}{n_w} = \frac{3/2}{4/3} = \frac{9}{4}$$

$$\text{सूत्र } \delta_m = (n-1)A \text{ से, } 60^\circ = \left(\frac{3}{2} - 1 \right) A \quad \dots(1)$$

$$\text{तथा } \delta_m = \left(\frac{9}{4} - 1 \right) A \quad \dots(2)$$

समी० (2) को समी० (1) से भाग करने पर,

$$\frac{\delta_m}{60^\circ} = \frac{\left(\frac{9}{4} - 1 \right) A}{\left(\frac{3}{2} - 1 \right) A} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{2} \quad \text{अथवा } \delta_m = \frac{60^\circ}{4} = 15^\circ$$

अतः जल में प्रिज्म द्वारा उत्पन्न न्यूनतम विचलन कोण 15° है।

प्रश्न 6. किसी प्रिज्म से अल्पतम-विचलन कोण 30° , प्रिज्म के प्रथम अपवर्तक पृष्ठ पर अपवर्तन कोण 30° है। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक ज्ञात कीजिए। (2011, 16)

हल— $\delta_m = 30^\circ$; $r = 30^\circ$, अल्पतम विचलन की स्थिति में,

$$r = A/2 \Rightarrow A = 2r = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore n = \frac{\sin(A + \delta_m)/2}{\sin r} = \frac{\sin(60^\circ + 30^\circ)/2}{\sin 30^\circ} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$= \frac{1/\sqrt{2}}{1/2} = \sqrt{2} = 1.414$$

प्रश्न 7. A प्रिज्म कोण वाले प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक $\operatorname{cosec} \left(\frac{A}{2} \right)$ है।

न्यूनतम विचलन कोण का मान ज्ञात कीजिए। (2014)

हल— अपवर्तनांक $n = \text{cosec}\left(\frac{A}{2}\right)$ तब, सूत्र $n = \frac{\sin(A+\delta)}{\sin A/2}$ से,

$$\text{cosec}\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin A/2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin A/2} = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right)}{\sin A/2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{A+\delta_m}{2}\right) = 1 = \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{A+\delta_m}{2} = 90^\circ$$

$$\therefore \delta_m = 180^\circ - A$$

अतः न्यूनतम विचलन कोण $= 180^\circ - A$

प्रश्न 8. एक ही पदार्थ के तीन प्रिज्म हैं। इनके अपवर्तक कोण क्रमशः 30° , 45° एवं 60° हैं। इन प्रिज्मों की विक्षेपण क्षमताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

(2018)

उत्तर— चूँकि वर्ण विक्षेपण क्षमता प्रिज्म के पदार्थ पर निर्भर करती है, उसके आकार पर नहीं। अतः तीनों प्रिज्म एक ही काँच के बने होने के कारण प्रत्येक की विक्षेपण क्षमता समान होगी। अतः इनकी वर्ण-विक्षेपण क्षमताओं का अनुपात 1:1:1 होगा।

प्रश्न 9. प्रकाश का प्रकीर्णन क्या है? प्रकीर्णन पर आधारित रमन प्रभाव क्या है?

(2016, 18)

हल— प्रकाश का प्रकीर्णन—माध्यम के कणों द्वारा प्रकाश ऊर्जा को अवशोषित कर अन्य दिशाओं में पुनः विकिरित करने की क्रिया को प्रकाश का प्रकीर्णन कहते हैं।

बेन्जीन जैसे कार्बनिक द्रव पर प्रकाश के तीव्र किरण पुंज को डालकर उससे प्रकीर्णित प्रकाश का अध्ययन करते हुए देखा कि प्रकीर्णित प्रकाश में आपतित प्रकाश की आवृत्ति ν की रेखा के अतिरिक्त उससे कम आवृत्ति $(\nu - \nu_1)(\nu - \nu_2) \dots$ तथा उससे अधिक आवृत्ति $(\nu + \nu_1)(\nu + \nu_2) \dots$ की भी रेखाएँ प्राप्त होती हैं, जिन्हें स्टोक रेखाएँ तथा प्रतिस्टोक रेखाएँ कहते हैं। इस स्पेक्ट्रम को रमन स्पेक्ट्रम तथा इस प्रभाव को रमन प्रभाव कहते हैं।

प्रश्न 10. रैले-प्रकीर्णन का प्रतिबन्ध लिखिए।

(2018)

उत्तर— लॉर्ड रैले के अनुसार, किसी कण द्वारा प्रकीर्णित प्रकाश की तीव्रता उसकी तरंगदैर्घ्य की चतुर्थ घात के व्युत्क्रमानुपाती होती है, जबकि कण का आकार प्रकाश की तरंगदैर्घ्य की तुलना में बहुत छोटा हो।

यदि आपतित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य λ तथा प्रकीर्णित प्रकाश की तीव्रता/हो, तब

$$I \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

दृश्य प्रकाश में लाल रंग की तरंगदैर्घ्य सबसे अधिक ($\lambda \approx 7500 \text{ \AA}$) होती है, अतः उसका प्रकीर्णन सबसे कम होता है, जबकि बैंगनी रंग की तरंगदैर्घ्य सबसे कम ($\lambda \approx 4000 \text{ \AA}$) होती है, अतः उसका प्रकीर्णन सबसे अधिक होता है, परन्तु सूर्य के प्रकाश में बैंगनी रंग की तीव्रता बहुत कम व नीले रंग की तीव्रता अधिक होती है, अतः प्रकीर्णित प्रकाश में नीला रंग सबसे अधिक होता है।

प्रश्न 11. सूक्ष्मदर्शी की विभेदन-क्षमता से आप क्या समझते हैं? इसका सूत्र लिखिए तथा बताइए कि यह किस प्रकार बढ़ाई जा सकती है?

यह किसी सूक्ष्मदर्शी की विभेदन-क्षमता से क्या तात्पर्य है? (2013)
सूक्ष्मदर्शी की विभेदन-क्षमता के लिए व्यंजक लिखिए। सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता कैसे बढ़ायी जा सकती है? (2015)

उत्तर— किसी सूक्ष्मदर्शी की विभेदन-क्षमता उसकी दो समीपवर्ती वस्तुओं के प्रतिबिम्बों को अलग-अलग करने की क्षमता है। सूक्ष्मदर्शी की विभेदन-क्षमता प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य (λ) के व्युत्क्रमानुपाती तथा सूक्ष्मदर्शी में प्रवेश करने वाली प्रकाश-किरणों के शंकु-कोण के अनुक्रमानुपाती होती है।

$$\text{विभेदन-क्षमता} \propto \frac{\text{शंकु-कोण}}{\lambda}$$

$$\text{अथवा} \quad \text{विभेदन-क्षमता} = \frac{2n \sin \alpha}{1.22 \lambda}$$

जहाँ λ प्रकाश की तरंगदैर्घ्य है, n वस्तु तथा अभिदृश्यक के बीच माध्यम का निरपेक्ष अपवर्तनांक तथा $\alpha =$ अर्द्ध शंकु-कोण।

सूक्ष्मदर्शी का उपयोग समीप की वस्तुओं को देखने में होता है; जैसे—सूक्ष्म कण, स्लाइडें इत्यादि। इन वस्तुओं को किसी प्रकाश-स्रोत से प्रकाशित करते हैं। इसकी विभेदन-सीमा घटाने के लिए (अथवा विभेदन-क्षमता बढ़ाने के लिए) शंकु-कोण का मान अधिक नहीं बढ़ाया जा सकता है, परन्तु छोटे तरंगदैर्घ्य के प्रकाश का प्रयोग करके λ का मान घटाया जा सकता है। अतः साधारण प्रकाश के स्थान पर नीला प्रकाश प्रयुक्त करके सूक्ष्मदर्शी की विभेदन-क्षमता को बढ़ाया जा सकता है।

प्रश्न 12. किसी दूरदर्शी की विभेदन-क्षमता से क्या तात्पर्य है? इसका सूत्र लिखिए। दूरदर्शी की विभेदन-क्षमता कैसे बढ़ायी जाती है?

(2017)

या दूरदर्शी की विभेदन क्षमता का सूत्र लिखिए तथा प्रयुक्त प्रतीकों के अर्थ बताइए। इसको कैसे बढ़ाया जा सकता है? (2011, 12)

उत्तर— दो समीपवर्ती वस्तुओं को दूरदर्शी द्वारा देखने पर प्रतिबिम्बों को अलग-अलग करने की क्षमता को दूरदर्शी की 'विभेदन-क्षमता' कहते हैं।

$$\text{दूरदर्शी की विभेदन-क्षमता} \propto \frac{1}{\text{विभेदन-सीमा}}$$

$$\text{अथवा} \quad \text{विभेदन-क्षमता} = \frac{d}{1.22 \lambda}$$

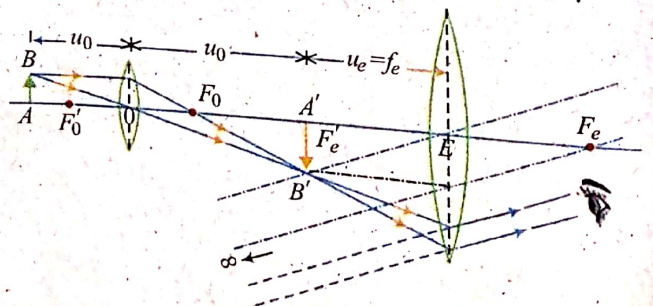
जहाँ λ प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य तथा d दूरदर्शी के अभिदृश्यक लेन्स का व्यास है। विभेदन क्षमता $\propto \frac{\lambda}{d}$ अर्थात् विभेदन क्षमता $= \frac{1.22 \lambda}{d}$

स्पष्ट है कि दूरदर्शी की विभेदन-क्षमता, दूरदर्शी के अभिदृश्यक लेन्स का व्यास (d) बढ़ाकर बढ़ायी जा सकती है अर्थात्, विभेदन-क्षमता अभिदृश्यक के द्वारक तथा प्रकाश की तरंगदैर्घ्य पर निर्भर करती है।

प्रश्न 13. संयुक्त सूक्ष्मदर्शी का नामांकित किरण आरेख बनाइए जब अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्तता पर बनता है। इसकी विभेदन क्षमता कैसे बढ़ायी जा सकती है?

(2015)

उत्तर— श्रांत आँख के लिए अन्तिम प्रतिबिम्ब $A''B''$ अनन्तता पर बनता है। इस दशा में प्रतिबिम्ब $A'B'$, नेत्रिका E के फोकस F_e पर होगा। संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता के लिए उपर्युक्त प्रश्न 22 देखिए।



प्रश्न 14. एक दूर-दृष्टि दोष वाले मनुष्य का निकट बिन्दु आँख से 150 सेमी पर है। यदि वह 25 सेमी दूर स्थित पुस्तक को पढ़ना चाहता है तो उसे कैसा तथा कितनी फोकस दूरी का लेन्स लगाना होगा?

हल— इस व्यक्ति की आँख का निकट-बिन्दु 150 सेमी पर है। उसे एक ऐसा लेन्स चाहिए जो 25 सेमी की दूरी पर स्थित वस्तु का प्रतिबिम्ब 150 सेमी पर बना दे। इस प्रकार लेन्स के लिए $u = -25$ सेमी तथा $v = -150$ सेमी

लेन्स के सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$ से,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-150} - \frac{1}{-25}$$

$$= -\frac{1}{150} + \frac{1}{25} = \frac{-1+6}{150} = \frac{5}{150} = \frac{1}{30}$$

$\Rightarrow f = +30$ सेमी (उत्तल लेन्स)

प्रश्न 15. एक दूरदर्शी में अभिदृश्यक एवं नेत्रिका की फोकस दूरियाँ क्रमशः 100 सेमी और 50 सेमी हैं। दूरदर्शी की अधिकतम लम्बाई और आवर्धन क्षमता की गणना कीजिए। (NCERT) (2017)

हल— दिया है, $f_o = 100$ सेमी, $f_e = 50$ सेमी

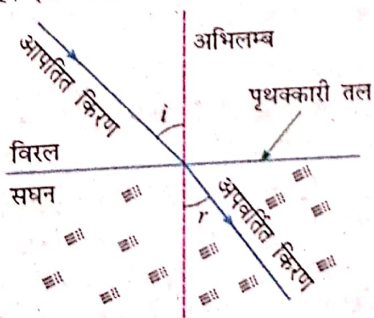
दूरदर्शी की आवर्धन क्षमता, $M = -\frac{f_o}{f_e} = -\frac{100}{50} = -2$

दूरदर्शी की लम्बाई, $L = f_o + f_e = 100 + 50 = 150$ सेमी

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. प्रकाश के अपवर्तन से आप क्या समझते हैं? इसके नियम लिखिए।

उत्तर— प्रकाश का अपवर्तन—जब प्रकाश एक पारदर्शी माध्यम से दूसरे पारदर्शी माध्यम में प्रवेश करता है, तो दूसरे माध्यम में जाने पर इसका वेग तथा दिशा बदल जाती है। इस घटना को प्रकाश का अपवर्तन कहते हैं।



अपवर्तन के नियम

प्रकाश का अपवर्तन निम्न दो नियमों के अनुसार होता है—

(i) आपतित किरण, अपवर्तित किरण और आपतन बिन्दु पर अभिलम्ब तीनों एक ही तल में होते हैं।

(ii) किन्हीं दो माध्यमों के लिए तथा एक निश्चित रंग (तरंगदैर्घ्य) के प्रकाश के लिए आपतन कोण की ज्या तथा अपवर्तन कोण की ज्या की निष्पत्ति एक नियतांक होती है।

यदि आपतन कोण i व अपवर्तन कोण r हैं, तो

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \text{नियतांक}$$

इस नियम को स्नेल का नियम (Snell's Law) कहते हैं तथा इस नियतांक को पहले माध्यम के सापेक्ष दूसरे माध्यम का अपवर्तनांक

(refractive index) कहते हैं। यदि पहले व दूसरे माध्यम को 1 व 2 से निरूपित करें, तो माध्यम 2 का 1 के सापेक्ष अपवर्तनांक n_2 से प्रदर्शित करते हैं।

इस प्रकार $\frac{\sin i}{\sin r} = n_2$

किसी पदार्थ का अपवर्तनांक (i) माध्यम की प्रकृति, (ii) माध्यम की भौतिक अवस्था, (iii) प्रकाश के रंग तथा (iv) माध्यम के ताप पर निर्भर करता है।

प्रश्न 2. किसी अवतल दर्पण के लिए सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$ की स्थापना कीजिए, जहाँ संकेतों के सामान्य अर्थ हैं। (2017)

हल— माना कि M_1M_2 एक अवतल दर्पण है जिसका ध्रुव P है, फोकस F है तथा वक्रता केन्द्र C है। इसकी मुख्य अक्ष के किसी बिन्दु पर एक वस्तु AB रखी है। वस्तु के सिरे A से मुख्य अक्ष के समानान्तर चलने वाली आपतित किरण AM दर्पण के बिन्दु M से टकराती है। परावर्तन के पश्चात् यह किरण दर्पण के फोकस F से होकर गुजरती है। दूसरी किरण AO दर्पण के वक्रता केन्द्र C से होकर जाती है तथा परावर्तन के पश्चात् उसी मार्ग से वापस लौट जाती है। दोनों परावर्तित किरणें बिन्दु A' पर काटती हैं। इस बिन्दु A' से मुख्य अक्ष पर डाला गया लम्ब $A'B'$, वस्तु AB का प्रतिबिम्ब है।

अब, माना कि वस्तु AB की दर्पण के ध्रुव से दूरी $PB = -u$, प्रतिबिम्ब $A'B'$ की दूरी $PB' = -v$, दर्पण की वक्रता त्रिज्या $PC = -R$ तथा दर्पण की फोकस दूरी $PF = -f$ है। (ये सभी दूरियाँ चूँकि आपतित किरण के चलने की दिशा के विपरीत दिशा में नापी जाती हैं अर्थात् दर्पण के बायीं ओर हैं; अतः चिह्न परिपाटी के अनुसार ये दूरियाँ ऋणात्मक हैं।)

$\triangle ABC$ तथा $\triangle A'B'C$ समकोणिक हैं।

$$\text{अतः} \quad \frac{AB}{A'B'} = \frac{CB}{B'C} \quad \dots(1)$$

इसी प्रकार, $\triangle A'B'F$ तथा $\triangle MNF$ भी समकोणिक हैं।

$$\therefore \quad \frac{MN}{A'B'} = \frac{NF}{FB'} \quad \dots(2)$$

परन्तु $MN = AB$,

$$\therefore \quad \frac{AB}{A'B'} = \frac{NF}{FB'} \quad \dots(3)$$

समीकरण (1) व (3) की तुलना करने पर,

$$\frac{CB}{B'C} = \frac{NF}{FB'} \quad \dots(4)$$

माना दर्पण पर बिन्दु M , ध्रुव P के बहुत समीप है, तब N व P बिन्दु अत्यन्त निकट होंगे। उस स्थिति में

$$NF = PF \text{ (लगभग)}$$

यह मान समीकरण (4) में रखने पर,

$$\frac{CB}{B'C} = \frac{PF}{FB'} \quad \text{अथवा} \quad \frac{PB - PC}{PC - PB'} = \frac{PF}{PB' - PF}$$

चिह्न सहित मान रखने पर,

$$\frac{-u - (-R)}{-R - (-v)} = \frac{-f}{-v - (-f)}$$

परन्तु $R = 2f$,

$$\frac{-u+2f}{-2f+v} = \frac{-f}{-v+f}$$

या $(-u+2f)(-v+f) = -f(-2f+v)$

$$uv - uf - 2fv + 2f^2 = 2f^2 - fv$$

$$uv - uf - fv = 0, \quad \text{या} \quad uf + fv = uv$$

दोनों पक्षों में uvf से भाग करने पर,

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

यही सूत्र अवतल दर्पण के लिए फोकस दूरी तथा दर्पण से वस्तु और प्रतिबिम्ब की दूरियों में सम्बन्ध का सूत्र है।

प्रश्न 3. लेन्स को जल में डुबाने पर उसकी फोकस दूरी और क्षमता पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

उत्तर— लेन्स को जल में डुबाने पर लेन्स की फोकस दूरी तथा क्षमता पर प्रभाव—

जब किसी लेन्स को किसी पारदर्शी द्रव में डुबोया जाता है तो उसकी फोकस दूरी बदल जाती है। यदि द्रव का अपवर्तनांक लेन्स के अपवर्तनांक से कम हो, तो फोकस दूरी बढ़ जाती है, परिणामस्वरूप उसकी क्षमता घट जाती है, लेकिन लेन्स की प्रकृति नहीं बदलती और यदि द्रव का अपवर्तनांक लेन्स के अपवर्तनांक के बराबर हो, तो लेन्स की फोकस दूरी अनन्त व उसकी क्षमता शून्य हो जाती है। ऐसे द्रव में डूबने पर लेन्स दिखाई नहीं देगा और यदि द्रव का अपवर्तनांक लेन्स के अपवर्तनांक से अधिक है तो लेन्स की फोकस दूरी घट जाती है, क्षमता बढ़ जाती है साथ-ही-साथ उसकी प्रकृति भी बदल जाती है। अर्थात् उत्तल लेन्स, अवतल लेन्स की तरह तथा अवतल लेन्स, उत्तल लेन्स की तरह व्यवहार करने लगता है। अतः स्पष्ट है कि द्रव में डुबाने पर लेन्स की क्षमता बदल जाती है।

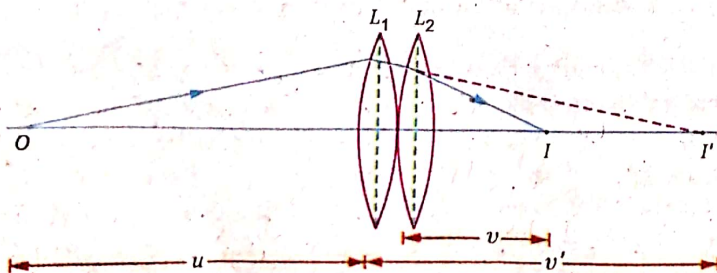
प्रश्न 4. परस्पर सम्पर्क में रखे दो पतले लेन्सों के संयोजन की फोकस दूरी के लिए सूत्र की स्थापना कीजिए।

(2011, 15, 16, 17)

परस्पर सम्पर्क में रखे दो पतले उत्तल लेन्सों के संयोजन की फोकस दूरी F के लिए सूत्र $1/F = 1/f_1 + 1/f_2$ की स्थापना कीजिए, जहाँ f_1 तथा f_2 क्रमशः दोनों लेन्सों की फोकस दूरियाँ हैं।

या f_1 फोकस दूरी का उत्तल लेन्स f_2 फोकस दूरी के अवतल लेन्स के सम्पर्क में रखा है। संयुक्त लेन्स की फोकस दूरी एवं प्रकृति ज्ञात कीजिए, जबकि $f_1 < f_2$ ।

उत्तर— दो पतले उत्तल लेन्सों L_1 व L_2 को सम्पर्क में रखकर एक संयुक्त लेन्स बनाया गया है। माना इनकी फोकस दूरियाँ क्रमशः f_1 व f_2 हैं तथा इस संयुक्त लेन्स द्वारा बिन्दु-वस्तु O का प्रतिबिम्ब I पर बनता है। प्रतिबिम्ब बनने की प्रक्रिया को निम्न प्रकार समझा जा सकता है—



यदि L_2 लेन्स न हो तो वस्तु O का प्रतिबिम्ब लेन्स L_1 द्वारा I' पर बनता। यदि I' की L_1 से दूरी v' हो तथा L_1 से O की दूरी u हो, तो लेन्स के सूत्र से

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f_1} \quad \dots(1)$$

अब, प्रतिबिम्ब I' लेन्स L_2 के लिए आभासी वस्तु का कार्य करता है जो इसका प्रतिबिम्ब I पर बनाता है। प्रतिबिम्ब I की L_2 से दूरी v हो, तो लेन्स के सूत्र से,

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} = \frac{1}{f_2} \quad \dots(2)$$

समी० (1) व समी० (2) को जोड़ने पर

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \dots(3)$$

यदि इन दोनों लेन्सों के स्थान पर एक ऐसे पतले लेन्स का प्रयोग करें जो u दूरी पर रखी वस्तु का प्रतिबिम्ब v दूरी पर बनाये, तो लेन्स की फोकस दूरी F के लिए

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{F} \quad \dots(4)$$

समी० (3) व समी० (4) की तुलना करने पर

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \dots(5)$$

इस सूत्र से संयुक्त लेन्स की फोकस दूरी की गणना की जा सकती है। समीकरण (5) प्राप्त करने के लिए दो उत्तल लेन्सों को सम्पर्क में रखा हुआ माना गया है, परन्तु यह समीकरण ऐसे संयुक्त लेन्स के लिए भी सही है जो एक उत्तल एवं एक अवतल लेन्स से बना हो, अथवा दो अवतल लेन्सों से बना हो। समीकरण (5) का उपयोग करते समय इस बात को ध्यान में रखते हैं कि उत्तल लेन्स के लिए फोकस दूरी धनात्मक एवं अवतल लेन्स की फोकस दूरी ऋणात्मक लेते हैं।

यदि L_1 उत्तल लेन्स एवं L_2 अवतल लेन्स हो, तो

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}$$

$$\text{या} \quad F = \frac{f_1 f_2}{f_2 - f_1}$$

- यदि $f_1 > f_2$, तब F ऋणात्मक होगा और संयुक्त लेन्स अवतल लेन्स की भाँति कार्य करेगा।
- यदि $f_1 < f_2$, तब F धनात्मक होगा और संयुक्त लेन्स उत्तल लेन्स की भाँति कार्य करेगा।
- यदि $f_1 = f_2$, तब F अनन्त होगा और संयुक्त लेन्स समतल प्लेट की भाँति कार्य करेगा।

extrashots

★ यदि f_1 तथा f_2 फोकस दूरियों के दो लेन्स परस्पर d दूरी पर रखे हों तो उनके संयोजन की फोकस दूरी (F) का सूत्र

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \quad \text{अथवा} \quad F = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}$$

प्रश्न 5. एक उभयोत्तल लेन्स 1.5 अपवर्तनांक के काँच से बना है। इसके दोनों पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ 20 सेमी हैं। लेन्स की क्षमताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए जब इसे हवा में रखा जाए और जब इसे 1.25 अपवर्तनांक के द्रव में डुबाया जाए।

(2014)

किरण प्रकाशिकी एवं प्रकाशिक यंत्र

हल— वायु के लिए लेन्स की क्षमता

$$P_{air} = \frac{1}{f} = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \left(\because n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \right)$$

जहाँ

$$R_1 = +20, R_2 = -20$$

$$= \left[\left(\frac{15}{1} - 1 \right) \left(\frac{1}{20} - \left(-\frac{1}{20} \right) \right) \right] = (0.5) \left[\frac{1}{20} + \frac{1}{20} \right]$$

$$P_{air} = 0.5 \times \frac{1}{10} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \text{ D}$$

$$\text{अब, } \frac{P_{air}}{D_{liquid}} = \frac{1}{20} \times \frac{50}{1} \Rightarrow \frac{P_{air}}{D_{liquid}} = 2.5$$

अब द्रव में लेन्स की क्षमता,

$$P_{liquid} = \frac{1}{f} = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$= \left[\left(\frac{150}{125} - 1 \right) \left(\frac{1}{20} - \left(-\frac{1}{20} \right) \right) \right]$$

$$= \left(\frac{150}{125} - 1 \right) \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{20} \right) = \left(\frac{150 - 125}{125} \right) \left(\frac{1}{10} \right)$$

$$= \left(\frac{25}{125} \right) \left(\frac{1}{10} \right) = \frac{1}{50}$$

$$P_{liquid} = \frac{1}{50}$$

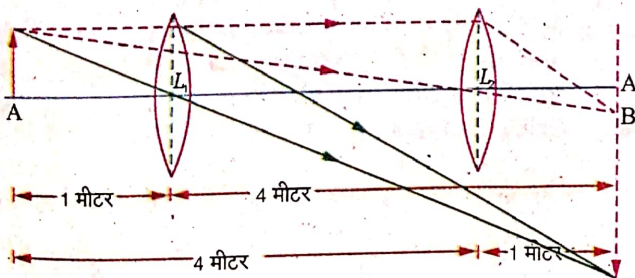
$$\text{अब } \frac{P_{air}}{P_{liquid}} = \frac{1}{20} \times \frac{50}{1} = 5:2$$

प्रश्न 6. एक लैम्प दीवार से 5 मी की दूरी पर है। लैम्प तथा दीवार के मध्य एक उत्तल लेंस लैम्प से क्रमशः 1 मी एवं 4 मी की दूरी पर रखने पर लैम्प के वास्तविक प्रतिबिम्ब दीवार पर बनते हैं। लेंस की फोकस दूरी एवं दोनों स्थितियों में आवर्धन का परिमाण ज्ञात कीजिए। (2018)

हल— लेंस की दो स्थितियों के बीच विस्थापन $d = 4 - 1 = 3$ मी
वस्तु तथा प्रतिबिम्ब के बीच की दूरी, $a = 5$ मी

$$\therefore \text{ लेंस की फोकस दूरी, } f = \frac{a^2 - d^2}{4a}$$

$$= \frac{(5^2 - 3^2)}{4 \times 5} = \frac{4}{5} = 0.8 \text{ मीटर}$$



अब, प्रथम स्थिति में, लैम्प (वस्तु) की लेंस से दूरी, $u = -1$ मी
प्रतिबिम्ब (दीवार) की लेंस से दूरी, $v = +4$ मीटर

$$\therefore \text{ आवर्धन, } m = \frac{v}{u} = \frac{4}{-1} = -4$$

दूसरी स्थिति में, $u = -4$ मी तथा $v = +1$ मीटर

$$\therefore \text{ आवर्धन, } m = \frac{v}{u} = \frac{1}{-4}$$

प्रश्न 7. किसी परदे को बिम्ब से 90 cm दूर रखा गया है। परदे पर किसी उत्तल लेन्स द्वारा उसे एक-दूसरे से 20 cm दूर स्थितियों पर रखकर, दो प्रतिबिम्ब बनाए जाते हैं। लेन्स की फोकस दूरी ज्ञात कीजिए। (NCERT)

हल— माना बिम्ब की लेन्स से दूरी u (आंकीक मान) है तथा प्रतिबिम्ब (परदे) की लेन्स से दूरी v है।

$$u + v = 90 \Rightarrow v = 90 - u$$

तब लेन्स के सूत्र में चिह्न सहित मान रखने पर,

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{-u} = \frac{1}{f} \quad \text{या} \quad \frac{1}{90 - u} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\text{या} \quad \frac{u + 90 - u}{(90 - u)u} = \frac{1}{f} \Rightarrow 90f = (90 - u)u$$

$$\text{या} \quad u^2 - 90u + 90f = 0 \quad \dots (1)$$

चूँकि लेन्स दो स्थितियों में वस्तु का प्रतिबिम्ब परदे पर बनाता है तथा दो स्थितियों के बीच की दूरी 20 cm है; अतः समीकरण (1) में u में दो मूल (माना u_1 व u_2) होंगे जिनका अन्तर 20 cm होगा।

$$\text{अर्थात्} \quad (u_1 - u_2)^2 = (20)^2 = 400$$

$$\text{समीकरण (1) से,} \quad u_1 + u_2 = 90$$

$$u_1 u_2 = 90f$$

$$\therefore (u_1 - u_2)^2 = (u_1 + u_2)^2 - 4u_1 u_2$$

$$\Rightarrow 400 = (90)^2 - 4 \times 90f$$

$$\Rightarrow 360f = 8100 - 400 = 7700$$

$$\therefore \text{ फोकस दूरी } f = \frac{7700}{360} = 21.38 \approx 21.4 \text{ cm}$$

अन्य विधि—विस्थापन विधि के सूत्र से,

$$f = \frac{a^2 - d^2}{4a}$$

यहाँ a = बिम्ब तथा प्रतिबिम्ब के बीच की दूरी = 90 cm

d = लेन्स की दो स्थितियों के बीच की दूरी = 20 cm

$$\therefore \text{ फोकस दूरी } f = \frac{(90)^2 - (20)^2}{4 \times 90}$$

$$= \frac{8100 - 400}{360} = \frac{7700}{360} = 21.4 \text{ cm}$$

प्रश्न 8. प्रकाश के वर्ण-विक्षेपण से आप क्या समझते हैं? एक प्रिज्म द्वारा श्वेत प्रकाश का वर्ण-विक्षेपण किस प्रकार होता है? समझाइए। (NCERT)

उत्तर— श्वेत प्रकाश विभिन्न रंगों के प्रकाश का मिश्रण होता है। जब श्वेत प्रकाश की किरण प्रिज्म पर आपतित होती है तो विभिन्न रंगों की अनेक किरणों में विभाजित हो जाती है। इस प्रक्रिया को प्रकाश का 'वर्ण-विक्षेपण' (dispersion) कहते हैं। वर्ण-विक्षेपण का कारण किसी पदार्थिक माध्यम में भिन्न-भिन्न रंगों में प्रकाश की चाल का भिन्न-भिन्न होना है। अतः किसी पदार्थ का अपवर्तनांक n भिन्न-भिन्न रंगों में प्रकाश के लिए भिन्न-भिन्न होता है। काँच का अपवर्तनांक बैंगनी प्रकाश के लिए सबसे अधिक होता है। अतः सूत्र $\delta_m = (n - 1)A$ के अनुसार, बैंगनी प्रकाश का विचलन कोण लाल प्रकाश के विचलन कोण से बड़ा होता है। भिन्न-भिन्न रंगों के लिए भिन्न-भिन्न विचलन कोण होने के कारण, श्वेत प्रकाश के प्रिज्म में प्रवेश करने पर इसमें से भिन्न रंगों की किरणें भिन्न-भिन्न दिशाओं में निकलती हैं।

बैंगनी रंग के प्रकाश की किरण प्रिज्म के आधार की ओर सबसे अधिक तथा लाल प्रकाश की ओर सबसे कम झुकती है। अतः श्वेत प्रकाश विभिन्न रंगों की किरणों में विभाजित हो जाता है। इसी को वर्ण-विक्षेपण कहते हैं।

प्रश्न 9. विचलन-कोण एवं वर्ण-विक्षेपण से क्या तात्पर्य है? वर्ण-विक्षेपण क्षमता के लिए सूत्र निगमित कीजिए। (2019)

उत्तर— विचलन-कोण—प्रिज्म पर आपतित प्रकाश किरण को आगे तथा प्रिज्म से निर्गत प्रकाश किरण को पीछे की ओर बढ़ाने पर उनके बीच बने कोण को विचलन कोण (δ) कहते हैं।

वर्ण-विक्षेपण—उपर्युक्त लघु उत्तरीय प्रश्न 8 का उत्तर देखें।

वर्ण-विक्षेपण क्षमता के लिए सूत्र का निगमन—जब श्वेत प्रकाश का किसी प्रकाशिक माध्यम (जैसे—प्रिज्म) द्वारा वर्ण-विक्षेपण होता है, तो किन्हीं दो रंगों (जैसे—बैंगनी व लाल रंग) की निर्गत किरणों के बीच उत्पन्न कोणीय वर्ण-विक्षेपण (θ) तथा इन रंगों के माध्य रंग (पीला रंग) की किरण के लिए विचलन कोण (δ_Y) का अनुपात प्रकाशिक माध्यम (प्रिज्म) की वर्ण-विक्षेपण क्षमता कहलाता है। यह प्रकाशिक माध्यम का अभिलाक्षणिक गुण है। इसको ग्रीक अक्षर ω (ओमेगा) से प्रदर्शित करते हैं।

वर्ण-विक्षेपण क्षमता =

किन्हीं दो रंगों के लिए कोणीय वर्ण-विक्षेपण

इन रंगों के माध्य रंग की किरण का विचलन कोण

$$\text{अर्थात्} \quad \omega = \frac{\theta}{\delta_Y} \quad \dots(1)$$

यदि बैंगनी तथा लाल रंग के प्रकाश की किरणों के लिए विचलन कोण क्रमशः δ_V तथा δ_R हों, तो कोणीय वर्ण-विक्षेपण, $\theta = \delta_V - \delta_R$

$$\therefore \quad \omega = \frac{\delta_V - \delta_R}{\delta_Y} \quad \dots(2)$$

यदि n_V , n_R तथा n_Y क्रमशः बैंगनी, लाल तथा पीले रंगों के लिए प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक तथा A प्रिज्म कोण है,

तो सूत्र $\delta_m = (n - 1) A$ से,

$$\delta_V = (n_V - 1) A;$$

$$\delta_R = (n_R - 1) A$$

तथा $\delta_Y = (n_Y - 1) A$

$$\therefore \quad \delta_V - \delta_R = (n_V - 1) A - (n_R - 1) A$$

$$\text{या} \quad \delta_V - \delta_R = (n_V - n_R) A$$

समीकरण (2) में $\delta_V - \delta_R$ तथा δ_Y के मान रखने पर,

$$\omega = \frac{(n_V - n_R) A}{(n_Y - 1) A} \quad \text{या} \quad \omega = \frac{(n_V - n_R)}{(n_Y - 1)} \quad \dots(3)$$

स्पष्ट है कि प्रिज्म के पदार्थ की वर्ण-विक्षेपण क्षमता केवल पदार्थ पर निर्भर करती है, उसकी ज्यामिति अर्थात् प्रिज्म कोण A पर नहीं।

प्रश्न 10. (a) 25.0 सेमी तथा 2.5 सेमी फोकस दूरी वाले दो उत्तल लेन्स दिए गए हैं। दूरदर्शी बनाने हेतु इनको किस प्रकार समायोजित करेंगे? एक स्वच्छ चित्र द्वारा प्रतिबिम्ब के बनने को प्रदर्शित कीजिए। इस दूरदर्शी की आवर्धन क्षमता कितनी होगी? (NCERT)

(b) खगोलीय दूरदर्शक के अभिदृश्यक तथा नेत्रिका की फोकस दूरियाँ

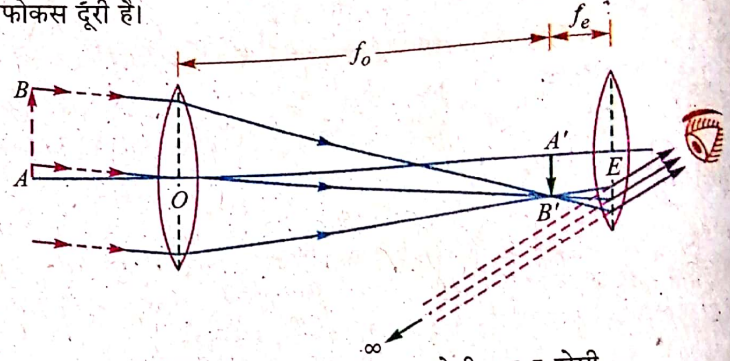
क्रमशः 250 सेमी व 10 सेमी हैं। अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की

(i) न्यूनतम दूरी पर बनता है, (ii) अनन्तता पर बनता है। दोनों

दशाओं में दूरदर्शक की आवर्धन क्षमता की गणना कीजिए।

(2015, 18)

हल— (a) 25.0 सेमी फोकस दूरी वाला उत्तल लेन्स अभिदृश्यक O तथा 2.5 सेमी वाला नेत्रिका E के रूप में प्रयुक्त किया जायेगा। श्रान्त आँख (relaxed eye) से देखने के लिए अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्तता पर बनना चाहिए। इसके लिए नेत्रिका E तथा अभिदृश्यक O के बीच दूरी इतनी रखते हैं कि दूर-स्थित वस्तु AB का अभिदृश्यक द्वारा बना प्रतिबिम्ब $A'B'$, नेत्रिका E के फोकस पर पड़े (चित्र)। स्पष्ट है कि इसके लिए दोनों लेन्सों के बीच दूरी ($f_o + f_e$) के बराबर होगी, जहाँ f_o अभिदृश्यक की तथा f_e नेत्रिका की फोकस दूरी है।



लेन्सों के बीच दूरी, $f_o + f_e = 25.0$ सेमी + 2.5 सेमी

$$= 27.5 \text{ सेमी}$$

$$\text{आवर्धन-क्षमता, } M = -\frac{f_o}{f_e} = -\frac{25.0 \text{ सेमी}}{2.5 \text{ सेमी}} = -10$$

(b) (i) जब अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी D पर बनता है, तब

$$\text{खगोलीय दूरदर्शी की आवर्धन-क्षमता } M = -\frac{f_o}{f_e} \left(1 + \frac{f_e}{D} \right)$$

जहाँ f_o तथा f_e क्रमशः अभिदृश्यक तथा नेत्रिका लेन्सों की फोकस दूरियाँ हैं। यहाँ $f_o = +250$ सेमी, $f_e = +10$ सेमी तथा $D = 25$ सेमी।

$$\therefore \quad M = -\frac{250 \text{ सेमी}}{10 \text{ सेमी}} \left(1 + \frac{10 \text{ सेमी}}{25 \text{ सेमी}} \right) = -35$$

ऋण चिह्न यह प्रकट करता है कि प्रतिबिम्ब उल्टा है।

(ii) जब अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्तता पर बनता है, तब आवर्धन-क्षमता

$$M = -\frac{f_o}{f_e} = -\frac{250 \text{ सेमी}}{10 \text{ सेमी}} = -25$$

प्रश्न 11. इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी की विभेदन-क्षमता प्रकाशीय इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी की तुलना में अधिक क्यों होती है? (2011, 13)

या इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी की उपयोगिता बताइए। (2010)

या समझाइए कि किसी इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी की विभेदन क्षमता, प्रकाश सूक्ष्मदर्शी से अधिक क्यों होती है? (2013)

उत्तर— इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी—आजकल अतिसूक्ष्म वस्तुओं के चित्र लेने के लिए इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी (electron microscope) काम में लाया जाता है। इसमें प्रकाश पुंज के स्थान पर तीव्रगामी इलेक्ट्रॉन पुंज को प्रयुक्त करते हैं। इलेक्ट्रॉन पुंज तरंग की तरह व्यवहार करता है जिसकी तरंगदैर्घ्य डी-ब्रॉग्ली के सिद्धान्तानुसार $\lambda = (h/mv)$ बहुत छोटी अर्थात् 1 \AA की कोटि (order) की होती है। यह दृश्य प्रकाश की तरंगदैर्घ्य से लगभग 5000 गुना छोटी होती है। परन्तु विभेदन-क्षमता तरंगदैर्घ्य के व्युत्क्रमानुपाती होती है। अतः इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी की विभेदन-क्षमता, प्रकाशिक सूक्ष्मदर्शी की तुलना में लगभग 5000 गुना अधिक होती है। यही इस सूक्ष्मदर्शी की उपयोगिता है।

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. क्रान्तिक कोण तथा पूर्ण आन्तरिक परावर्तन से क्या अभिप्राय है ?

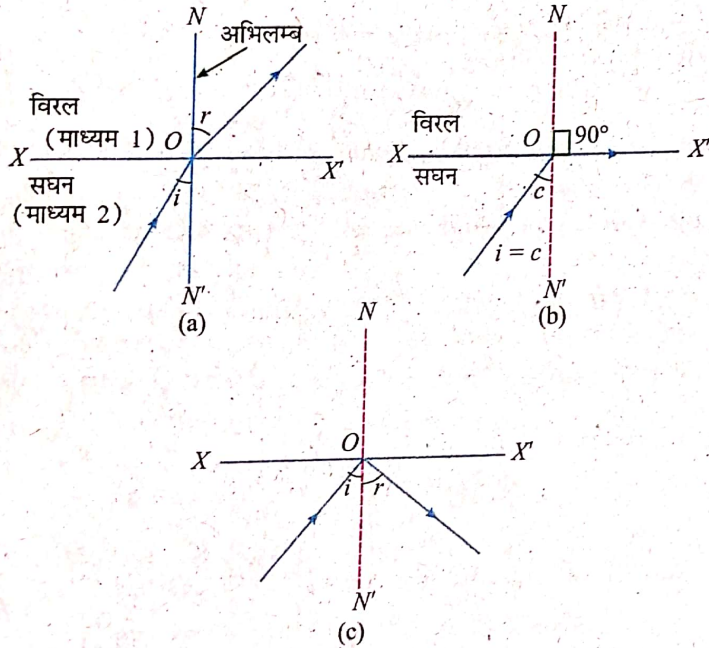
सिद्ध कीजिए कि $n = \frac{1}{\sin C}$, जहाँ संकेतों के सामान्य अर्थ हैं।

या सिद्ध कीजिए कि सघन माध्यम का अपवर्तनांक क्रान्तिक कोण की ज्या (sine) का व्युत्क्रमानुपाती होगा। (2015, 17)

या पूर्ण आन्तरिक परावर्तन की व्याख्या कीजिए तथा क्रान्तिक कोण के महत्त्व को रेखांकित कीजिए। (2015)

या पूर्ण आन्तरिक परावर्तन से आप क्या समझते हैं? इसकी आवश्यक शर्तें लिखिए। (2015, 18)

उत्तर— जब कोई प्रकाश-किरण सघन माध्यम से विरल माध्यम में प्रवेश करती है तो इसका अधिकांश भाग अपवर्तित हो जाता है तथा शेष भाग परावर्तित हो जाता है। इस दशा में प्रकाश-किरण अभिलम्ब से दूर हटती है, अतः अपवर्तन कोण का मान आपतन कोण से बड़ा होता है।



अब यदि सघन माध्यम में आपतन कोण (i) को बढ़ाते जायें, तो विरल माध्यम में अपवर्तन कोण (r) का मान भी बढ़ता जाता है। एक विशेष आपतन कोण के लिए अपवर्तन कोण 90° हो जाता है। इस आपतन कोण को 'क्रान्तिक कोण' कहा जाता है तथा ' C ' से प्रदर्शित करते हैं। अतः क्रान्तिक कोण को निम्न प्रकार से परिभाषित किया जाता है—

“सघन माध्यम में बना वह आपतन कोण जिसके लिए विरल माध्यम में बना अपवर्तन कोण समकोण अर्थात् 90° होता है, दोनों माध्यमों के अन्तरापृष्ठ के लिए क्रान्तिक कोण कहलाता है।”

जब यदि माध्यम में आपतन कोण का मान क्रान्तिक कोण से आगे थोड़ा-सा ही बढ़ाया जाता है, तो सम्पूर्ण आपतित प्रकाश, परावर्तन के नियमों के अनुसार परावर्तित होकर सघन माध्यम में ही वापस लौट आता है। इस घटना को प्रकाश का पूर्ण आन्तरिक परावर्तन कहते हैं। अतः पूर्ण आन्तरिक परावर्तन की घटना होने के लिए निम्नलिखित शर्तों का पूरा होना आवश्यक है—

1. प्रकाश सघन माध्यम से विरल माध्यम में जाना चाहिए।
2. सघन माध्यम में आपतन कोण का मान क्रान्तिक कोण से बड़ा होना चाहिए।

अपवर्तनांक तथा क्रान्तिक कोण में सम्बन्ध— यदि विरल माध्यम को माध्यम -1 तथा सघन माध्यम को माध्यम -2 से प्रदर्शित करें तो स्नेल के नियम के अनुसार,

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_1}{n_2}$$

क्रान्तिक कोण आपतन पर, $i = C$ तथा $r = 90^\circ$
अतः पहले माध्यम के सापेक्ष दूसरे माध्यम का अपवर्तनांक

$${}_1n_2 = \frac{\sin C}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin C}{1}$$

...(1)

अर्थात् ${}_1n_2 = \sin C$
परन्तु प्रकाश के उत्क्रमणीयता के सिद्धान्त से,

$${}_2n_1 = \frac{1}{{}_1n_2}$$

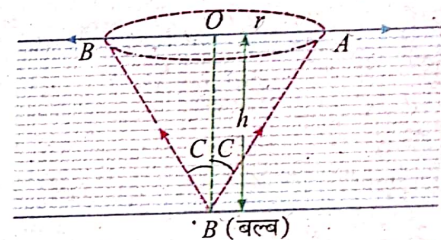
...(2)

$$\text{अतः } {}_1n_2 = \frac{1}{\sin C}$$

इस प्रकार क्रान्तिक कोण की ज्या (\sin) का व्युत्क्रम विरल माध्यम के सापेक्ष सघन माध्यम के अपवर्तनांक के बराबर होता है।

प्रश्न 2. जल से भरे 80 cm गहराई के किसी टैंक की तली पर कोई छोटा बल्ब रखा गया है। जल के पृष्ठ का वह क्षेत्र ज्ञात कीजिए जिससे बल्ब का प्रकाश निर्गत हो सकता है। जल का अपवर्तनांक 1.33 है। (बल्ब को बिन्दु प्रकाश स्रोत मानिए) (NCERT)

हल— टैंक की तली में रखे बल्ब से निकलने वाली प्रकाश किरणें जल के पृष्ठ से तभी निर्गत होंगी, जबकि आपतन कोण जल-वायु अन्तरापृष्ठ के लिए क्रान्तिक कोण C से कम अथवा उसके बराबर हो। यदि उस पृष्ठ के क्षेत्रफल की त्रिज्या r हो जिससे बल्ब का प्रकाश निकल रहा है, तो यह स्थिति नीचे दिए गए चित्र की भाँति होगी जहाँ h बल्ब की जल के तल से गहराई है।



$$\therefore {}_a n_w = \frac{1}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{{}_a n_w}$$

परन्तु यहाँ

$${}_a n_w = 1.33$$

$$\sin C = \frac{1}{1.33} = \frac{1}{4/3} = \frac{3}{4}$$

अतः

$$\tan C = \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\sin C}{\sqrt{1 - \sin^2 C}} = \frac{3/4}{\sqrt{1 - (3/4)^2}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

परन्तु चित्र से,

$$\frac{r}{h} = \tan C$$

\therefore

$$r = h \tan C; \text{ परन्तु यहाँ } h = 80 \text{ सेमी}$$

अतः

$$r = 80 \text{ सेमी} \times \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{240}{2.645} \text{ सेमी} = 90.74 \text{ सेमी}$$

$$= 0.9074 \text{ मी} \approx 0.907 \text{ मी}$$

$$\therefore \text{क्षेत्रफल} = \pi r^2 = 3.14 \times (0.907 \text{ मी})^2 = 258 \text{ मी}^2 \approx 2.6 \text{ मी}^2$$

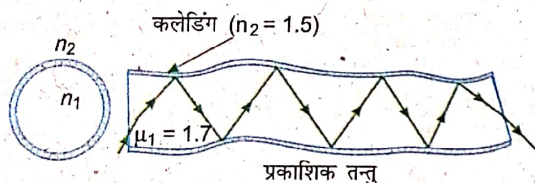
प्रश्न 3. प्रकाशिक तन्तु क्या होते हैं? इनकी रचना, कार्य सिद्धान्त तथा अनुप्रयोग लिखिए। इसमें किस घटना का उपयोग होता है? (2015)

उत्तर— प्रकाशिक तन्तु— प्रकाशिक तन्तु प्रकाश के पूर्ण आन्तरिक परावर्तन की घटना पर आधारित एक ऐसी युक्ति है जिसमें किसी प्रकाश

सिग्नल को प्रकाश के ही रूप में एक स्थान से दूसरे स्थान तक तीव्र गति से बिना ऊर्जा-ह्रास के प्रेषित किया जा सकता है।

रचना—यह उच्च कोटि के काँच (क्वार्ट्ज अपवर्तनांक 1.7) के अत्यधिक लम्बे तथा पतले हजारों तन्तुओं (fibers) से मिलकर बना होता है। प्रत्येक रेशे (तन्तु) की मोटाई लगभग माइक्रो मीटर (10^{-4} मी) कोटि की होती है। तन्तु (क्वार्ट्ज के रेशे के चारों ओर अपेक्षाकृत कम अपवर्तनांक ($n=1.5$) वाले पदार्थ की पतली तह लेपित कर दी जाती है। पाइप के भीतरी भाग को क्रोड (core) तथा लेपित भाग को अधिपट्टन (cladding) कहते हैं। इसके चारों ओर सुरक्षा के लिए प्लास्टिक का एक आवरण होता है। क्रोड के पदार्थ का अपवर्तनांक अधिपट्टन के अपवर्तनांक की तुलना में अधिक होता है।

इस प्रकार के पाइपों की बड़ी संख्या के समूह को एक पाइप में डाल दिया जाता है जिसे 'प्रकाश पाइप' (light pipe) कहते हैं तथा इसे प्रकाश सिग्नलों के प्रेषण में प्रयुक्त किया जाता है।



कार्य सिद्धान्त—जब प्रकाश किरण तन्तु के एक सिरे पर अल्प कोण बनाती हुई आपतित होती है तो यह इसके अन्दर अपवर्तित होकर तन्तु तथा तन्तु के ऊपर किये गये लेप के अन्तरापृष्ठ पर क्रान्तिक कोण से बड़े कोण पर आपतित होती है। अतः यह किरण यहाँ से पूर्ण परावर्तित होकर इसके सम्मुख वाले अन्तरापृष्ठ पर टकराती है। यहाँ पर यह पुनः क्रान्तिक कोण से बड़े कोण पर आपतित होती है। इसलिए यह पुनः पूर्ण आन्तरिक परावर्तित हो जाती है। इस प्रकार यह किरण बार-बार पूर्ण आन्तरिक परावर्तित होती हुई प्रकाशिक तन्तु के दूसरे सिरे पर पहुँच जाती है। तन्तु के इस सिरे पर यह किरण वायु में अपवर्तित होकर अभिलम्ब से दूर हटती हुई तीव्रता के कम हुए बिना बाहर निकल जाती है।

अनुप्रयोग—इनके अनुप्रयोग निम्नलिखित हैं—

1. संचार प्रणाली में प्रकाशिक तन्तु से संदेशों को मॉड्यूलन (modulation) द्वारा एक साथ एक स्थान से दूसरे स्थान तक भेजा जा सकता है। संदेशों की अधिक संख्या उच्च आवृत्ति वाली वैद्युत-चुम्बकीय तरंगों द्वारा मॉड्यूलित करके एक साथ संचारित की जा सकती है। प्रकाश अति उच्च आवृत्ति वाली वैद्युत-चुम्बकीय तरंग है। इनका संचरण सुचालक तार के स्थान पर प्रकाशिक तन्तु द्वारा किया जा सकता है। आधुनिक युग में प्रकाशिक तन्तुओं का उपयोग टेलीफोन व संचार लाइनों के रूप में हो रहा है।
2. प्रकाशीय तन्तु विद्युत संकेतों को एक स्थान से दूसरे स्थान तक संचरित करने में काम आते हैं। ये विद्युत संकेत परांतरित्र (transducer) द्वारा प्रकाश में परिवर्तित कर दिये जाते हैं। अब इन प्रकाशीय संकेतों को प्रकाश तन्तुओं द्वारा दूरस्थ स्थानों तक भेज दिया जाता है।
3. प्रकाशीय तन्तुओं द्वारा वस्तुओं के प्रतिबिम्बों को दूरस्थ स्थानों पर भेजा जा सकता है।
4. इनका प्रयोग सजावट करने वाले लैम्पों में किया जाता है। फव्वारों में जल की धारा को प्रकाशित करने में इनका प्रयोग किया जाता है।

प्रश्न 4. किसी गोलीय पृष्ठ पर अपवर्तन का सूत्र, प्रयुक्त चिह्नों का अर्थ बताते हुए लिखिए तथा इसकी सहायता से पतले लेन्स के लिए सम्बन्ध

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \text{ सिद्ध कीजिए।} \quad (2015)$$

किसी लेन्स की फोकस दूरी के लिये उसके दोनों पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याओं तथा उसके पदार्थ के अपवर्तनांक के पदों में एक व्यंजक

का निगमन कीजिए। यदि काँच के लेन्स को ऐसे द्रव में डुबा दिया जाये जिसका अपवर्तनांक काँच के अपवर्तनांक से अधिक हो, तो इसकी फोकस दूरी में क्या परिवर्तन हो जाएगा? (2010)

किसी गोलीय पृष्ठ पर प्रकाश के अपवर्तन का सूत्र लिखिए। इसकी सहायता से किसी पतले लेन्स की फोकस दूरी के लिए सूत्र

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \text{ स्थापित कीजिए।} \quad (2012, 14, 16, 17)$$

यदि एक लेन्स के दोनों ओर माध्यम एक ही हो, तो पतले लेन्स की फोकस दूरी के लिए अपवर्तनांक और वक्रता त्रिज्याओं के पदों में सूत्र व्युत्पन्न कीजिए। (2018)

यदि एक काँच लेन्स, काँच की अपेक्षा अधिक अपवर्तनांक के एक द्रव में डुबोया जाये तो इसकी फोकस दूरी एवं प्रकृति कैसे परिवर्तित होगी? (2016)

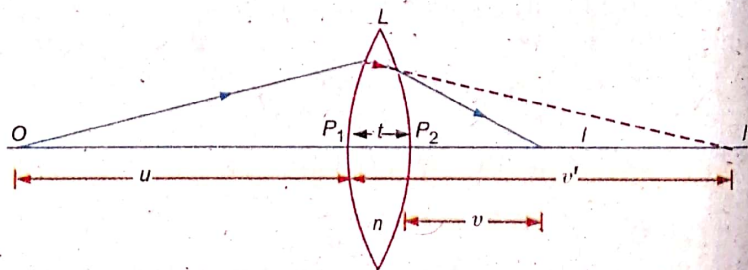
किसी पारदर्शी गोलीय पृष्ठ पर प्रकाश के अपवर्तन के सूत्र की सहायता से किसी पतले लेन्स की फोकस दूरी के लिए सूत्र का अपवर्तनांक एवं वक्रता त्रिज्याओं के पदों में निगमन कीजिए। (2019)

उत्तर— गोलीय पृष्ठ पर अपवर्तन का सूत्र

$$\frac{n}{v} - \frac{1}{u} = \frac{(n-1)}{R} \quad \dots(1)$$

जहाँ n पृष्ठ के पदार्थ का वायु के सापेक्ष अपवर्तनांक है, u वस्तु की ध्रुव से दूरी है, v प्रतिबिम्ब की ध्रुव से दूरी है तथा R पृष्ठ की वक्रता-त्रिज्या है।

पतले लेन्स के लिए अपवर्तन का सूत्र—माना में एक पतला लेन्स L वायु में रखा है। लेन्स के पदार्थ का वायु के सापेक्ष अपवर्तनांक n है तथा इसके पहले व दूसरे पृष्ठों की वक्रता-त्रिज्याएँ क्रमशः R_1 व R_2 हैं। माना लेन्स की मोटाई t है। एक बिन्दु-वस्तु O लेन्स की मुख्य अक्ष पर लेन्स के प्रथम पृष्ठ के ध्रुव P_1 से u दूरी पर रखी है। यह पृष्ठ O का प्रतिबिम्ब I' बनाता है।



यदि I' की पृष्ठ के ध्रुव P_1 से दूरी v' है तो समी० (1) से

$$\frac{n}{v'} - \frac{1}{u} = \frac{(n-1)}{R_1} \quad \dots(2)$$

प्रतिबिम्ब I' दूसरे पृष्ठ के लिए आभासी वस्तु का कार्य करता है। I' की दूसरे पृष्ठ के ध्रुव P_2 से दूरी $(v' - t)$ होगी। यह पृष्ठ I' का अन्तिम प्रतिबिम्ब I अपने से v दूरी पर बनाता है।

इस पृष्ठ के लिए अपवर्तन के सूत्र से,

$$\frac{1/n}{v} - \frac{1}{v' - t} = \frac{(1/n) - 1}{R_2} \quad \dots(3)$$

यहाँ n के स्थान पर $1/n$ लिया गया है, क्योंकि अब प्रकाश लेन्स से वायु में जा रहा है।

$$a n_g = \frac{1}{g n_a}$$

पतले लेन्स के लिए t का मान v के सापेक्ष उपेक्षणीय है, अतः समी० (3) को सरल करने पर

$$\frac{1}{v} - \frac{n}{v'} = \frac{1-n}{R_2} = -\frac{n-1}{R_2}$$

समी० (2) व समी० (4) को जोड़ने पर,

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{n-1}{R_1} + \frac{1-n}{R_2}$$

अथवा

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

मुख्य फोकस की परिभाषा के अनुसार, जब वस्तु अनन्त पर होगी तो प्रतिबिम्ब द्वितीय फोकस अर्थात् मुख्य फोकस पर होगा, अर्थात् यदि $u = \infty$ तो $v = f$

अतः समी० (5) से,

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{\infty} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

या

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

समी० (5) व (6) की तुलना से

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

यही पतले लेन्स के अपवर्तन का सूत्र है।

यदि काँच के लेन्स को ऐसे द्रव में डुबो दिया जाये जिसका अपवर्तनांक काँच के अपवर्तनांक से अधिक है, तो लेन्स की फोकस दूरी बढ़ जायेगी तथा इसके साथ-साथ फोकस दूरी का चिह्न भी उलट जायेगा अर्थात् लेन्स की प्रकृति उलट जायेगी।

प्रश्न 5. प्रकाश के किन्हीं दो स्रोतों के मध्य 24 सेमी की दूरी है। ज्ञात कीजिए कि 9 सेमी फोकस दूरी वाले किसी अभिसारी लेन्स को आप कहाँ रखें ताकि दोनों स्रोतों के प्रतिबिम्ब एक ही बिन्दु पर बनें। (2019)

हल— दो गई स्थिति केवल तभी संतुष्ट होगी जब एक स्रोत (S_1) को एक ओर रखा जाता है जैसे कि $u < f$ (अर्थात् यह फोकस के अन्तर्गत आता है)। दूसरे स्रोत (S_2) को लेन्स के दूसरी ओर रखा जाता है जैसे कि $u > f$ (अर्थात् यह फोकस से दूर होता है)

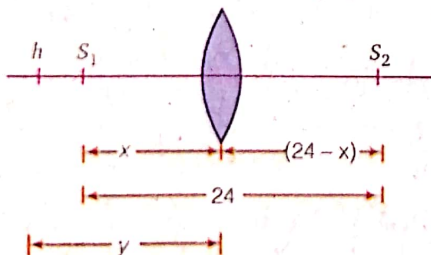
यदि लेन्स के लिए S_1 वस्तु हो, तब

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-y} - \frac{1}{-x}$$

\Rightarrow

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{x} - \frac{1}{f}$$

...(1)



यदि लेन्स के लिए S_2 वस्तु हो, तब

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{+y} - \frac{1}{-(24-x)} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{f} - \frac{1}{(24-x)}$$

...(2)

समी० (1) व (2) से,

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{f} = \frac{1}{f} - \frac{1}{(24-x)} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{(24-x)} = \frac{2}{f}$$

$$\dots(4) \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{(24-x)} = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{24-x+x}{x(24-x)} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{24}{24x-x^2} = \frac{2}{9} \Rightarrow 48x-2x^2=216$$

$$\Rightarrow x^2-24x+108=0$$

समीकरण को सरल करने पर,

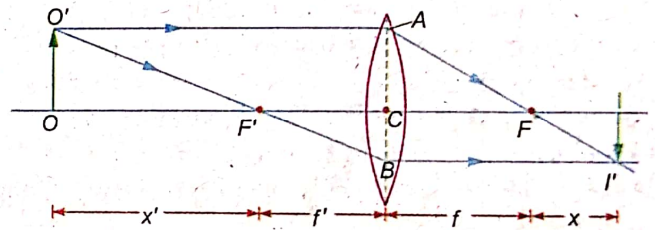
$$x=18 \text{ सेमी, } 6 \text{ सेमी}$$

चूँकि $x=18$ (अमान्य)

अतः लेन्स को 6 सेमी दूर रखेंगे।

प्रश्न 6. लेन्स द्वारा प्रकाश के अपवर्तन के लिए न्यूटन का सूत्र $xx' = ff'$ स्थापित कीजिए। (2017)

उत्तर— सूत्र की उपपत्ति— माना एक लेन्स का प्रकाशिक केन्द्र C है। F व F' इसके फोकस बिन्दु तथा OC मुख्य अक्ष है। O एक वस्तु है जिसका लेन्स द्वारा निर्मित प्रतिबिम्ब I है। इस प्रकार O तथा I संयुग्मी बिन्दु (conjugate points) हैं। O' से चलने वाली आपतित किरण $O'A$ जो मुख्य अक्ष के समान्तर है, अपवर्तन के पश्चात् लेन्स के फोकस F से होकर जाती है। दूसरी किरण $O'B$ प्रथम फोकस बिन्दु से गुजरती हुई लेन्स से अपवर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष के समान्तर हो जाती है। दोनों निर्गत किरणें I' पर मिलती हैं, जो O' का वास्तविक प्रतिबिम्ब है। I' से मुख्य अक्ष पर खींचा गया लम्ब II' वस्तु OO' का प्रतिबिम्ब है।



चित्र में $\Delta F'OO'$ तथा ΔFCB समरूप हैं।

$$\therefore \frac{OO'}{CB} = \frac{F'O}{CF'}$$

परन्तु

$$CB = II'$$

\therefore

$$\frac{OO'}{II'} = \frac{F'O}{CF'}$$

...(1)

इसी प्रकार, त्रिभुज CAF तथा त्रिभुज $FI'I'$ समरूप हैं।

$$\therefore \frac{CA}{II'} = \frac{CF}{FI}$$

परन्तु

$$CA = OO'$$

\therefore

$$\frac{OO'}{II'} = \frac{CF}{FI}$$

...(2)

समीकरण (1) व (2) की तुलना करने पर,

$$\frac{F'O}{CF'} = \frac{CF}{FI}$$

...(3)

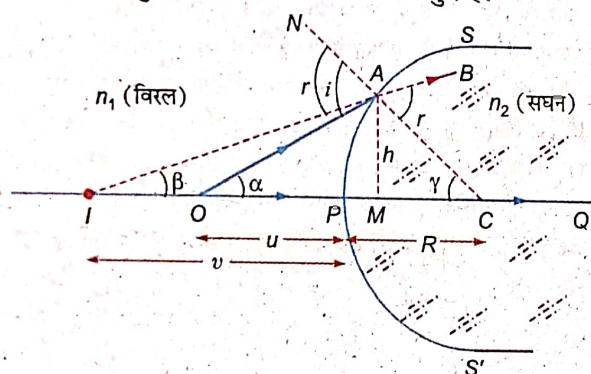
माना कि प्रथम फोकस F' से वस्तु की दूरी, $F'O = -x'$, द्वितीय फोकस F से प्रतिबिम्ब की दूरी, $FI = +x$, लेन्स की प्रथम फोकस-दूरी, $CF' = -f'$ तथा लेन्स की द्वितीय फोकस-दूरी, $CF = +f$. इन मानों को समीकरण (3) में रखने पर,

$$\frac{-x'}{-f'} = \frac{f}{x} \quad \text{अथवा} \quad xx' = ff'$$

प्रश्न 7. किसी उत्तल या अवतल गोलीय पृष्ठ पर आपतित प्रकाश के अपवर्तन के लिए सूत्र $\frac{n}{v} - \frac{1}{u} = \frac{n-1}{R}$ स्थापित कीजिए। n पदार्थ का वायु के सापेक्ष अपवर्तनांक तथा R गोलीय तल की त्रिज्या है।

[2017, 18, 19]

उत्तर— माना कि SPS' एक उत्तल गोलीय पृष्ठ है जो निरपेक्ष अपवर्तनांक n_1 के विरल माध्यम को निरपेक्ष अपवर्तनांक n_2 के सघन माध्यम से पृथक् करता है। इस पृष्ठ का वक्रता केन्द्र C है तथा ध्रुव P है। इसके मुख्य अक्ष PC पर (पीछे बढ़ाने पर) एक बिन्दु वस्तु O स्थित है। O से एक आपतित किरण OA , पृष्ठ पर बिन्दु A पर आपतित होती है, जहाँ CAN अभिलम्ब है। अपवर्तन के नियमानुसार, अपवर्तित किरण AB , अभिलम्ब की ओर मुड़ जाती है। दूसरी आपतित किरण OP पृष्ठ पर अभिलम्बवत् गिरती है, अतः बिना विचलित हुए सीधी चली जाती है। ये दोनों अपवर्तित किरणें पीछे बढ़ाये जाने पर बिन्दु I पर मिलती हैं। अतः वस्तु O का आभासी प्रतिबिम्ब बिन्दु I है।



माना कि आपतन $\angle OAN = i$, अपवर्तन $\angle BAC = r$, $PO = -u$, $PI = -v$, $PC = +R$ (चिह्न परिपाटी के अनुसार, दूरी u तथा v , आपतित किरण की विपरीत दिशा में मापी गयी हैं, अतः ऋणात्मक हैं, परन्तु R आपतित किरण की दिशा में मापी गयी है, अतः धनात्मक है)।

माना कि OA , IA तथा CA मुख्य अक्ष से क्रमशः कोण α , β , γ बनाती हैं तथा A से मुख्य अक्ष पर खींचे गए अभिलम्ब AM की ऊँचाई h है।

\therefore बहिष्कोण = सम्मुख दो अन्तः कोणों का योग

$$\therefore \triangle OCA \text{ में बहिष्कोण } i = \gamma + \alpha \quad \dots(1)$$

$$\text{तथा } \triangle ICA \text{ में बहिष्कोण } r = \gamma + \beta \quad \dots(2)$$

$$\text{अब, स्नेल के नियमानुसार, } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\text{अथवा } n_1 \sin i = n_2 \sin r \quad \dots(3)$$

यदि गोलीय पृष्ठ का द्वारक छोटा है, तो बिन्दु A , ध्रुव P के समीप होगा तथा प्रकाश किरण बिन्दु A पर इस प्रकार आपतित होगी कि कोण i व r दोनों ही अल्प होंगे। यदि i तथा r रेडियन में मापे जाएँ, तो $\sin i = i$ तथा $\sin r = r$;

$$\text{समी० (3) से, } n_1 i = n_2 r \quad \dots(4)$$

समीकरण (1) व (2) से i व r के मान समी० (4) में रखने पर,

$$n_1 (\gamma + \alpha) = n_2 (\gamma + \beta)$$

$$\text{अथवा } -n_2 \beta + n_1 \alpha = (n_2 - n_1) \gamma \quad \dots(5)$$

पृष्ठ का द्वारक छोटा होने से कोण α , β , γ भी छोटे होंगे तथा बिन्दु A व M ध्रुव P के समीप होंगे। अतः

$$\alpha = \tan \alpha = \frac{AM}{MO} = \frac{AM}{PO} = \frac{h}{-u} \quad [\because MO = PO \text{ (लगभग)}]$$

$$\beta = \tan \beta = \frac{AM}{MI} = \frac{AM}{PI} = \frac{h}{-v} \quad [\because MI = PI \text{ (लगभग)}]$$

$$\gamma = \tan \gamma = \frac{AM}{MC} = \frac{AM}{PC} = \frac{h}{+R} \quad [\because MC = PC \text{ (लगभग)}]$$

α , β , γ के ये मान समीकरण (5) में रखने पर,

$$-n_2 \left(\frac{h}{-v} \right) + n_1 \left(\frac{h}{-u} \right) = (n_2 - n_1) \frac{h}{R}$$

$$\text{अथवा } \frac{n_2}{v} - \frac{n_1}{u} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \dots(6)$$

समी० (6) से स्पष्ट है कि v का मान α पर निर्भर नहीं करता। अतः बिन्दु O से चलने वाली सभी किरणें छोटे द्वारक के उत्तल पृष्ठ से अपवर्तित होकर एक ही बिन्दु I से आती प्रतीत होंगी। अतः I, O का आभासी प्रतिबिम्ब है।

पुनः यदि विरल माध्यम के सापेक्ष सघन माध्यम का अपवर्तनांक n हो, तो समीकरण (6) निम्नवत् होगी—

$$\frac{(n_2/n_1)}{v} - \frac{1}{u} = \frac{(n_2/n_1) - 1}{R}; \quad \text{जिसमें } n_2/n_1 = n$$

$$\frac{n}{v} - \frac{1}{u} = \frac{n-1}{R} \quad \dots(7)$$

प्रश्न 8. प्रिज्म के पदार्थ के लिए अपवर्तनांक का सूत्र अल्पतम विचलन कोण तथा प्रिज्म कोण के पदों में निगमित कीजिए। [2010, 11, 19]

$$\text{या } n = \frac{\sin \left(\frac{A + \delta_m}{2} \right)}{\sin \left(\frac{A}{2} \right)} \quad \text{का निगमन कीजिए। यहाँ } n \text{ प्रिज्म का}$$

अपवर्तनांक, A प्रिज्म का कोण तथा δ_m अल्पतम विचलन है।

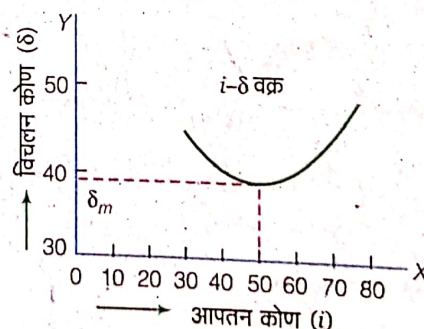
या किसी प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक के लिये, प्रिज्म के कोण तथा न्यूनतम विचलन कोण के पदों में एक व्यंजक निकालिए। [2012]

या यदि किसी पतले प्रिज्म का प्रिज्म कोण A बहुत कम हो तो दर्शाइये कि न्यूनतम विचलन कोण $\delta = (n-1)A$ होगा, जहाँ प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक n है। [2018]

या किसी प्रिज्म के लिए $i - \delta$ वक्र खींचिए तथा इसमें न्यूनतम विचलन कोण प्रदर्शित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि प्रिज्म के माध्यम का अल्पतम विचलन की स्थिति में अपवर्तनांक $\mu = \frac{\sin(A + \delta_m)}{\sin(A/2)}$

जहाँ μ प्रिज्म के माध्यम का अपवर्तनांक, A , प्रिज्म कोण तथा δ_m न्यूनतम विचलन कोण है। [2019]

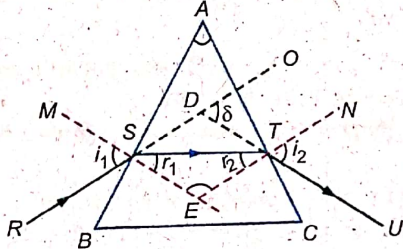
उत्तर— प्रिज्म के लिए $i - \delta$ वक्र



इस वक्र से स्पष्ट है कि आपतन कोण i बढ़ाने पर विचलन कोण δ का मान घटता है तथा आपतन कोण के एक विशेष मान के लिए विचलन कोण का मान अल्पतम हो जाता है। आपतन कोण को और अधिक बढ़ाने पर विचलन कोण भी बढ़ता जाता है। इस प्रकार, एक और केवल एक ही विशेष आपतन कोण के लिए प्रिज्म से उत्पन्न विचलन अल्पतम होता है। अल्पतम विचलन कोण को δ_m से व्यक्त करते हैं।

किरण प्रकाशिकी एवं प्रकाशिक यंत्र

प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक का सूत्र— चित्र में, ABC प्रिज्म का मुख्य परिच्छेद है। प्रिज्म का अपवर्तन कोण A है। माना एक प्रकाश किरण RS, प्रिज्म के अपवर्तक पृष्ठ AB पर तिरछी आपतित होती है जो अभिलम्ब MSE की ओर झुक जाती है और ST दिशा में अपवर्तित हो जाती है। इस पृष्ठ पर आपतन कोण i_1 व अपवर्तन कोण r_1 है। अपवर्तित किरण ST पृष्ठ AC पर अभिलम्ब NTE से दूर हटती हुई वायु में TU दिशा में निकल जाती है। पृष्ठ AC पर आपतन कोण i_2 तथा निर्गत कोण r_2 है। आपतित किरण RS तथा निर्गत किरण TU को पीछे की ओर बढ़ाने पर ये बिन्दु D पर मिलती हैं। आपतित किरण तथा निर्गत किरणों के बीच बना कोण δ विचलन कोण कहलाता है।



ΔDST में δ बहिष्कोण है, अतः

$$\begin{aligned}\delta &= \angle ODU = \angle DST + \angle DTS \\ &= (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2) \\ &= (i_1 + i_2) - (r_1 + r_2)\end{aligned}\quad \dots(1)$$

अल्पतम विचलन $\delta = \delta_m$ की स्थिति में

$$i_1 = i_2 = i \quad \dots(2)$$

$$\text{तथा} \quad r_1 = r_2 = r \quad \dots(3)$$

$$\text{अतः} \quad \delta_m = 2i - 2r \quad \dots(4)$$

अब चतुर्भुज ASET में,

$$\angle ASE + \angle ATE = 180^\circ \quad [\because \text{प्रत्येक कोण समकोण है}]$$

$$\text{अतः शेष कोण, } \angle A + \angle SET = 180^\circ$$

$$\text{परन्तु } \Delta STE \text{ में, } \angle SET + \angle r_1 + \angle r_2 = 180^\circ$$

$$\text{अतः} \quad \angle A + \angle SET = \angle SET + \angle r_1 + \angle r_2$$

$$\text{या} \quad \angle A = r_1 + r_2 = 2r \quad \dots(5) \text{ [समी० (3) से]}$$

$$\text{या} \quad r = A/2 \quad \text{या} \quad A = 2r$$

समी० (4) व समी० (5) से,

$$\delta_m = 2i - A \quad \text{या} \quad i = \left(\frac{A + \delta_m}{2} \right)$$

स्नैल के नियम से,

$$\text{प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक } n = {}_a n_g = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$n = \frac{\sin \left(\frac{A + \delta_m}{2} \right)}{\sin (A/2)} \quad \dots(6)$$

पतले प्रिज्म से उत्पन्न विचलन—जब प्रिज्म पतला हो (अर्थात् $A = 5^\circ$ से कम हो), तो अल्पतम विचलन δ_m भी बहुत छोटा होगा।

$$\text{अतः} \quad \sin \frac{A + \delta_m}{2} = \frac{A + \delta_m}{2} \quad \text{तथा} \quad \sin \frac{A}{2} = \frac{A}{2}$$

समीकरण (6) से,

$$n = \frac{A + \delta_m}{A/2} \quad \text{या} \quad \delta_m = (n - 1)A$$

प्रश्न 9. कोई प्रिज्म अज्ञात अपवर्तनांक के काँच का बना है। कोई समान्तर प्रकाश-पुंज इस प्रिज्म के किसी फलक पर आपतित होता है। प्रिज्म का न्यूनतम विचलन कोण 40° मापा गया। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक क्या है? प्रिज्म का अपवर्तन कोण 60° है। यदि प्रिज्म को जल (अपवर्तनांक 1.33) में रख दिया जाए तो प्रकाश के समान्तर पुंज के लिए नए न्यूनतम विचलन कोण का परिकलन कीजिए। (NCERT)

हल— दिया है, प्रिज्म के लिए $A = 60^\circ$, वायु में $\delta_m = 40^\circ$
वायु के सापेक्ष प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक

$${}_a n_g = \frac{\sin \left(\frac{A + \delta_m}{2} \right)}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{\sin 50^\circ}{\sin 30^\circ} = 1.53$$

वायु के सापेक्ष जल का अपवर्तनांक ${}_a n_w = 1.33$

$$\therefore \text{जल के सापेक्ष काँच का अपवर्तनांक } {}_w n_g = \frac{{}_a n_g}{{}_a n_w} = \frac{1.53}{1.33} = 1.15$$

यदि जल में डुबाने पर न्यूनतम विचलन कोण δ'_m है तो

$${}_w n_g = \frac{\sin \left(\frac{A + \delta'_m}{2} \right)}{\sin \frac{A}{2}} \Rightarrow 1.15 = \frac{\sin \left(\frac{A + \delta'_m}{2} \right)}{\sin 30^\circ}$$

$$\text{या} \quad \sin \left(\frac{60^\circ + \delta'_m}{2} \right) = 1.15 \times \frac{1}{2} = 0.575$$

$$\Rightarrow \frac{60^\circ + \delta'_m}{2} = \sin^{-1}(0.575) = 35.1^\circ$$

$$\text{न्यूनतम विचलन कोण } \delta'_m = 2 \times 35.1^\circ - 60^\circ = 10.2^\circ \approx 10^\circ$$

प्रश्न 10. किसी प्रकाशिक माध्यम की 'वर्ण-विक्षेपण क्षमता' की परिभाषा दीजिए। किसी प्रिज्म के पदार्थ के लिए वर्ण-विक्षेपण क्षमता का सूत्र अपवर्तनांक के पदों में प्राप्त कीजिए।

या किसी प्रकाशिक माध्यम की विक्षेपण क्षमता की परिभाषा लिखिए। (2016)

या किसी प्रकाशिक माध्यम की वर्ण-विक्षेपण क्षमता का सूत्र लिखिए। क्या वर्ण-विक्षेपण क्षमता प्रिज्म के कोण पर निर्भर करती है?

या किसी प्रिज्म की वर्ण-विक्षेपण क्षमता की परिभाषा दीजिए। (2010)

या वर्ण-विक्षेपण क्षमता की परिभाषा दीजिए। (2013)

उत्तर— जब श्वेत प्रकाश एक पतले प्रिज्म में से गुजरता है तो बैंगनी तथा लाल रंगों की निर्गत किरणों के बीच उत्पन्न कोणीय वर्ण-विक्षेपण तथा मध्यवर्ती (अर्थात् पीले रंग की) किरण के लिए विचलन कोण के अनुपात को प्रिज्म के पदार्थ की 'वर्ण-विक्षेपण क्षमता' (dispersive power) कहते हैं। इसे ω (ओमेगा) से प्रदर्शित करते हैं।

अपवर्तनांक के पदों में वर्ण-विक्षेपण क्षमता का सूत्र

वर्ण-विक्षेपण क्षमता ' ω '

$$= \frac{\text{किन्हीं दो रंगों के लिए कोणीय वर्ण-विक्षेपण}}{\text{इन रंगों के माध्य रंग की किरण का विचलन कोण}} = \frac{\theta}{\delta_y}$$

यदि बैंगनी तथा लाल रंग के प्रकाश की किरणों के लिए विचलन कोण क्रमशः δ_v तथा δ_r हों, तो

$$\text{कोणीय वर्ण-विक्षेपण } \theta = \delta_v - \delta_r$$

$$\therefore \omega = \frac{\delta_V - \delta_R}{\delta_Y}$$

यदि बैंगनी, लाल तथा पीले रंग के प्रकाश के लिए प्रिज्म के पदार्थ के अपवर्तनांक क्रमशः n_V, n_R तथा n_Y एवं प्रिज्म का कोण A हो, तो बैंगनी तथा लाल किरणों के बीच कोणीय वर्ण-विक्षेपण,

$$\delta_V - \delta_R = (n_V - 1)A - (n_R - 1)A = (n_V - n_R)A$$

तथा पीले रंग की किरण के लिए विचलन कोण, $\delta_Y = (n_Y - 1)A$

अतः वर्ण-विक्षेपण क्षमता, $\omega = \frac{\delta_V - \delta_R}{\delta_Y} = \frac{(n_V - n_R)A}{(n_Y - 1)A}$

$$\text{अतः वर्ण-विक्षेपण क्षमता, } \omega = \left(\frac{n_V - n_R}{n_Y - 1} \right)$$

यहाँ से स्पष्ट है कि ω का मान केवल प्रिज्म के पदार्थ पर निर्भर करता है, प्रिज्म के कोण पर नहीं।

extra shots

★ हमारी आँख हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की F रेखा (आसमानी-हरी) तथा C रेखा (लाल) के बीच पड़ने वाली स्पेक्ट्रमी रेखाओं के लिए सर्वाधिक सुग्राही है और इन रेखाओं के लिए माध्य अपवर्तनांक सोडियम स्पेक्ट्रम की D रेखा (पीली) के अपवर्तनांक के लगभग बराबर होता है। अतः वर्ण-विक्षेपण क्षमता के लिए अन्तर्राष्ट्रीय रूप से स्वीकृत सूत्र $\omega = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$ है।

जहाँ D, F तथा C की मध्यवर्ती स्पेक्ट्रमी रेखा (सोडियम स्पेक्ट्रम की D रेखा) है। इन रेखाओं के संगत तरंगदैर्घ्य क्रमशः 4861 \AA , 6563 \AA तथा 5893 \AA हैं।

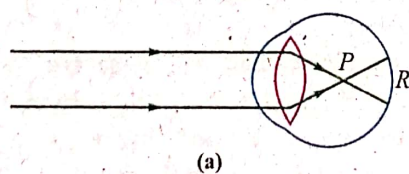
प्रश्न 11. निकट दृष्टि दोष क्या है ? इसके क्या कारण हो सकते हैं ? इसका निवारण किस प्रकार किया जाता है ? (2017)

या निकट दृष्टि दोष क्या है ? इसका निवारण किस प्रकार किया जाता है ? (2014)

उत्तर— निकट दृष्टि दोष (Myopia or shortsightedness)—निकट दृष्टि दोष वाले व्यक्ति को पास की वस्तुएँ तो स्पष्ट दिखायी देती हैं; परन्तु अधिक दूर की वस्तुएँ स्पष्ट दिखायी नहीं देती अर्थात् नेत्र का दूर बिन्दु अनन्त पर न होकर कम दूरी पर आ जाता है। इस दोष के निम्नलिखित कारण हो सकते हैं—

1. नेत्र लेन्स की वक्रता बढ़ जाए जिससे उसकी फोकस दूरी कम हो जाए।
2. नेत्र लेन्स और रेटिना के बीच की दूरी बढ़ जाए अर्थात् नेत्र के गोले में लम्बापन आ जाए।

इस दोष के कारण दूर की वस्तु का प्रतिबिम्ब रेटिना पर न बनकर उससे आगे बनने लगता है चित्र (a) अर्थात् प्रतिबिम्ब रेटिना व नेत्र लेन्स के बीच P पर बन जाने से वस्तु स्पष्ट नहीं

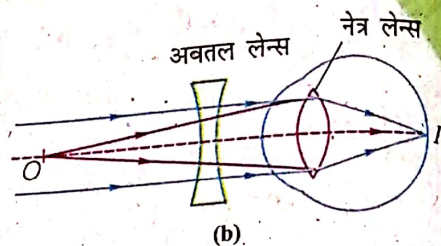


(a)

दिखती। ऐसे मनुष्य का दूर बिन्दु अनन्त पर न होकर आँख के काफी पास बनता है तथा निकट बिन्दु भी 25 सेमी से कम दूरी पर बनता है।

दोष का निवारण—इस दोष में नेत्र का लेन्स अधिक अभिसारी (converging) हो जाता है; अतः इस दोष को दूर करने के लिए ऐसा लेन्स प्रयुक्त करना चाहिए जो नेत्र लेन्स को कम अभिसारी कर दे। इसलिए इस दोष को दूर करने के लिए उचित फोकस दूरी के अवतल लेन्स का प्रयोग करते हैं, ताकि इस लेन्स तथा नेत्र लेन्स की संयुक्त फोकस दूरी बढ़कर इतनी हो जाए कि प्रतिबिम्ब रेटिना पर बनने लगे।

यदि निकट दृष्टि दोष वाले व्यक्ति का आँख के लिए दूर बिन्दु O हो, तो प्रयुक्त अवतल लेन्स अनन्त से आने वाली समान्तर किरणों का प्रतिबिम्ब O पर बनाएगा। यह प्रतिबिम्ब नेत्र लेन्स के लिए वस्तु का कार्य करेगा, जिससे अन्तिम प्रतिबिम्ब (I) रेटिना पर बनने लगेगा (चित्र (b))। स्पष्टतः प्रयुक्त लेन्स की फोकस दूरी नेत्र से नेत्र के दूर बिन्दु के बीच की दूरी के बराबर होगी।



(b)

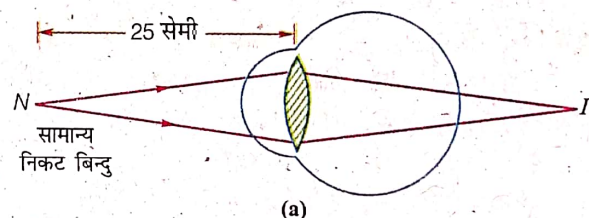
प्रश्न 12. दूर दृष्टि दोष क्या है ? इसके क्या कारण हो सकते हैं ? इसका निवारण किस प्रकार किया जाता है ? (2017)

या आँख का दूर दृष्टि दोष क्या है ? इसका निवारण कैसे किया जाता है ? (2014)

उत्तर— दूर-दृष्टि दोष (Hypermetropia or longsightedness)—दूर दृष्टि दोष मनुष्य की आँख का वह दोष है, जिसमें मनुष्य दूर की वस्तुओं को तो स्पष्ट देख सकता है; परन्तु पास की वस्तुएँ स्पष्ट दिखायी नहीं पड़ती। इसके निम्न दो कारण हो सकते हैं—

1. नेत्र लेन्स की फोकस दूरी अधिक हो जाए अर्थात् लेन्स पतला हो जाए।
2. आँख के गोले का व्यास कम हो जाए अर्थात् नेत्र लेन्स व रेटिना के बीच की दूरी कम हो जाए।

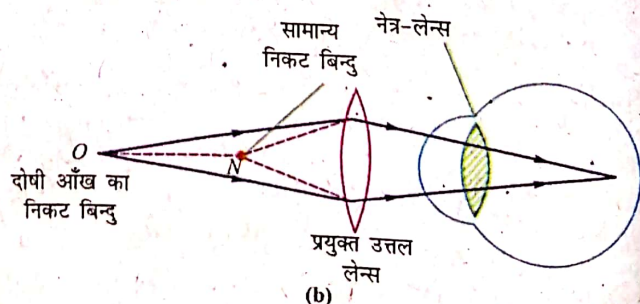
इन कारणों से पास की वस्तुओं के प्रतिबिम्ब रेटिना पर न बनकर उसके पीछे बनते हैं चित्र (a)। दूसरे शब्दों में, नेत्र का निकट बिन्दु 25 सेमी से अधिक दूर हो जाता है।



(a)

दोष का निवारण—चूँकि इस दोष में नेत्र लेन्स की फोकस दूरी बढ़ जाती है जिससे नेत्र लेन्स कम अभिसारी (converging) हो जाता है; अतः इस दोष को दूर करने के लिए एक ऐसा लेन्स प्रयुक्त करना चाहिए जिससे वह अधिक अभिसारी हो जाए। इस दोष को दूर करने के लिए उपयुक्त फोकस दूरी का उत्तल लेन्स प्रयुक्त करते हैं ताकि इस लेन्स तथा नेत्र-लेन्स की संयुक्त फोकस दूरी इतनी हो जाये कि प्रतिबिम्ब रेटिना पर बनने लगे।

माना सामान्य आँख का निकट बिन्दु N तथा दूर दृष्टि से पीड़ित आँख का निकट बिन्दु O पर है। प्रयुक्त उत्तल लेन्स N पर रखी वस्तु का प्रतिबिम्ब O पर बनाने लगे, तब प्रतिबिम्ब O नेत्र लेन्स के लिए वस्तु का कार्य करेगा तथा नेत्र लेन्स अन्तिम प्रतिबिम्ब रेटिना पर बना देगा। इस प्रकार उचित फोकस दूरी का उत्तल लेन्स प्रयुक्त करने पर सामान्य निकट बिन्दु N पर रखी वस्तु भी आँख को स्पष्ट दिखाई देगी चित्र (b)।



(b)

extra shots

- ★ वर्णान्धता (colour blindness) से पीड़ित व्यक्ति की रेटिना पर किसी विशेष रंग के लिए सुग्राही शंक्वाकार कोशिकाएँ बहुत कम होने के कारण वह उस रंग की पहचान नहीं कर पाता है।
- ★ मधुमक्खी की आँख की रेटिना पर एक अन्य प्रकार की शंक्वाकार कोशिकाएँ होती हैं जो पराबैंगनी प्रकाश के लिए सुग्राही होती हैं, अतः मधुमक्खी पराबैंगनी प्रकाश में भी देख सकती है।
- ★ मुर्गे की आँख की रेटिना पर दण्डाकार कोशिकाएँ बहुत कम होती हैं, अतः वह केवल तीव्र प्रकाश में ही देख पाता है। इसी कारण मुर्गा सूर्योदय होते ही जाग जाता है और सूर्यास्त होते ही सो जाता है।
- ★ 10 वर्ष से कम आयु के बच्चे के नेत्र की मांसपेशियाँ वयस्कों की तुलना में अधिक लचीली तथा मजबूत होती हैं, अतः अपेक्षाकृत अधिक तनाव झेल सकती हैं। अतः इस आयु में स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी अपेक्षाकृत कम (लगभग 8-10 सेमी तक) हो सकती है।

प्रश्न 13. एक अपवर्तनी खगोलीय दूरदर्शी का किरण आरेख खींचिए जब अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बनता है। इसकी आवर्धन क्षमता के लिए व्यंजक भी स्थापित कीजिए। (NCERT)

(2016, 17, 18, 19)

या खगोलीय दूरदर्शी का किरण आरेख बनाइए। जब अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्तता पर बन रहा है। दूरदर्शी में अभिदृश्यक लेन्स का द्वारक बड़े आकार का क्यों लिया जाता है? (2015, 18)

या खगोलीय दूरदर्शी द्वारा अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बनने का किरण आरेख बनाइए। (2017)

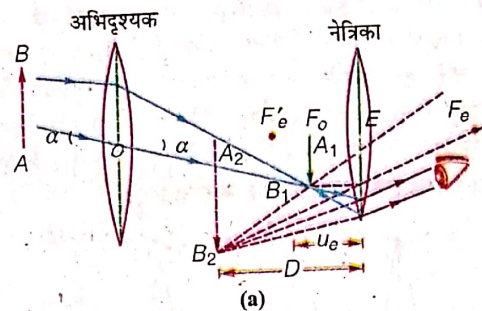
उत्तर— खगोलीय दूरदर्शी (Astronomical Telescope)—खगोलीय दूरदर्शी एक ऐसा प्रकाशिक यंत्र है जिसके द्वारा बना दूर स्थित वस्तु का प्रतिबिम्ब का आँख पर बड़ा दर्शन कोण बनाता है जिससे कि वह वस्तु आँख को बड़ी दिखायी पड़ती है।

रचना—इसमें धातु की एक लम्बी बेलनाकार नली होती है जिसके एक सिरे पर बड़ी फोकस-दूरी तथा बड़े द्वारक का अवर्णक उत्तल लेन्स लगा होता है, जिसे 'अभिदृश्यक लेन्स' कहते हैं। नली के दूसरे सिरे पर एक अन्य छोटी नली फिट होती है जो दन्तुर दण्ड-चक्र (रैक-पिनयन) व्यवस्था द्वारा बड़ी नली में आगे-पीछे खिसकाई जा सकती है। छोटी नली के बाहरी सिरे पर एक छोटी फोकस-दूरी तथा छोटे द्वारक का अवर्णक उत्तल लेन्स लगा रहता है जिसे अभिनेत्र लेन्स अथवा नेत्रिका कहते हैं। नेत्रिका के फोकस पर क्रॉस-तार लगे रहते हैं।

समायोजन—सबसे पहले नेत्रिका को छोटी नली में आगे-पीछे खिसकाकर क्रॉस-तार पर फोकस कर लेते हैं। फिर जिस वस्तु को देखना हो उसकी ओर अभिदृश्यक लेन्स को दिष्ट कर देते हैं। दन्तुर-दण्ड-चक्र व्यवस्था द्वारा छोटी नली को लम्बी नली में आगे-पीछे खिसकाकर अभिदृश्यक लेन्स की क्रॉस-तार से दूरी इस प्रकार समायोजित करते हैं कि वस्तु के प्रतिबिम्ब और क्रॉस-तार में लम्बन न रहे। इस स्थिति में वस्तु का स्पष्ट प्रतिबिम्ब दिखाई देगा। यह प्रतिबिम्ब लेन्सों द्वारा प्रकाश के अपवर्तन से बनता है। अतः यह दूरदर्शी 'अपवर्तक' दूरदर्शी है।

प्रतिबिम्ब का बनना—चित्र (a) में दूरदर्शी का अभिदृश्यक लेन्स O तथा नेत्रिका E दिखाये गये हैं। AB एक दूर-स्थित वस्तु है जिसका A सिरा दूरदर्शी की अक्ष पर है। लेन्स O के द्वारा AB का वास्तविक, उल्टा व छोटा प्रतिबिम्ब A'B', लेन्स के द्वितीय फोकस F₀ पर बनता है। यह प्रतिबिम्ब नेत्रिका E के प्रथम फोकस F_e के भीतर है तथा नेत्रिका के लिए वस्तु का कार्य करता है। अतः नेत्रिका, A'B' का आभासी, सीधा तथा बड़ा प्रतिबिम्ब A''B'' बनाती है। B'' की स्थिति ज्ञात करने के लिए, B' से दो विछिन्न किरणें (.....) ली गई हैं। एक किरण जो E के प्रकाशिक-केन्द्र में से जाती है, सीधी चली जाती है तथा

दूसरी किरण जो मुख्य अक्ष से समान्तर ली गई है, E के दूसरे फोकस F_e से होकर जाती है। ये किरणें पीछे बढ़ाने पर बिन्दु B'' पर मिलती हैं।



आवर्धन-क्षमता—दूरदर्शी की आवर्धन-क्षमता (कोणीय आवर्धन) अन्तिम प्रतिबिम्ब द्वारा आँख पर बना दर्शन कोण वस्तु द्वारा आँख पर बना दर्शन कोण जबकि वस्तु अपनी वास्तविक स्थिति में हो

$$M = \frac{\text{अन्तिम प्रतिबिम्ब द्वारा आँख पर बना दर्शन कोण}}{\text{वस्तु द्वारा आँख पर बना दर्शन कोण जबकि वस्तु अपनी वास्तविक स्थिति में हो}}$$

चूँकि आँख नेत्रिका E के समीप है, अतः अन्तिम प्रतिबिम्ब A''B'' द्वारा नेत्रिका पर बने कोण β को ही A''B'' द्वारा आँख पर बना कोण मान सकते हैं। इसी प्रकार चूँकि वस्तु AB, दूरदर्शी से बहुत दूर है, अतः वस्तु द्वारा अभिदृश्यक O पर बने कोण α को वस्तु द्वारा आँख पर बना कोण मान सकते हैं। तब

$$M = \frac{\beta}{\alpha}$$

कोण β व α बहुत छोटे होते हैं, अतः इनके स्थान पर इनकी स्पर्शज्या (\tan) लिख सकते हैं। तब

$$\beta = \tan \beta = \frac{A'B'}{EA'} \quad (\text{चित्र से})$$

तथा

$$\alpha = \tan \alpha = \frac{A'B'}{OA'}$$

∴

$$M = \frac{A'B' / EA'}{A'B' / OA'} = \frac{OA'}{EA'}$$

यदि अभिदृश्यक लेन्स O की फोकस-दूरी F₀ हो तथा A'B' की नेत्रिका E से दूरी u_e हो, तो उचित चिह्न लेने पर OA' = +f₀ तथा EA' = -u_e; अतः उपरोक्त समीकरण से

$$M = -\frac{f_0}{u_e} \quad \dots(1)$$

यह आवर्धन-क्षमता का व्यापक सूत्र है। इसकी निम्न दो स्थितियाँ सम्भव हैं—

1. **जब अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी D पर बनता है**—यदि अन्तिम प्रतिबिम्ब A''B'' की नेत्रिका से दूरी D है, तब लेन्स के सूत्र $\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ में नेत्रिका के लिए $v = -D, u = -u_e$ तथा

$f = +f_e$ (जहाँ f_e नेत्रिका की फोकस-दूरी है) रखने पर

$$\frac{1}{-D} - \frac{1}{-u_e} = \frac{1}{f_e}$$

अथवा

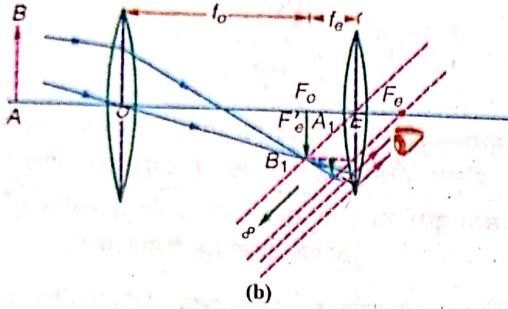
$$\frac{1}{u_e} = \frac{1}{f_e} + \frac{1}{D} = \frac{1}{f_e} \left(1 + \frac{f_e}{D} \right)$$

$\frac{1}{u_e}$ का यह मान समी० (1) में रखने पर,

$$M = -\frac{f_0}{f_e} \left(1 + \frac{f_e}{D} \right) \quad \dots(2)$$

इस सूत्र में f_o, f_e तथा D के केवल आंकिक मान रखेंगे। इस स्थिति में दूरदर्शी की लम्बाई $f_o + u_e$ होगी।

2. जब अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्तता पर बनता है—श्रान्त आँख (relaxed eye) से देखने के लिए अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्तता पर बनना चाहिए चित्र (b)। इसके लिए नेत्रिका तथा अभिदृश्यक के बीच दूरी इतनी रखते हैं कि वस्तु AB का अभिदृश्यक O द्वारा बना प्रतिबिम्ब $A'B'$, नेत्रिका के फोकस F_e' पर पड़े ($u_e = f_e$)। दूरदर्शी का यह समायोजन सामान्य समायोजन कहलाता है।



समीकरण (1) में $u_e = f_e$ रखने पर,

$$M = -\frac{f_o}{f_e} \quad \dots(3)$$

इस स्थिति में दूरदर्शी की लम्बाई $f_o + f_e$ होगी।

सूत्र (2) तथा (3) से स्पष्ट है कि दूरदर्शी की आवर्धन-क्षमता बढ़ाने के लिए अभिदृश्यक लेन्स की फोकस-दूरी f_o बड़ी तथा नेत्रिका की फोकस दूरी f_e छोटी होनी चाहिए। ऋणात्मक चिह्न इस बात का सूचक है कि अन्तिम प्रतिबिम्ब उल्टा बनता है।

प्रश्न 14. किसी परावर्ती दूरदर्शी का किरण आरेख खींचकर उसमें प्रतिबिम्ब का बनना प्रदर्शित कीजिए। (2016, 17)

या परावर्ती दूरदर्शी का किरण आरेख खींचिए तथा इसकी आवर्धन-क्षमता का सूत्र लिखिए जब प्रतिबिम्ब (i) अनन्त पर बन रहा हो। (ii) स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बन रहा हो।

या परावर्ती दूरदर्शी में प्रतिबिम्ब का बनना किरण-आरेख द्वारा समझाइए। अपवर्ती दूरदर्शी की तुलना में परावर्ती दूरदर्शी का क्या लाभ है? (2011)

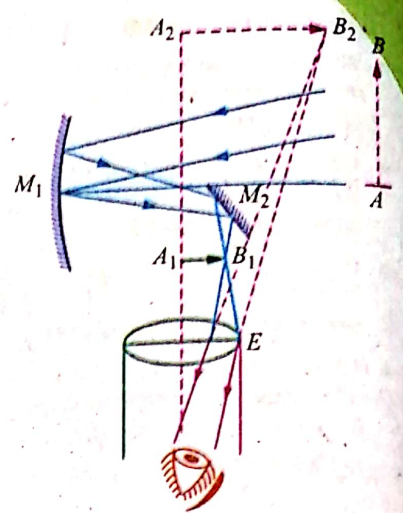
या परावर्ती दूरदर्शी का किरण आरेख खींचिए तथा इसकी कार्यविधि समझाइए। किसी दूरदर्शी की विभेदन क्षमता कैसे बढ़ाई जा सकती है? (2012)

या परावर्ती दूरदर्शी की विशेषताओं का उल्लेख कीजिए। (2017)

या किसी परावर्ती दूरदर्शी से प्रतिबिम्ब का बनना किरण आरेख द्वारा समझाइए। अपवर्ती दूरदर्शी की अपेक्षा परावर्ती दूरदर्शी क्यों अच्छी होती है? (2017)

उत्तर— परावर्ती दूरदर्शी की रचना एवं उसके द्वारा प्रतिबिम्ब बनने का किरण आरेख दिए गए चित्र में प्रदर्शित किया गया है। इसमें अभिदृश्यक एक बड़े आकार तथा बड़ी फोकस दूरी का अवतल दर्पण M_1 होता है जो एक चौड़ी नली के एक सिरे पर लगा रहता है। नली का खुला सिरा दूर स्थित वस्तु की ओर करके रखा जाता है। नली में अवतल दर्पण के फोकस से कुछ पहले एक समतल दर्पण M_2 मुख्य अक्ष से 45° कोण पर झुका हुआ रखा जाता है। दूरदर्शी की इस चौड़ी नली के बगल में एक पतली नली लगी होती है जिसमें कम फोकस दूरी तथा छोटी द्वारक का एक अवर्णक उत्तल लेन्स E लगा रहता है। जिसे नेत्रिका कहते हैं।

अवतल दर्पण M_1 दूर स्थित वस्तु AB से आने वाली समान्तर किरणों को अपने फोकस पर केन्द्रित करता है। परन्तु ये किरणें फोकस पर केन्द्रित होने से पूर्व फोकस से पहले 45° कोण पर झुके समतल दर्पण M_2 पर आपतित होती हैं। समतल दर्पण इन किरणों को परावर्तित करके AB का छोटा, वास्तविक, उल्टा प्रतिबिम्ब A_1B_1 बनाता है। नेत्रिका E द्वारा A_1B_1 का वास्तविक, सीधा तथा बड़ा प्रतिबिम्ब A_2B_2 स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी तथा अनन्त के बीच में बन जाता है। जब प्रतिबिम्ब A_1B_1 नेत्रिका के फोकस पर बन जाता है, तो अन्तिम प्रतिबिम्ब A_2B_2 अनन्त पर बनेगा।



आवर्धन क्षमता सूत्र—

(i) जब प्रतिबिम्ब अनन्त पर बन रहा हो, तब $M = \frac{f_o}{f_e}$.

(ii) जब प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बनता है, तब

$$M = \frac{f_o}{f_e} \left(1 + \frac{f_e}{D} \right)$$

अपवर्ती दूरदर्शी की तुलना में परावर्ती दूरदर्शी के लाभ—अपवर्ती दूरदर्शी की तुलना में परावर्ती दूरदर्शी के निम्नलिखित लाभ हैं—

1. परावर्ती दूरदर्शक में प्रकाश अवशोषण बहुत कम होता है; अतः इससे निर्मित प्रतिबिम्ब, समान द्वारक के अपवर्ती दूरदर्शक की अपेक्षा अधिक चमकीला होता है।
2. परावर्ती दूरदर्शक से बना अन्तिम प्रतिबिम्ब वर्ण-विपथन दोष से पूर्णतः मुक्त होता है।
3. इसमें परवलयीय दर्पणों के प्रयोग से गोलीय विपथन दोष भी स्वतः दूर हो जाता है जिससे प्रतिबिम्ब टेढ़े दिखायी नहीं देते।
4. दूरदर्शी से दूर-स्थित वस्तु का चमकीला प्रतिबिम्ब बनाने के लिए उसके अभिदृश्यक का द्वारक बड़ा (large) होना आवश्यक है। तकनीकी दृष्टि से बड़े द्वारक के लेन्स को ढालने (casting) की क्रिया में उसके पदार्थ में विकृति आ जाती है, क्योंकि बड़े आकार के गर्म काँच को एकसमान (uniformly) ठण्डा करना कठिन होता है। फलस्वरूप इनसे निर्मित प्रतिबिम्ब भी विकृत हो जाते हैं। चूँकि दर्पण से परावर्तन द्वारा प्रतिबिम्ब निर्मित होते हैं, प्रकाश की किरण केवल दर्पण के पृष्ठ को स्पर्श करती है, उसके पदार्थ में होकर नहीं गुजरती है। अतः दर्पण के पदार्थ में कोई विकृति होने पर उसका प्रतिबिम्ब पर प्रभाव नहीं पड़ता।
5. दूरदर्शी की विभेदन क्षमता $= d/122 \lambda$ अतः अभिदृश्यक का द्वारक d बढ़ाकर दूरदर्शी की विभेदन क्षमता बढ़ायी जा सकती है।
6. परावर्ती दूरदर्शी में परवलयीय दर्पण के उपयोग से प्रतिबिम्ब में गोलीय विपथन के दोष को दूर किया जा सकता है।

COMMON ERROR

★ श्रान्त नेत्र के लिए अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्त पर बनता है न कि स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर।

श्रान्त नेत्र के लिए दूरदर्शी की आवर्धन क्षमता $M = \frac{f_o}{f_e}$

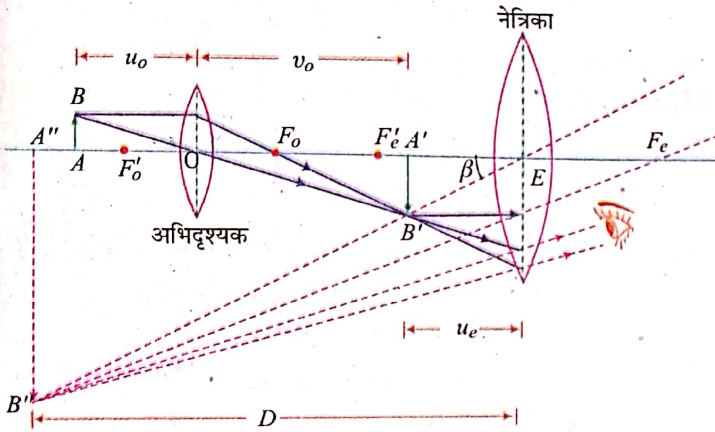
तथा दूरदर्शी की लम्बाई, $L = f_o + f_e$

प्रश्न 15. संयुक्त सूक्ष्मदर्शी का नामांकित किरण आरेख बनाइए तथा इसकी आवर्धन क्षमता का सूत्र ज्ञात कीजिए, जब अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बनता है। (NCERT) (2016, 18)

उत्तर — आवर्धन-क्षमता — माना कि अन्तिम प्रतिबिम्ब $A''B''$ नेत्रिका E पर β कोण बनाता है। आँख नेत्रिका के समीप है, अतः $A''B''$ द्वारा आँख पर बनने वाले कोण को भी β मान सकते हैं। माना कि यदि वस्तु AB आँख से स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी D पर हो, तो वह आँख पर α कोण बनाती है। अब, सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन-क्षमता

$$M = \frac{\text{अन्तिम प्रतिबिम्ब द्वारा आँख पर बना दर्शन कोण}}{\text{वस्तु द्वारा आँख पर बना दर्शन कोण जबकि वस्तु स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी D पर हो तथा सीधे ही देखी जा रही हो}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

चूँकि वस्तु छोटी है, अतः α व β के मान भी छोटे होंगे। तब,



$$\beta = \tan \beta = \frac{A'B'}{EA'}$$

$$\text{तथा } \alpha = \tan \alpha = \frac{AB}{D}$$

$$\therefore M = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{A'B'/EA'}{AB/D} = \frac{A'B'}{AB} \left(\frac{D}{EA'} \right)$$

यदि वस्तु AB तथा प्रतिबिम्ब $A'B'$ की अभिदृश्यक O से दूरियाँ क्रमशः u_o व v_o हों, तो (उचित चिह्न लेने पर) आवर्धन के सूत्र से,

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{+v_o}{-u_o}$$

इसी प्रकार, यदि नेत्रिका से $A'B'$ की दूरी u_e हो, तो

$$EA' = -u_e$$

अतः उपरोक्त समीकरण से,

$$M = -\frac{v_o}{u_o} \left(\frac{-D}{-u_e} \right) = -\frac{v_o}{u_o} \left(\frac{D}{u_e} \right) \quad \dots(1)$$

जब अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बनता है — यदि अन्तिम प्रतिबिम्ब $A''B''$ की नेत्रिका से दूरी D है, तब लेन्स के सूत्र में नेत्रिका के लिए $v = -D, u = -u_e$ तथा $f = +f_e$ (जहाँ f_e नेत्रिका की फोकस दूरी है) रखने पर,

$$\frac{1}{-D} - \frac{1}{-u_e} = \frac{1}{f_e}$$

अथवा

$$\frac{1}{u_e} = \frac{1}{D} + \frac{1}{f_e}$$

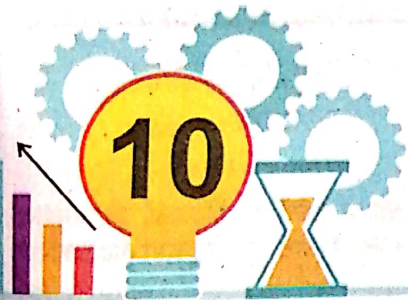
अथवा

$$\frac{D}{u_e} = 1 + \frac{D}{f_e}$$

समीकरण (1) में D/u_e का यह मान रखने पर

$$M = -\frac{v_o}{u_o} \left(1 + \frac{D}{f_e} \right)$$

इस स्थिति में सूक्ष्मदर्शी की लम्बाई $v_o + u_e$ होगी।



तरंग-प्रकाशिकी

Quick Review

- जब λ तरंगदैर्घ्य की प्रकाश किरण n अपवर्तनांक वाले माध्यम में अपवर्तित होती है तो इस माध्यम में प्रकाश की तरंगदैर्घ्य $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$ होगी।
- व्यतिकरण में परिणामी तरंग की तीव्रता $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$
- कलान्तर तथा पथान्तर में सम्बन्ध, $\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$

- संपोषी व्यतिकरण के लिए पथान्तर $\Delta x = m\lambda$, (जहाँ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$) तथा परिणामी तीव्रता $I_{\max} = K(a_1 + a_2)^2$
- विनाशी व्यतिकरण के लिए पथान्तर $\Delta x = (2m - 1)\pi$, (जहाँ $m = 1, 2, 3, \dots$) तथा परिणामी तीव्रता $I_{\min} = K(a_1 - a_2)^2$
- संपोषी तथा विनाशी व्यतिकरण वाले बिन्दुओं पर तीव्रताओं का अनुपात $\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{(a_1 + a_2)^2}{(a_1 - a_2)^2}$
- केन्द्रीय फ्रिन्ज से m वीं दीप्त फ्रिन्ज की दूरी $x_m = \frac{mD\lambda}{d}$
- केन्द्रीय फ्रिन्ज से m वीं अदीप्त फ्रिन्ज की दूरी $x_m = \frac{(2m - 1)D\lambda}{2d} = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{D\lambda}{d}$
- व्यतिकरण फ्रिन्ज की चौड़ाई $W = \frac{D\lambda}{d}$
- फ्रिन्ज की कोणीय चौड़ाई $\theta = \frac{\lambda}{d}$
- व्यतिकारी प्रकाश पुंज के मार्ग में t मोटाई की पतली पारदर्शक प्लेट रखने पर प्रत्येक फ्रिन्ज का विस्थापन $x_0 = \frac{D}{d}(n - 1)t$
- एकल झिरी द्वारा प्रकाश के विवर्तन में—
निम्निष्ठों की स्थिति के लिए,
प्रथम निम्निष्ठ के लिए, $e \sin \theta = \pm m\lambda$ जहाँ $m = 1, 2, 3, \dots$
द्वितीय निम्निष्ठ के लिए, $e \sin \theta_1 = \pm \lambda$
 m वें गौण उच्चिष्ठों की स्थिति के लिए, $e \sin \theta_2 = \pm 2\lambda$
प्रथम गौण उच्चिष्ठ के लिए, $e \sin \theta = \pm \frac{(2m + 1)\lambda}{2}$
केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई, $e \sin \theta'_1 = \pm \frac{3\lambda}{2}$
केन्द्रीय उच्चिष्ठ की रेखीय चौड़ाई, $2\theta = \frac{2\lambda}{e}$
 $2x = \frac{2\lambda}{e} \times D = \frac{2\lambda}{e} \times f$
- ब्रूस्टर का नियम**—यदि किसी पारदर्शी माध्यम का अपवर्तनांक n तथा उसके लिए ध्रुवण कोण i_p हो, तब $n = \tan i_p$
- मैलस का नियम**—निर्गत प्रकाश की तीव्रता $I = I_0 \cos^2 \theta$

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. 600 nm तरंगदैर्घ्य का एक वर्णीय प्रकाश निर्वात से 1.5 अपवर्तनांक वाले माध्यम में प्रवेश करता है। माध्यम में इसका तरंगदैर्घ्य होगा—

- (i) 400 nm (ii) 600 nm (iii) 450 nm (iv) 900 nm

उत्तर— (i) 400 nm

प्रश्न 2. दो प्रकाश तरंगों के समीकरण हैं—

$$y_1 = 8 \cos \omega t$$

$$y_2 = 6 \cos (\omega t + \theta)$$

इनके अध्यारोपण से उत्पन्न परिणामी तरंग की न्यूनतम व अधिकतम तीव्रताओं में अनुपात होगा—

- (i) 1 : 49 (ii) 1 : 7 (iii) 49 : 1 (iv) 7 : 1

उत्तर— (i) 1 : 49

प्रश्न 3. जल की सतह पर तेल की पतली परत बिछी हुई है। सूर्य के प्रकाश में इस सतह पर सुन्दर रंग दिखाई देने का कारण है—

- (i) प्रकाश का वर्ण विक्षेपण (ii) प्रकाश का ध्रुवण
(iii) प्रकाश का व्यतिकरण (iv) प्रकाश का विवर्तन

उत्तर— (iii) प्रकाश का व्यतिकरण
प्रश्न 4. यदि व्यतिकरण करने वाली दो तरंगों की तीव्रताओं का अनुपात 16 : 9 है, तो व्यतिकरण प्रारूप में महत्तम एवं न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात है—

- (i) 4 : 3 (ii) 49 : 1
(iii) 25 : 7 (iv) 256 : 81

संकेत : $a_1 a_2 = \sqrt{I_1 / I_2}$

उत्तर— (ii) 49 : 1

प्रश्न 5. समान आयाम व समान तरंगदैर्घ्य की दो प्रकाश तरंगें अध्यारोपित की जाती हैं। परिणामी तरंग का आयाम अधिकतम होगा जब उनके बीच कलान्तर है—

- (i) शून्य (ii) $\pi/4$ (iii) $\pi/2$ (iv) π

उत्तर— (i) शून्य

प्रश्न 6. जब एकवर्णी प्रकाश निर्वात से किसी पारदर्शी माध्यम में प्रवेश करता है तो प्रकाश का कौन-सा अभिलक्षण अपरिवर्तित रहता है? (2018)

- (i) तीव्रता (ii) चाल (iii) आवृत्ति (iv) तरंगदैर्घ्य

उत्तर— (iii) आवृत्ति

प्रश्न 7. वह घटना, जो प्रकाश की अनुप्रस्थ तरंग प्रकृति दर्शाती है, है—

- (i) व्यतिकरण (ii) विवर्तन (iii) ध्रुवण (iv) अपवर्तन

उत्तर— (iii) ध्रुवण

प्रश्न 8. ध्रुवण कोण (p) तथा क्रान्तिक कोण (C) में सम्बन्ध व्यक्त होता है—

- (i) $\tan p = \operatorname{cosec} C$ (ii) $\tan p = \sin C$

- (iii) $\tan p = \sec C$ (iv) $\tan p = \cos C$

उत्तर— (i) $\tan p = \operatorname{cosec} C$

प्रश्न 9. एक पोलैराइड की पारदर्शी प्लेट उसी प्रकार की एक अन्य प्लेट पर इस प्रकार रखी है कि इनकी ध्रुवण दिशाओं के बीच 30° का कोण बनता है। प्लेटों के इस युग्म में से एक पर अध्रुवित प्रकाश आपतित होता है। निर्गत प्रकाश तथा आपतित अध्रुवित प्रकाश की तीव्रताओं का अनुपात होगा—

- (i) 1:4 (ii) 1:3 (iii) 3:4 (iv) 3:8

उत्तर— (ii) 1:3

प्रश्न 10. प्रकाश तरंगों की अनुप्रस्थ प्रकृति की पुष्टि होती है—

- (i) ध्रुवण के द्वारा (ii) विवर्तन के द्वारा
(iii) व्यतिकरण के द्वारा (iv) आवर्तन के द्वारा

उत्तर— (i) ध्रुवण के द्वारा

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. ऐसी दो भौतिक घटनाओं का उल्लेख कीजिए जो प्रकाश की तरंग प्रकृति की पुष्टि करती हैं।

उत्तर— व्यतिकरण तथा विवर्तन।

प्रश्न 2. एक प्रकाश किरण का पानी में तरंगदैर्घ्य 4800 \AA है। यदि पानी और काँच के अपवर्तनांक क्रमशः $\frac{4}{3}$ और $\frac{5}{3}$ हैं तो काँच में किरण की तरंगदैर्घ्य क्या होगी?

हल—

$${}_w n_g = \frac{4}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\lambda_g = \frac{\lambda_w}{{}_w n_g} = \frac{4800}{4/5} = 4800 \times \frac{5}{4} = 6000 \text{ \AA}$$

प्रश्न 3. समान आवृत्ति वाली दो तरंगों के आयामों का अनुपात 5:3 है। इनके अध्यारोपण से उत्पन्न परिणामी तरंग की अधिकतम तथा न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल— यहाँ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{3}$ या $a_2 = \left(\frac{3}{5}\right) a_1$

$$\frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left(\frac{a_1 + \frac{3}{5}a_1}{a_1 - \frac{3}{5}a_1} \right)^2 = \left[\frac{5a_1 + 3a_1}{5a_1 - 3a_1} \right]^2 = \frac{16}{1}$$

अर्थात् $I_{\max} : I_{\min} = 16:1$

प्रश्न 4. कला-सम्बद्ध स्रोतों से आप क्या समझते हैं? (2010, 18, 19)

उत्तर— ऐसे दो स्रोतों को जिनके बीच कलान्तर सदैव नियत रहता है, कला-सम्बद्ध स्रोत (coherent sources) कहते हैं। दो कला-सम्बद्ध स्रोतों से हम स्थायी (sustained) व्यतिकरण प्रतिरूप प्राप्त कर सकते हैं। ऐसे स्रोत किसी युक्ति द्वारा एक ही स्रोत से प्राप्त किये जाते हैं।

प्रश्न 5. अध्यारोपण का सिद्धान्त लिखिए।

उत्तर— किसी माध्यम में दो अथवा दो से अधिक प्रगामी तरंगें एक साथ परन्तु एक-दूसरे की गति को बिना प्रभावित किये चल सकती हैं। अतः माध्यम के प्रत्येक कण का किसी क्षण परिणामी विस्थापन दोनों तरंगों द्वारा अलग-अलग उत्पन्न विस्थापनों के सदिश (vector) योग के बराबर होता है। इस सिद्धान्त को 'अध्यारोपण का सिद्धान्त' कहते हैं।

प्रश्न 6. 5000 \AA तरंगदैर्घ्य की दो प्रकाश किरणों के मध्य कलान्तर 180° है। इनके मध्य पथान्तर क्या होगा? (2019)

हल— यहाँ, $\lambda = 5000 \text{ \AA} = 5000 \times 10^{-10} \text{ मी}$
 $= 5.0 \times 10^{-7} \text{ मी}$

तथा $\Delta\phi = 180^\circ = \pi \text{ रेडियन}$

$\therefore \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$

$\Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta\phi \times \lambda}{2\pi} = \frac{\pi \times 5 \times 10^{-7}}{2\pi}$
 $= 2.5 \times 10^{-7} \text{ मी}$

प्रश्न 7. समान आवृत्ति की दो प्रकाश तरंगों के आयाम 4:3 के अनुपात में हैं। यदि दोनों तरंगें व्यतिकरण करें तो महत्तम व न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात क्या होगा? (2017)

हल— दिया है, आयामों का अनुपात, $a_1 : a_2 = 4 : 3$

अधिकतम तीव्रता के स्थान पर आयाम $= (a_1 + a_2)$

न्यूनतम तीव्रता के स्थान पर आयाम $= (a_1 - a_2)$

सूत्र $I \propto a^2$ से,

$$\frac{\text{अधिकतम तीव्रता } (I_{\max})}{\text{न्यूनतम तीव्रता } (I_{\min})} = \frac{(a_1 + a_2)^2}{(a_1 - a_2)^2} = \frac{(4+3)^2}{(4-3)^2} = \frac{49}{1}$$

प्रश्न 8. दो प्रकाश तरंगों की तीव्रताओं का अनुपात 81:49 है। उनके आयामों का क्या अनुपात होगा? (2017)

हल— दिया है, $I_1 : I_2 = 81 : 49$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{81}{49}$$

परन्तु $\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}$

अतः $\frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{81}{49}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{7}$

$a_1 : a_2 = 9 : 7$

प्रश्न 9. 0.2 मिमी चौड़ाई वाले रेखाछिद्र से 2 मीटर दूर रखे पर्दे पर विवर्तन प्राप्त होता है। पर्दे पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ के दोनों ओर 5 मिमी पर प्रथम निम्निष्ठ पाया जाता है। प्रकाश की तरंगदैर्घ्य की गणना कीजिए।

हल— $e = \frac{\lambda D}{x} \Rightarrow \lambda = \frac{e \times x_1}{D}$ (2011, 17)

$$= \frac{0.2 \text{ मीमी} \times 5 \text{ मीमी}}{2 \text{ मीमी}}$$

$$= 0.5 \times 10^{-6} \text{ मी}$$

$$= 5000 \times 10^{-10} \text{ मी}$$

$$= 5000 \text{ \AA}$$

प्रश्न 10. एकल स्लिट द्वारा विवर्तन में द्वितीय निम्निष्ठ 6.0 के विवर्तन में कोण पर प्राप्त होता है। यदि प्रकाश की तरंगदैर्घ्य λ हो तब स्लिट की चौड़ाई क्या होगी? (2015)

हल— हम जानते हैं, $e \sin \theta = \pm m \lambda$
 द्वितीय निम्निष्ठ की स्थिति में $e \sin \theta = 2 \lambda$
 जहाँ $e =$ स्लिट की चौड़ाई एवं $\theta = 60^\circ$
 $\therefore e \sin 60^\circ = 2 \lambda$
 $\Rightarrow e = \frac{2 \lambda}{\sin 60^\circ} = \frac{4 \lambda}{\sqrt{3}}$

प्रश्न 11. ध्रुवण-कोण से क्या तात्पर्य है? (2012, 14, 17, 18, 19)

उत्तर— पारदर्शी माध्यम पर आपतित प्रकाश का वह आपतन कोण जिसके लिए परावर्तित प्रकाश पूर्णतया समतल ध्रुवित होता है, ध्रुवण-कोण कहलाता है। इसको i_p से प्रदर्शित करते हैं।

प्रश्न 12. वायु से काँच में संक्रमण (transition) के लिए ब्रूस्टर कोण क्या है? (काँच का अपवर्तनांक = 1.5)। (NCERT)

हल— ब्रूस्टर के नियम से, $n = \tan i_p$
 \therefore ब्रूस्टर कोण अर्थात् ध्रुवण कोण $i_p = \tan^{-1}(n)$
 यहाँ $n = 1.5$
 अतः $i_p = \tan^{-1}(1.5) = 56.3^\circ$

प्रश्न 13. द्वि-अपवर्तन से आप क्या समझते हैं? (2011, 16)

उत्तर— द्वि-अपवर्तन (Double Refraction)—टूरमैलीन, कैल्साइट, क्वार्ट्ज जैसे कुछ क्रिस्टल ऐसे होते हैं कि जब उन पर साधारण प्रकाश (अध्रुवित प्रकाश) की कोई किरण डाली जाती है तो वह क्रिस्टल में प्रवेश करने पर दो अपवर्तित किरणों में बँट जाती है। इस घटना को द्वि-अपवर्तन कहते हैं। इन दो अपवर्तित किरणों में से जो एक किरण अपवर्तन के नियमों का पालन करती है, साधारण किरण (ordinary ray) कहलाती है तथा दूसरी किरण जो अपवर्तन के नियमों का पालन नहीं करती, असाधारण किरण (extra-ordinary ray) कहलाती है। ये दोनों किरणें परस्पर लम्बवत् तलों में समतल ध्रुवित होती हैं।

प्रश्न 14. $\sqrt{3}$ अपवर्तनांक वाले माध्यम के लिए ध्रुवण-कोण कितना होता है? (2012, 14)

या प्रकाश एक पारदर्शी माध्यम की प्लेट (अपवर्तनांक $= \sqrt{3}$) पर ध्रुवण कोण पर आपतित होता है। अपवर्तन कोण की गणना कीजिए। (2018)

हल— $n = \tan i_p$ से, $\sqrt{3} = \tan i_p$
 $\Rightarrow \tan i_p = \tan 60^\circ \Rightarrow i_p = 60^\circ$

प्रश्न 15. एक पारदर्शी माध्यम पर आपतित प्रकाश परावर्तन के बाद पूर्णतः समतल ध्रुवित पाया जाता है। माध्यम के लिए ध्रुवण कोण 45° है। माध्यम का अपवर्तनांक तथा अपवर्तन कोण का मान ज्ञात कीजिए। (2011)

हल— ध्रुवण कोण $i_p = 45^\circ$
 \therefore माध्यम का अपवर्तनांक $n = \tan i_p = \tan 45^\circ = 1$
 $\therefore i_p + r = 90^\circ$
 \Rightarrow अपवर्तन कोण $r = 90^\circ - i_p = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. दो तरंगों की तीव्रताओं का अनुपात 1 : 9 है। यदि दोनों तरंगों व्यतिकरण करती हों, तो परिणामी तरंग की अधिकतम तथा न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए। (2019)

उत्तर— माना तरंगों के आयाम a_1 व a_2 तथा तीव्रताएँ I_1 व I_2 हैं।

प्रश्नानुसार, $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{9}$

परन्तु, $\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}$

$\Rightarrow \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3} \dots (1)$

अब व्यतिकरण में, $I_{\max} = k(a_1 + a_2)^2$

तथा $I_{\min} = k(a_1 - a_2)^2$

$\therefore \frac{\text{महत्तम तीव्रता } (I_{\max})}{\text{न्यूनतम तीव्रता } (I_{\min})} = \frac{k(a_1 + a_2)^2}{k(a_1 - a_2)^2}$

समी० (1) से, $a_1 = \frac{1}{3} a_2$ रखने पर,

$\therefore \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{\left(\frac{1}{3} a_2 + a_2\right)^2}{\left(\frac{1}{3} a_2 - a_2\right)^2} = 4:1$

अतः $I_{\max} : I_{\min} = 4:1$

प्रश्न 2. यंग के द्विक रेखा छिद्र प्रयोग में स्लिटें 0.28mm दूरी पर हैं और पर्दा 1.4 मीटर दूर रखा है। केन्द्रीय दीप्त-फ्रिन्ज और चौथी दीप्त फ्रिन्ज के बीच की दूरी 1.2 सेमी है। प्रयोग में प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य एवं दीप्त फ्रिन्ज की चौड़ाई ज्ञात कीजिए। (NCERT) (2015)

हल— दिया है, $d = 0.28$ मिमी $= 0.28 \times 10^{-3}$ मीटर, $D = 14$ मीटर, $x_m = 12$ सेमी $= 12 \times 10^{-2}$ मी

केन्द्रीय उच्चिष्ठ से m वीं दीप्त फ्रिन्ज की दूरी $x_m = m \frac{D \lambda}{d}$

$\therefore \lambda = \frac{x_m d}{m D} = \frac{(12 \times 10^{-2}) \times (0.28 \times 10^{-3})}{4 \times 14}$

$\Rightarrow \lambda = 6 \times 10^{-7}$ मीटर

दीप्त फ्रिन्ज की चौड़ाई $W = \frac{D \lambda}{d} = \frac{1.4 \times 6 \times 10^{-7}}{0.28 \times 10^{-3}}$

$= 3 \times 10^{-3}$ मीटर

प्रश्न 3. समान आवृत्ति की दो तरंगें जिनकी तीव्रताएँ I_0 तथा $9I_0$ हैं, अध्यारोपित की जाती हैं। यदि किसी बिन्दु पर परिणामी तीव्रता $7I_0$ हो तो उस बिन्दु पर तरंगों के बीच न्यूनतम कलान्तर ज्ञात कीजिए। (2012)

हल— परिणामी तीव्रता $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$

जहाँ ϕ किसी बिन्दु पर मिलने वाली तरंगों के बीच कलान्तर है।

$\therefore 7I_0 = I_0 + 9I_0 + 2\sqrt{I_0 \times 9I_0} \cos \phi$

$\Rightarrow 7I_0 = 10I_0 + 6I_0 \cos \phi$

$\Rightarrow 7 = 10 + 6 \cos \phi$

$$\Rightarrow 6 \cos \phi = -3$$

$$\Rightarrow \cos \phi = -\frac{1}{2} = \cos 120^\circ$$

अतः कलान्तर $\phi = 120^\circ$

प्रश्न 4. यंग के प्रयोग में पीला प्रकाश तरंगदैर्घ्य 6000 \AA , प्रयुक्त होने पर दृष्टि क्षेत्र में 60 फ्रिन्जें दिखाई देती हैं। यदि नीला प्रकाश जिसका तरंगदैर्घ्य 4500 \AA है, प्रयोग में लाया जाये, तो कितनी फ्रिन्जें दिखाई देंगी ? (2012)

हल— पीला प्रकाश ($\lambda = 6000 \text{ \AA}$) प्रयुक्त करने पर 60 फ्रिन्जें दिखाई पड़ती हैं; अतः

$$\text{दृष्टि-क्षेत्र का विस्तार} = \text{फ्रिन्जों की संख्या} \times \text{फ्रिन्ज की चौड़ाई}$$

$$= 60 \times W = 60 \times \frac{D\lambda}{d} \quad [\text{जहाँ, } W = \text{फ्रिन्ज की चौड़ाई}]$$

नीला प्रकाश ($\lambda' = 4500 \text{ \AA}$) प्रयुक्त करने पर यदि n फ्रिन्जें दिखाई दें, तो

$$60 \times \frac{D\lambda}{d} = n \times \frac{D\lambda'}{d}$$

$$\text{अथवा} \quad 60 \times \lambda = n \times \lambda'$$

$$\text{अथवा} \quad n = 60 \times \frac{\lambda}{\lambda'} = 60 \times \frac{6000}{4500} = 80 \text{ फ्रिन्जें}$$

अतः 80 फ्रिन्जें दिखाई देंगी।

प्रश्न 5. यंग के प्रयोग में दो स्लिटों के बीच की दूरी 2×10^{-4} मीटर है। 6×10^{-7} मीटर तरंगदैर्घ्य के प्रकाश द्वारा व्यतिकरण फ्रिन्जें 80.0 सेमी दूर पर्दे पर बनती हैं। केन्द्रीय फ्रिन्ज से द्वितीय दीप्त फ्रिन्ज की दूरी ज्ञात कीजिए। (NCERT) (2013)

हल— $d = 2 \times 10^{-4}$ मीटर; $\lambda = 6 \times 10^{-7}$ मीटर;

$D = 80$ सेमी = 0.80 मीटर

केन्द्रीय फ्रिन्ज से m वीं दीप्त फ्रिन्ज की दूरी,

$$x = \frac{mD\lambda}{d} \quad (\text{जहाँ } m = 0, 1, 2, \dots)$$

द्वितीय दीप्त फ्रिन्ज के लिए $m = 2$

$$\therefore x = \left[\frac{2 \times 0.80 \times 6 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-4}} \right] \text{ मी}$$

$$= 4.8 \times 10^{-3} \text{ मी}$$

$$= 4.8 \text{ मिमी}$$

प्रश्न 6. यंग के द्विक-रेखा छिद्र प्रयोग में, स्लिटों 0.2 मिमी दूरी पर तथा पर्दा 2 मीटर दूरी पर है। प्रकाश की तरंगदैर्घ्य 6000 \AA है। गणना कीजिए— (2018)

(i) केन्द्रीय फ्रिन्ज से दूसरी दीप्त फ्रिन्ज की दूरी

(ii) केन्द्रीय फ्रिन्ज से दूसरी अदीप्त फ्रिन्ज की दूरी।

हल— दिया है, $d = 0.2$ मिमी = 2×10^{-4} मीटर, $D = 2$ मीटर,

$\lambda = 6000 \text{ \AA} = 6 \times 10^{-7}$ मीटर, $m = 2$

(i) केन्द्रीय फ्रिन्ज से m वीं दीप्त फ्रिन्ज की दूरी

$$x = \frac{mD\lambda}{d} \quad (\text{जहाँ, } m = 0, 1, 2, \dots)$$

द्वितीय दीप्त फ्रिन्ज के लिए, $m = 2$

$$\therefore x = \frac{2 \times 2 \times 6 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-4}} = 12 \times 10^{-3} \text{ मी}$$

$$= 12 \text{ मिमी}$$

(ii) केन्द्रीय फ्रिन्ज से दूसरी अदीप्त फ्रिन्ज की दूरी,

$$= \left(m - \frac{1}{2} \right) \frac{D\lambda}{d} = \left(2 - \frac{1}{2} \right) \times \frac{2 \times 6 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{3}{2} \times 6 \times 10^{-3} \text{ मी} = 9 \text{ मिमी}$$

प्रश्न 7. यंग के द्वि-छिरी प्रयोग में स्लिटों के बीच दूरी 0.4 मिमी है। प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य 6000 \AA है। 2 मीटर दूर रखे पर्दे पर प्राप्त व्यतिकरण प्रतिरूप में केन्द्रीय फ्रिन्ज से पाँचवें अदीप्त फ्रिन्ज की दूरी तथा फ्रिन्ज की चौड़ाई ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— दिया है, $d = 0.4$ मिमी = 0.04 सेमी = 4×10^{-4} मी
 $\lambda = 6000 \text{ \AA} = 6 \times 10^{-7}$ मी, $D = 2$ मी, $m = 5$

केन्द्रीय फ्रिन्ज से पाँचवें अदीप्त फ्रिन्ज की दूरी

$$= \frac{(2m-1)D\lambda}{2d} = \frac{(2 \times 5 - 1) 2 \times 6 \times 10^{-7}}{2 \times 4 \times 10^{-4}}$$

$$= 13.5 \times 10^{-3} \text{ मी}$$

फ्रिन्ज की चौड़ाई $W = \frac{D\lambda}{d} = \frac{2 \times 6 \times 10^{-7}}{4 \times 10^{-4}} = 3 \times 10^{-3} \text{ मी}$

प्रश्न 8. दो पहाड़ियों की चोटी पर दो मीनारें एक-दूसरे से 40 km की दूरी पर हैं। इनको जोड़ने वाली रेखा मध्य में आने वाली किसी पहाड़ी के 50 m ऊपर से होकर गुजरती है। उन रेडियो तरंगों की अधिकतम तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिए, जो मीनारों के मध्य बिना पर्याप्त विवर्तन प्रभाव के भेजी जा सकें? (NCERT)

हल— फ्रेज्जल दूरी तय करने पर ही तरंग प्रभाव ज्यामितीय प्रभाव पर हावी हो जाता है। अतः फ्रेज्जल दूरी $Z_F = \frac{d^2}{\lambda}$; जहाँ $d = 50$ मी

तथा $Z_F = (40/2) \text{ किमी} = 20 \text{ किमी} = 20 \times 10^3 \text{ मीटर}$

$$\therefore \lambda_{\text{अधिकतम}} = \frac{d^2}{Z_F} = \frac{(50 \text{ मी})^2}{20 \times 10^3 \text{ मी}}$$

$$= 125 \times 10^{-2} \text{ मीटर} = 12.5 \text{ सेमी}$$

प्रश्न 9. व्यतिकरण तथा विवर्तन में क्या अन्तर है ? (2016, 17)
 या प्रकाश के व्यतिकरण तथा विवर्तन की घटनाओं में अन्तर के लिए किसी एक विशिष्टता का उल्लेख कीजिए। (2014)

उत्तर— व्यतिकरण तथा विवर्तन में निम्न अन्तर हैं—

व्यतिकरण (Interference)	विवर्तन (Diffraction)
<ul style="list-style-type: none"> यह घटना दो कला-सम्बद्ध स्रोतों से चलने वाले दो पृथक्कृत तरंगों के बीच अध्यारोपण का परिणाम है। इसमें सभी दीप्त फ्रिन्जें एकसमान तीव्रता की होती हैं। इसमें सभी फ्रिन्जें समान चौड़ाई की होती हैं। इसमें निम्निष्ठ प्रायः पूर्णतया अन्धकारमय होते हैं। 	<ul style="list-style-type: none"> यह घटना एक ही तरंगग्रह के विभिन्न बिन्दुओं से चलने वाली द्वितीयक तरंगिकाओं के बीच अध्यारोपण का परिणाम है। इसमें सभी दीप्त फ्रिन्जें विभिन्न तीव्रताओं की होती हैं तथा तीव्रता के घटते क्रम में होती हैं। इसमें फ्रिन्जें समान चौड़ाई की नहीं होती हैं। इसमें ऐसा नहीं होता है।

प्रश्न 10. किसी 2×10^{-5} मी चौड़ी स्लिट पर 5000 \AA तरंगदैर्घ्य का प्रकाश अभिलम्बवत् पड़ रहा है। विवर्तन प्रारूप में प्रथम निम्नलिखित, केन्द्रीय उच्चिष्ठ से कितनी कोणीय चौड़ाई पर स्थित होगा? केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई भी ज्ञात कीजिए। (NCERT) (2010, 17)

हल—
$$\theta_1 = \pm \frac{\lambda}{e} = \pm \frac{5000 \text{ \AA}}{2 \times 10^{-5}} = \pm 2.5 \times 10^{-2} \text{ रेडियन}$$

केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई $= 2\theta_1 = 5.0 \times 10^{-2} \text{ रेडियन}$

प्रश्न 11. किसी 2×10^{-5} मीटर चौड़ी स्लिट (झिरी) पर 5000 \AA तरंगदैर्घ्य का प्रकाश अभिलम्बवत् गिर रहा है। विवर्तन प्रतिरूप में केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई ज्ञात कीजिए। (2015, 19)

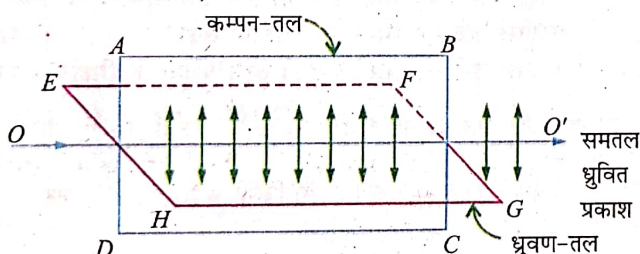
हल— दिया है, प्रकाश की तरंगदैर्घ्य $\lambda = 5000 \text{ \AA} = 5 \times 10^{-7}$ मी
झिरी की चौड़ाई $e = 2 \times 10^{-5}$ मी
केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई $= 2\theta$

$$\Rightarrow 2\theta = \frac{2\lambda}{e} = \frac{2 \times 5 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-5}} = 5 \times 10^{-2} = 0.05 \text{ रेडियन}$$

प्रश्न 12. कम्पन-तल तथा ध्रुवण-तल की परिभाषा दीजिए। (2011)

या ध्रुवण-तल की परिभाषा लिखिए। (2014)

उत्तर— **कम्पन-तल** (Plane of Vibration)—समतल-ध्रुवित प्रकाश में उस तल को जिसमें प्रकाश के चलने की दिशा तथा वैद्युत वेक्टर के कम्पन की दिशा दोनों स्थित हों, 'कम्पन-तल' कहते हैं।



ध्रुवण-तल (Plane of Polarisation)—वह तल जिसमें प्रकाश के चलने की दिशा स्थित हो तथा जो कम्पन-तल के अभिलम्बवत् हो 'ध्रुवण-तल' कहलाता है। इस तल में प्रकाश के कम्पन नहीं होते।

प्रश्न 13. किसी पारदर्शी माध्यम का ध्रुवण-कोण 60° है। ज्ञात कीजिए

(i) माध्यम का अपवर्तनांक, (ii) अपवर्तन कोण।

[दिया गया है, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$]

(2017)

या किसी पारदर्शी माध्यम के लिए ध्रुवण कोण 60° है। माध्यम के अपवर्तनांक की गणना कीजिए। (2015, 18)

या एक पारदर्शी माध्यम पर आपतित प्रकाश परावर्तन के बाद पूर्णतः ध्रुवित हो जाता है। यदि माध्यम का ध्रुवण कोण 60° है तो अपवर्तन कोण का मान ज्ञात कीजिए तथा माध्यम का अपवर्तनांक भी ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— (i) \therefore ब्रूस्टर के नियम से, अपवर्तनांक $n = \tan i_p$

$$\therefore n = \tan 60^\circ = \sqrt{3} = 1.732$$

(ii) $\therefore i_p + r = 90^\circ$;

अतः अपवर्तन कोण $r = 90^\circ - i_p$

$$\therefore r = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. प्रकाश के व्यतिकरण से क्या तात्पर्य है? इसके लिए आवश्यक प्रतिबन्ध क्या हैं? (2011, 12, 13, 14, 15, 16, 19)

या दो प्रकाश पुंजों द्वारा बनी व्यतिकरण फ्रिन्जों को प्राप्त करने के लिये आवश्यक प्रतिबन्धों का उल्लेख कीजिए। (2010, 12)

या प्रकाश के व्यतिकरण के लिए आवश्यक शर्तें बताइए। (2016)

उत्तर— समान आवृत्ति की दो प्रकाश-तरंगें जिनके आयाम समान हों, जब किसी माध्यम में एक साथ चलती हैं तो माध्यम के विभिन्न बिन्दुओं पर प्रकाश की तीव्रता उन तरंगों की अलग-अलग तीव्रताओं के योग से भिन्न होती है। कुछ स्थानों पर प्रकाश की तीव्रता न्यूनतम (लगभग शून्य) होती है, जबकि कुछ स्थानों पर प्रकाश की तीव्रता अधिकतम होती है। प्रकाश-तरंगों की इस घटना को प्रकाश का व्यतिकरण कहते हैं। जिन स्थानों पर तीव्रता न्यूनतम होती है, उन स्थानों पर हुए व्यतिकरण को 'विनाशी-व्यतिकरण' तथा जिन स्थानों पर तीव्रता अधिकतम होती है, उन स्थानों पर हुए व्यतिकरण को 'संपोषी व्यतिकरण' कहते हैं।

प्रकाश के व्यतिकरण के लिए आवश्यक शर्तें—प्रकाश के व्यतिकरण के लिए आवश्यक शर्तें निम्नलिखित हैं—

- दोनों प्रकाश-स्रोत 'कला सम्बद्ध' होने चाहिए, अर्थात् दोनों स्रोतों से प्राप्त तरंगों के बीच कलान्तर समय के साथ स्थिर रहना चाहिए।
- दोनों तरंगों की आवृत्तियाँ (अथवा तरंगदैर्घ्य) बराबर होनी चाहिए।
- दोनों तरंगों के आयाम बराबर होने चाहिए।
- प्रकाश के दोनों स्रोतों के बीच दूरी बहुत कम होनी चाहिए जिससे दोनों तरंगाग्र एक ही दिशा में चलें और फ्रिन्जें अधिक चौड़ी बनें।
- दोनों प्रकाश-स्रोत बहुत संकीर्ण होने चाहिए।

प्रश्न 2. दो तरंगों के व्यतिकरण से उत्पन्न परिणामी तीव्रता का व्यंजक लिखिए। (NCERT)

या a_1 तथा a_2 आयामों तथा समान आवृत्ति की तरंग के अध्यारोपण से उत्पन्न परिणामी तरंग के आयाम के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए जहाँ ϕ तरंग के बीच कलान्तर है। (2019)

उत्तर— दो तरंगों के व्यतिकरण से उत्पन्न परिणामी तीव्रता का व्यंजक—माना कि किसी माध्यम में दो तरंगें एक ही दिशा में गति कर रही हैं। मान लीजिए कि इनकी आवृत्तियाँ बराबर हैं और ये दो कम्पन स्रोतों से इस प्रकार उत्पन्न होती हैं कि किसी बिन्दु पर पहुँचने के समय उनके बीच कलान्तर ϕ है। यदि इन तरंगों के आयाम क्रमशः a_1 व a_2 हों और किसी समय t पर माध्यम के किसी बिन्दु पर इन तरंगों के कारण विस्थापन y_1 व y_2 हों, तब

$$y_1 = a_1 \sin \omega t \quad \dots(1)$$

$$y_2 = a_2 \sin (\omega t + \phi) \quad \dots(2)$$

जहाँ $\omega/2\pi$ प्रत्येक तरंग की आवृत्ति है।

अध्यारोपण के सिद्धान्त से, उस बिन्दु पर परिणामी विस्थापन $y = y_1 + y_2$

$$\begin{aligned} y &= a_1 \sin \omega t + a_2 \sin (\omega t + \phi) \\ &= a_1 \sin \omega t + a_2 \sin \omega t \cos \phi + a_2 \cos \omega t \sin \phi \\ &= (a_1 + a_2 \cos \phi) \sin \omega t + (a_2 \sin \phi) \cos \omega t \end{aligned}$$

$$\text{माना कि } a_1 + a_2 \cos \phi = A \cos \theta \quad \dots(3)$$

$$\text{तथा } a_2 \sin \phi = A \sin \theta \quad \dots(4)$$

जहाँ, A व θ नये नियतांक हैं।

$$y = A \cos \theta \times \sin \omega t + A \sin \theta \times \cos \omega t$$

$$y = A (\sin \omega t \cos \theta + \sin \theta \cos \omega t)$$

$$y = A \sin (\omega t + \theta) \quad \dots(5)$$

तरंग-प्रकाशिकी

समीकरण (5), समीकरण (1) व (2) के ही समान है। अतः उपर्युक्त बिन्दु पर परिणामी विस्थापन एक ऐसी तरंग के कारण है जिसका आयाम A है। A का मान ज्ञात करने के लिए समीकरण (3) व (4) के दोनों पक्षों का वर्ग करके जोड़ने पर

$$A^2 \cos^2 \theta + A^2 \sin^2 \theta = (a_1 + a_2 \cos \phi)^2 + a_2^2 \sin^2 \phi$$

$$A^2 = a_1^2 + 2a_1a_2 \cos \phi + a_2^2 \cos^2 \phi + a_2^2 \sin^2 \phi$$

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \phi \quad \dots(6)$$

\therefore तीव्रता, आयाम के वर्ग के अनुक्रमानुपाती होती है; अतः परिणामी तीव्रता

$$I \propto A^2 \text{ अथवा } I = KA^2 \quad (\text{जहाँ } K \text{ एक समानुपाती नियतांक है।})$$

$$\therefore I = K(a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \phi)$$

$$\text{अथवा } I = Ka_1^2 + Ka_2^2 + 2Ka_1a_2 \cos \phi$$

$$\text{अथवा } I = Ka_1^2 + Ka_2^2 + 2(\sqrt{Ka_1^2 Ka_2^2}) \cos \phi$$

यदि व्यतिकारी तरंगों की पृथक्-पृथक् तीव्रताएँ क्रमशः I_1 तथा I_2 हों, तो

$$I_1 = Ka_1^2 \text{ तथा } I_2 = Ka_2^2$$

$$\therefore I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi \quad \dots(7)$$

यही व्यतिकरण के फलस्वरूप तरंग की परिणामी तीव्रता का अभीष्ट व्यंजक है। इससे स्पष्ट है कि किसी बिन्दु पर परिणामी तीव्रता उस बिन्दु पर मिलने वाली दोनों तरंगों की तीव्रताओं के साथ-साथ उनके बीच कलान्तर ϕ पर भी निर्भर करती है।

प्रश्न 3. तरंगों के संपोषी तथा विनाशी व्यतिकरण के लिए आवश्यक शर्तें बताइए। (2010, 13, 18)

उत्तर— संपोषी व्यतिकरण के लिए आवश्यक शर्तें

परिणामी तीव्रता के सूत्र $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$ से,

स्पष्ट है कि किसी बिन्दु पर संपोषी व्यतिकरण अर्थात् अधिकतम तीव्रता के लिए,

$$\cos \phi = +1 \quad \text{अर्थात्} \quad \phi = 0, 2\pi, 4\pi$$

$$\text{अथवा} \quad \phi = 2m\pi \quad (\text{जहाँ } m = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\text{परन्तु} \quad \text{कलान्तर } \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{पथान्तर } (\Delta x) \quad (\text{जहाँ } \lambda = \text{तरंगदैर्घ्य})$$

$$\therefore \text{दोनों तरंगों के बीच पथान्तर } \Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \times \phi = \frac{\lambda}{2\pi} \times 2m\pi$$

$$\Delta x = m\lambda \quad (\text{जहाँ } m = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$\Delta x = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$$

अतः संपोषी व्यतिकरण के लिए आवश्यक है, कि

(i) दोनों तरंगों के बीच कलान्तर शून्य अथवा π का सम गुणक होना चाहिए, अर्थात् तरंगें एक ही कला में मिलनी चाहिए।

(ii) दोनों तरंगों के बीच पथान्तर शून्य अथवा तरंगदैर्घ्य λ का पूर्ण गुणक होना चाहिए।

विनाशी व्यतिकरण के लिए आवश्यक शर्तें

परिणामी तीव्रता के सूत्र $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$ से,

स्पष्ट है कि किसी बिन्दु पर विनाशी व्यतिकरण अर्थात् न्यूनतम तीव्रता के लिए $\cos \phi = -1$ अर्थात् $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi$

$$\text{अथवा} \quad \phi = (2m-1)\pi \quad (\text{जहाँ } m = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{परन्तु} \quad \text{कलान्तर } \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{पथान्तर } (\Delta x) \quad (\text{जहाँ } \lambda = \text{तरंगदैर्घ्य})$$

$$\therefore \text{पथान्तर } \Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \times \phi = \frac{\lambda}{2\pi} \times (2m-1)\pi$$

अथवा

$$\Delta x = (2m-1) \frac{\lambda}{2} \quad (\text{जहाँ } m = 1, 2, 3, \dots)$$

अर्थात्

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots$$

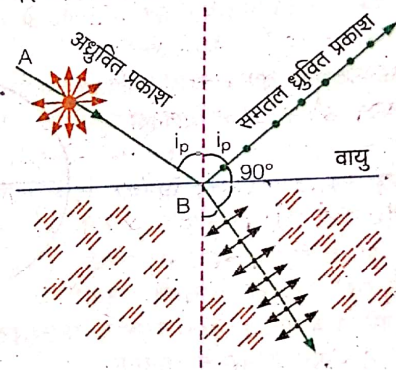
अतः विनाशी व्यतिकरण के लिए आवश्यक है, कि

(i) दोनों तरंगों के बीच कलान्तर π का विषम गुणक होना चाहिए, अर्थात् तरंगें विपरीत कला में मिलनी चाहिए।

(ii) दोनों तरंगों के बीच पथान्तर अर्द्ध-तरंगदैर्घ्य ($\lambda/2$) का विषम गुणक होना चाहिए।

प्रश्न 4. प्रकाश की एक किरण, n अपवर्तनांक के किसी पारदर्शी माध्यम पर, ध्रुवण कोण i_p पर आपतित है। n तथा i_p में सम्बन्ध स्थापित कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि अपवर्तित तथा परावर्तित ध्रुवित प्रकाश किरणें परस्पर लम्बवत् होती हैं। (2018)

उत्तर— माना प्रकाश, वायु तथा काँच के सीमा पृष्ठ पर आपतन कोण i_p पर आपतित होने पर आंशिक रूप से परावर्तित व आंशिक रूप से काँच में अपवर्तन कोण r पर अपवर्तित हो जाता है।



आपतन कोण (i_p) = परावर्तन कोण (r) (परावर्तन के नियम से)

$$\text{स्नैल के नियम से, } n = \frac{\sin i_p}{\sin r}$$

$$\text{चित्र से, } \angle MBC + \angle CBD + \angle DBN = 180^\circ$$

$$\text{अथवा } \angle i_p + \angle CBD + \angle r = 180^\circ$$

$$\therefore \text{किरणें } BC \text{ व } BD \text{ परस्पर लम्बवत् हैं,}$$

$$\therefore \angle CBD = 90^\circ$$

$$\angle i_p + \angle r = 90^\circ \quad \text{अथवा} \quad \angle r = 90^\circ - \angle i_p$$

$$\text{अतः} \quad n = \frac{\sin i_p}{\sin r} = \frac{\sin i_p}{\sin(90^\circ - i_p)} = \frac{\sin i_p}{\cos i_p}$$

$$\text{अथवा} \quad n = \tan i_p$$

प्रश्न 5. प्रकाश के ध्रुवण से आप क्या समझते हैं? समतल-ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने के लिए एक विधि का वर्णन कीजिए। (2019)

या परावर्तन द्वारा आप समतल ध्रुवित प्रकाश कैसे प्राप्त कर सकते हैं? (2012)

या प्रकाश के ध्रुवण से आप क्या समझते हैं? (2014)

उत्तर— प्रकाश का ध्रुवण—प्रकाश की तरंगें अनुप्रस्थ तरंगें हैं जिनमें वैद्युत वेक्टर के कम्पन तरंग के संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में सभी दिशाओं में होते हैं। दूरमैलीन क्रिस्टल में से गुजरने पर निर्गत प्रकाश में वैद्युत वेक्टर के ये कम्पन संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में केवल एक दिशा में रह जाते हैं, जबकि, शेष सभी कम्पन क्रिस्टल द्वारा अवशोषित कर लिये जाते हैं। क्रिस्टल से निर्गत प्रकाश को 'समतल-ध्रुवित प्रकाश' कहते हैं तथा यह घटना 'प्रकाश का ध्रुवण' कहलाती है।

परावर्तन द्वारा ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करना—जब साधारण अथवा अध्रुवित प्रकाश किसी पारदर्शी माध्यम (जैसे—काँच) के पृष्ठ से परावर्तित होता है तो वह आंशिक रूप से समतल ध्रुवित हो जाता है। परावर्तित प्रकाश में ध्रुवित प्रकाश की मात्रा, आपतन कोण पर निर्भर करती है। एक विशेष आपतन कोण के लिए परावर्तित प्रकाश पूर्णतया समतल ध्रुवित होता है तथा इसके कम्पन आपतन तल के लम्बवत् होते हैं। इस आपतन कोण को 'ध्रुवण-कोण' (angle of polarization) कहते हैं।

प्रश्न 6. मैलस का नियम क्या है?

(2019)

उत्तर— सन् 1809 में वैज्ञानिक इटने लुई मैलस ने सिद्ध किया कि यदि किसी पोलैराइड पर आपतित प्रकाश की तीव्रता I_0 हो, तो पोलैराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता I_1 निम्नांकित सूत्र से व्यक्त की जाती है।

$$I_1 = I_0 \cos^2 \theta \quad \dots(1)$$

जहाँ θ = पोलैराइड की ध्रुवण दिशा तथा आपतित प्रकाश के वैद्युत वेक्टर के कम्पन की दिशा के बीच बना कोण।

यह नियम मैलस का नियम (Malus of law) कहलाता है।

उपपत्ति (Proof)—माना किसी पोलैराइड पर आपतित प्रकाश की तीव्रता I_0 तथा इसके वैद्युत वेक्टर के कम्पन का आयाम a है, तो

$$I_0 = Ka^2 \quad \dots(2)$$

माना पोलैराइड की ध्रुवण दिशा तथा आपतित प्रकाश के वैद्युत वेक्टर के आयाम की दिशा के बीच कोण $= \theta$ (चित्र)

आयाम 'a' को परस्पर दो लम्बवत् घटकों में वियोजित करने पर :

पोलैराइड की ध्रुवण दिशा के समान्तर घटक $= a \cos \theta$ तथा ध्रुवण दिशा के लम्बवत् घटक $= a \sin \theta$; अतः इनमें से केवल $a \cos \theta$ घटक ही पोलैराइड से गुजर सकता है। अतः पोलैराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता

$$I_1 = K(a \cos \theta)^2 = Ka^2 \cos^2 \theta \quad \dots(3)$$

परन्तु समीकरण (1) से, $Ka^2 = I_0$

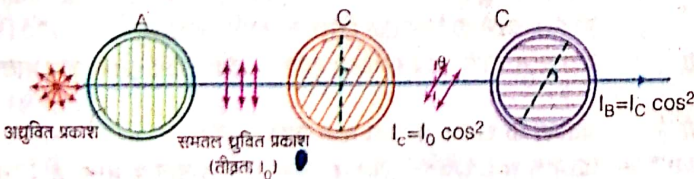
\therefore समीकरण (3) में Ka^2 के स्थान पर I_0 रखने पर,

$$I_1 = I_0 \cos^2 \theta$$

यही मैलस का नियम है।

प्रश्न 7. दो पोलैराइड A तथा B क्रॉसित स्थिति में रखे हैं। इनके मध्य पोलैराइड C रखा गया है जिसकी अक्ष पोलैराइड A की अक्ष से 30° झुकाव पर है। A पर आपतित अध्रुवित प्रकाश की तीव्रता I है। B से निर्गत प्रकाश की तीव्रता ज्ञात कीजिए। (2018, 19)

हल— चित्रानुसार, पोलैराइड A व B क्रॉसित हैं, जबकि C की ध्रुवण दिशा A की ध्रुवण दिशा में 30° का कोण बनाती है। अतः B की ध्रुवण दिशा C की ध्रुवण दिशा से $(90^\circ - 30^\circ) = 60^\circ$ का कोण बनाएगी।



अतः पोलैराइड C से निर्गत प्रकाश की तीव्रता, $I_C = I_0 \cos^2 \theta$

यह प्रकाश पोलैराइड B पर आपतित होता है; अतः पोलैराइड B से निर्गत प्रकाश की तीव्रता, $I_B = I_C \cos^2 \phi = I_0 \cos^2 \theta \cos^2 (90^\circ - \theta)$

$$I_B = I_0 \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta$$

$$I_B = \frac{I_0}{4} \cdot \sin^2 2\theta$$

$$I_B = \frac{I_0}{4} (\sin 120^\circ)^2$$

$$I_B = \frac{I_0}{4} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$I_B = \frac{I_0}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3I_0}{16}$$

प्रश्न 8.

ब्रूस्टर का नियम क्या है? दिखाइए कि जब प्रकाश, माध्यम पर ध्रुवण-कोण पर आपतित होता है तो परावर्तित तथा अपवर्तित किरणें परस्पर लम्बवत् होती हैं। (2009, 10, 11, 17)

या

या

या

ध्रुवण में ब्रूस्टर के नियम का उल्लेख कीजिए। (2017)
ध्रुवण-कोण पर आपतित प्रकाश किरण की परावर्ती एवं अपवर्ती किरणों के मध्य कोण का मान ज्ञात कीजिए। (2012)
सिद्ध कीजिए कि ध्रुवण-कोण पर किसी किरण के आपतित होने पर परावर्तित एवं अपवर्तित किरणें परस्पर लम्बवत् होती हैं। (2014, 17)

उत्तर— ब्रूस्टर का नियम—

किसी पारदर्शी माध्यम के अपवर्तनांक (n) तथा ध्रुवण (i_p) के बीच सम्बन्ध $n = \tan i_p$ है। इसे ब्रूस्टर का नियम कहते हैं।

सिद्ध करना—“ध्रुवण-कोण पर आपतित प्रकाश के लिए परावर्तित तथा अपवर्तित किरणें परस्पर लम्बवत् होती हैं।”
चित्रानुसार, स्नैल के नियम से माध्यम का अपवर्तनांक

$$n = \frac{\sin i_p}{\sin r}$$

परन्तु ब्रूस्टर के नियम से, $n = \tan i_p$, जहाँ i_p ध्रुवण-कोण है।

अतः

$$n = \frac{\sin i_p}{\cos i_p} = \frac{\sin i_p}{\sin r}$$

अथवा

$$\cos i_p = \sin r = \cos (90^\circ - r)$$

अथवा

$$i_p = (90^\circ - r) \quad \text{अथवा} \quad (i_p + r) = 90^\circ$$

पुनः चित्र से, $i_p + \angle RQS + r = 180^\circ$

अथवा

$$\angle RQS = 180^\circ - (i_p + r) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

परन्तु $\angle RQS$ = परावर्तित किरण QR तथा अपवर्तित किरण QS के बीच का कोण है, अर्थात् ध्रुवण-कोण पर परावर्तित किरणें परस्पर लम्बवत् होती हैं।

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. तरंगाग्र किसे कहते हैं? हाइगेन्स के द्वितीयक तरंगिकाओं का सिद्धान्त लिखिए। (2011, 12, 13, 18)

या

हाइगेन्स के तरंग संचरण सम्बन्धी सिद्धान्त की व्याख्या कीजिए।

या

तरंगाग्र किसे कहते हैं?

या

हाइगेन्स के द्वितीयक तरंगिकाओं के सिद्धान्त की विवेचना कीजिए। (2016, 17, 18, 19)

उत्तर— **तरंगाग्र** (Wavefront)—किसी एक माध्यम में जिसमें कोई तरंग संचरित हो रही हो, यदि हम कोई ऐसा पृष्ठ (surface) खींचें जिसमें स्थित

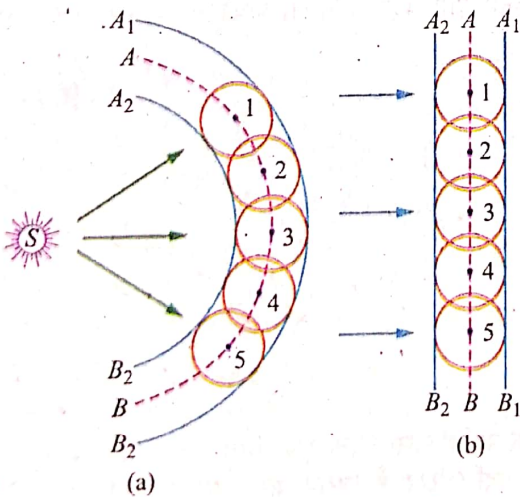
कण कम्पन की समान कला में हों, तो ऐसे पृष्ठ को 'तरंगाग्र' कहते हैं। समांग (isotropic) माध्यम में किसी तरंग का तरंगाग्र सदैव तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् होता है। अतः तरंगाग्र के लम्बवत् खींची गयी रेखा तरंग के चलने की दिशा को व्यक्त करती है। इसको ही किरण (ray) कहते हैं। तरंगाग्र विविध आकृतियों के होते हैं।

हाइगेन्स का द्वितीयक तरंगिकाओं का सिद्धान्त (Huygens Principle of Secondary Wavelets)

1. जब कोई कम्पन-स्रोत तरंगें उत्पन्न करता है, तो उसके चारों ओर माध्यम (ईथर) के कण कम्पन करने लगते हैं। माध्यम का वह पृष्ठ (surface) जिसमें स्थित सभी कण एक ही कला (phase) में कम्पन कर रहे होते हैं, 'तरंगाग्र' (wavefront) कहलाता है। समांग (homogeneous) माध्यम में किसी तरंग का तरंगाग्र, तरंग के संचरण की दिशा में लम्बवत् होता है। अतः तरंगाग्र के अभिलम्बवत् खींची गयी रेखा तरंग के संचरण की दिशा को व्यक्त करती है तथा इसे किरण (ray) कहते हैं।
2. माध्यम में जहाँ भी तरंगाग्र पहुँचता है वहाँ पर स्थित प्रत्येक कण एक नया तरंग स्रोत बन जाता है जिसमें नयी तरंगें सभी दिशाओं में निकलती हैं। इन तरंगों को द्वितीयक तरंगिकाएँ (secondary wavelets) कहते हैं। द्वितीयक तरंगिकाएँ प्राथमिक तरंग की चाल से ही आगे बढ़ती हैं।
3. किसी क्षण सभी द्वितीयक तरंगिकाओं को स्पर्श करता हुआ खींचा गया पृष्ठ अर्थात् 'एन्वेलोप' (envelope) उस क्षण तरंगाग्र की नवीन स्थिति को प्रदर्शित करता है।

इस प्रकार तरंग आगे बढ़ती चली जाती है।

चित्र (a) में S एक बिन्दु स्रोत है जिससे तरंगें निकल रही हैं। माना कि तरंगों की चाल v है। माना कि किसी क्षण तरंगाग्र की स्थिति AB है।



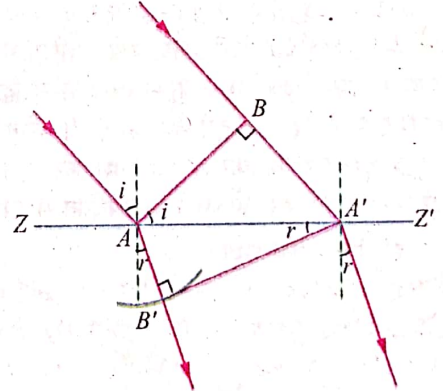
AB पर स्थित प्रत्येक बिन्दु से द्वितीयक गोलीय तरंग प्राथमिक तरंग की चाल v से चारों ओर फैल रही है। माना कि हमें t समय उपरान्त तरंगाग्र की स्थिति ज्ञात करनी है। इतने समय में प्रत्येक द्वितीयक तरंगिका vt दूरी तय करेगी। अतः हम AB पर स्थित बिन्दुओं; जैसे 1, 2, 3, 4, 5, पर vt त्रिज्या के गोले खींचते हैं। इन गोलों को स्पर्श करता हुआ खींचा गया पृष्ठ A_1B_1 'एन्वेलोप' है। यही तरंगाग्र की नवीन स्थिति है। गोलों का एन्वेलोप A_2B_2 पीछे की दिशा में भी है, परन्तु हाइगेन्स का सिद्धान्त पीछे की दिशा में स्थित 'एन्वेलोप' को भी है, परन्तु हाइगेन्स का सिद्धान्त पीछे की दिशा में स्थित 'एन्वेलोप' को स्वीकार नहीं करता। ठीक इसी प्रकार चित्र (b) में समतल तरंगाग्र का बढ़ना समझाया गया है।

important FACTS

- ★ स्रोत से बहुत अधिक दूरी पर जाने पर तरंगाग्र की वक्रता त्रिज्या बहुत अधिक तथा वक्रता अत्यन्त कम रह जाती है (प्रत्येक आकृति के तरंगाग्र के लिए) अतः स्रोत से बहुत अधिक दूरी पर स्थित तरंगाग्र का अल्प भाग समतलीय माना जा सकता है तथा ऐसी स्थिति में किरणों परस्पर समान्तर रेखाएँ हो जाती हैं। यही कारण है कि सूर्य से चलने वाले प्रकाश का तरंगाग्र जब पृथ्वी के सम्पर्क में आता है तो इस तरंगाग्र का अल्पांश समतलीय माना जाता है तथा सूर्य से आने वाली प्रकाश किरणें समान्तर मानी जाती हैं।

- प्रश्न 2.** हाइगेन्स के द्वितीयक तरंगिकाओं के सिद्धान्त की सहायता से तरंगों के अपवर्तन की व्याख्या कीजिए तथा स्नैल के नियम का निगमन कीजिए। (2011)
- या हाइगेन्स तरंग सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश तरंगों के अपवर्तन की व्याख्या कीजिए। (2013, 18, 19)
- या हाइगेन्स के द्वितीयक तरंगिकाओं के सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश तरंगों के अपवर्तन के नियम की व्याख्या कीजिए। (2014, 18, 19)

उत्तर— जब कोई तरंग एक समांग माध्यम में चलकर किसी दूसरे समांग माध्यम में प्रवेश करती है तो वह अपने मार्ग से विचलित हो जाती है। इस घटना को अपवर्तन कहते हैं। इसमें तरंग की आवृत्ति 'नहीं' बदलती परन्तु तरंग की चाल एवं तरंगदैर्घ्य बदल जाती है। माना ZZ' समतल पृष्ठ है जो दो माध्यमों को अलग करता है। माना इन माध्यमों में किसी तरंग की चालें क्रमशः v_1 व v_2 हैं। माना पहले माध्यम में एक समतल तरंगाग्र AB तिरछा आपतित होता है और पहले माध्यम में पृष्ठ ZZ' के बिन्दु A को $t=0$ समय पर स्पर्श करता है तथा तरंगाग्र के बिन्दु B को A' तक पहुँचने में t समय लगता है, तब $BA' = v_1 t$



तरंगाग्र AB के आगे बढ़ने पर वह सीमा पृष्ठ के A व A' के बीच के बिन्दुओं से टकराता है। इन बिन्दुओं से हाइगेन्स की गोलीय तरंगिकाएँ निकलने लगती हैं जो पहले माध्यम में v_1 चाल से और दूसरे माध्यम में v_2 चाल से चलने लगती हैं। सर्वप्रथम A से चलने वाली द्वितीयक तरंगिका t समय में दूसरे माध्यम में $AB' (=v_2 t)$ दूरी तय करती है और इतने ही समय में बिन्दु B, पहले माध्यम में $BA' (=v_1 t)$ दूरी चलकर A' पर पहुँच जाता है जहाँ से अब द्वितीयक तरंगिका चलना प्रारम्भ करती है। इस प्रकार—

$$AB' = v_2 t \quad \text{तथा} \quad BA' = v_1 t$$

बिन्दु A को केन्द्र मानकर AB' त्रिज्या का एक चाप खींचते हैं तथा A' से इस चाप पर स्पर्श रेखा $A'B'$ खींचते हैं। जैसे-जैसे आपतित तरंगाग्र AB आगे बढ़ता जाता है, A व A' के बीच सभी बिन्दुओं से एक के बाद एक चलने वाली द्वितीयक तरंगिकाएँ एक साथ $A'B'$ को स्पर्श करेंगी; अर्थात् $A'B'$ सभी द्वितीयक तरंगिकाएँ को स्पर्श करेगा। अतः $A'B'$ 'अपवर्तित' तरंगाग्र होगा। माना कि आपतित तरंगाग्र AB तथा अपवर्तित तरंगाग्र $A'B'$ अपवर्तक तल ZZ' के साथ क्रमशः कोण i तथा r बनाते हैं। अब समकोण त्रिभुज ABA' में

$$\sin i = BA' / AA' = v_1 t / AA'$$

इसी प्रकार, समकोण त्रिभुज $AB'A'$ में

$$\sin r = AB' / AA' = v_2 t / AA'$$

समी० (1) को समी० (2) से भाग करने पर,

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \text{नियतांक}$$

यही अपवर्तन का प्रथम नियम है। इसको ही स्नैल का नियम कहते हैं।

चित्र से स्पष्ट है कि आपतित किरण, अपवर्तित किरण तथा आपतन बिन्दु पर अभिलम्ब एक ही तल में हैं (यही अपवर्तन का दूसरा नियम है।)

स्नैल के नियम में प्रयुक्त नियतांक को दूसरे माध्यम का (पहले माध्यम के सापेक्ष) अपवर्तनांक कहते हैं तथा इसे ' n_2 ' से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{अतः } n_2 = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

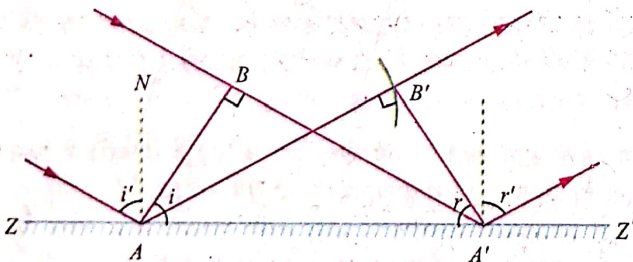
प्रश्न 3. हाइगेन्स के द्वितीयक तरंगिकाओं के सिद्धान्त के आधार पर परावर्तन के नियमों की व्याख्या कीजिए। (2012, 14)

या हाइगेन्स के द्वितीयक तरंगिकाओं के सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश के परावर्तन की व्याख्या कीजिए। (2017, 19)

उत्तर— हाइगेन्स के द्वितीयक तरंगिकाओं के सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश के परावर्तन के नियमों की व्याख्या—माना ZZ' एक परावर्तक पृष्ठ है। जिस पर AB एक समतल तरंगाग्र कोण i के झुकाव पर आपतित है। माना कि $t=0$ समय पर तरंगाग्र, पृष्ठ ZZ' को बिन्दु A पर स्पर्श करता है। माना कि तरंगाग्र की चाल v है तथा तरंगाग्र, के बिन्दु B को पृष्ठ के बिन्दु A' तक पहुँचने में t समय लगता है। जैसे-जैसे तरंगाग्र AB आगे बढ़ता है, वह परावर्तक पृष्ठ के A व A' के बीच के बिन्दुओं से टकराता जाता है। हाइगेन्स के सिद्धान्त के अनुसार, A व A' के बीच स्थित ये सभी बिन्दु नये तरंग स्रोतों का कार्य करते हैं। इनमें नई गोलीय तरंगिकाएँ सभी दिशाओं में निकलती हैं जो चाल v के माध्यम से फैलती हैं। सबसे पहले बिन्दु A से द्वितीयक तरंगिका चलती है जो t समय में AB' ($=vt$) दूरी तय करती है। परन्तु इसी समय t में तरंगाग्र का बिन्दु B , दूरी BA' चलकर A' को स्पर्श कर लेता है, यहाँ से भी अब द्वितीयक तरंगिका चलनी शुरू हो जाती है। उपर्युक्त से स्पष्ट है कि

$$AB' = BA' = vt$$

...(1)



बिन्दु A को केन्द्र मानते हुए AB' त्रिज्या का एक गोलीय चाप खींचते हैं तथा A' से इस चाप पर स्पर्श रेखा (tangent) $A'B'$ खींच लेते हैं। जैसे-जैसे आपतित तरंगाग्र AB आगे बढ़ता है, परावर्तक पृष्ठ के A व A' के बीच स्थित सभी बिन्दुओं से एक के बाद एक चलने वाली द्वितीयक तरंगिकाएँ भी एक साथ $A'B'$ को स्पर्श करेंगी, अथवा $A'B'$ सभी द्वितीयक तरंगिकाओं को स्पर्श करती है। हाइगेन्स के अनुसार यह $A'B'$ ही परावर्तित तरंगाग्र है। माना कि यह पृष्ठ ZZ' से r कोण के झुकाव पर है।

अब समकोण त्रिभुज ABA' तथा $A'B'A'$ में भुजा AA' उभयनिष्ठ है तथा $BA = AB'$; अतः दोनों त्रिभुज सर्वांगसम (congruent) हैं, इसलिए कोण $BAA' =$ कोण $B'A'A$ ।

स्पष्ट है कि आपतित तरंगाग्र AB तथा परावर्तित तरंगाग्र $A'B'$ परावर्तक पृष्ठ ZZ' से बराबर कोण बनाते हैं। चूँकि तरंगाग्र के अभिलम्बवत् खींची गई रेखा

किरण होती है, अतः आपतित तथा परावर्तित किरणें पृष्ठ ZZ' पर खींचे गये अभिलम्ब से भी बराबर कोण बनाती हैं।

अतः आपतन कोण $i =$ परावर्तन कोण r (यह परावर्तन का दूसरा नियम है।)

चूँकि $AB, A'B'$ व ZZ' कागज के तल में हैं। इन पर खींचे गये अभिलम्ब भी एक तल में होंगे। इस प्रकार आपतित किरण, परावर्तित किरण तथा आपतन बिन्दु पर अभिलम्ब तीनों एक ही तल में हैं। यही परावर्तन का प्रथम नियम है।

प्रश्न 4. यंग के व्यतिकरण प्रयोग में दो समान्तर स्लिटों के बीच की दूरी d तथा उनसे पर्दे की दूरी D है। यदि प्रकाश की तरंगदैर्घ्य λ हो तो पर्दे पर केन्द्रीय फ्रिन्ज से किसी दीप्त फ्रिन्ज की दूरी के लिए व्यंजक स्थापित कीजिए। इससे फ्रिन्ज की चौड़ाई के लिए सूत्र $W = \frac{D\lambda}{d}$ ज्ञात कीजिए। (2014, 18)

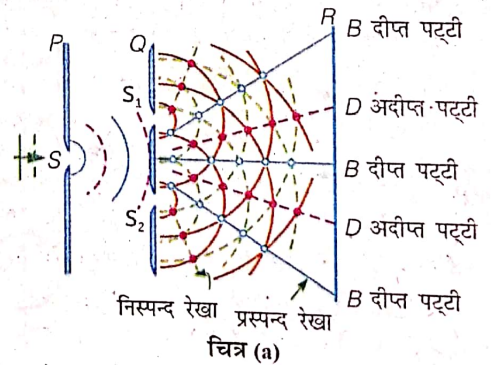
या यंग के द्विक स्लिट प्रयोग में दीप्त अथवा अदीप्त फ्रिन्जों की चौड़ाई W के लिए सूत्र : $W = \frac{D\lambda}{d}$ व्युत्पादित कीजिए। प्रयुक्त संकेतों के सामान्य अर्थ हैं। (2013, 18)

या प्रकाश के व्यतिकरण के लिए यंग के प्रयोग का विवरण दीजिए। फ्रिन्जों की चौड़ाई के लिए सूत्र प्राप्त कीजिए। (2012, 14, 17)

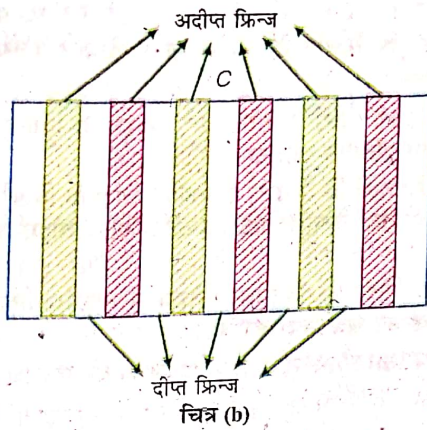
या यंग के द्वि-झिरी प्रयोग बनाने वाली फ्रिन्जों की चौड़ाई के लिए $W = \frac{D\lambda}{d}$ का निगमन कीजिए। जहाँ प्रयुक्त संकेतों का अर्थ सामान्य है। (2016)

या प्रकाश के व्यतिकरण सम्बन्धी यंग के प्रयोग के सिद्धान्त को समझाइए। फ्रिन्ज चौड़ाई के लिए सूत्र स्थापित कीजिए। (2019)

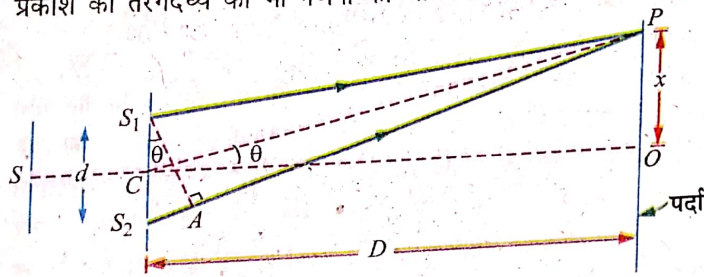
उत्तर— सिद्धान्त— सन् 1801 में लन्दन के वैज्ञानिक सर थॉमस यंग ने प्रकाश के व्यतिकरण को अपने द्विक झिरी प्रयोग (double slit experiment) द्वारा प्रदर्शित किया। प्रायोगिक व्यवस्था चित्र (a) में प्रदर्शित है।



इसमें P एक पर्दा है जिसमें एक रेखा-छिद्र S है। पर्दा P के आगे कुछ दूरी पर एक दूसरा पर्दा Q रखा है जिसमें पास-पास दो रेखा-छिद्र S_1 व S_2 हैं। ये रेखा-छिद्र S_1 व S_2 ; पहले रेखा-छिद्र S की सीध में न होकर ऊपर-नीचे तथा झिरी S से सममित (Symmetrical) हैं तथा S से बराबर दूरी पर स्थित हैं। पर्दा Q के सामने एक तीसरा पर्दा R स्थित है। जब पर्दे P के बायीं ओर के रेखा-छिद्र S पर एकवर्णी (monochromatic) प्रकाश डालते हैं तो पर्दे R पर समान चौड़ाई की दीप्त (bright) तथा अदीप्त (dark) पट्टियाँ (bands) एकान्तर क्रम में झिरी S_1 व S_2 के समान्तर दिखायी देती हैं। चित्र (a) में इन्हें क्रमशः B व D से प्रदर्शित किया गया है। इन पट्टियों को फ्रिन्ज (fringes) (चित्र (b)) कहते हैं। सभी दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों से बना प्रारूप (Pattern) जो पर्दे पर दिखायी पड़ता है, उसे व्यतिकरण प्रारूप (interference pattern) कहते हैं।



फ्रिन्जों की चौड़ाई के लिए सूत्र— S एक रेखा-छिद्र है जिसे एकवर्णी प्रकाश से प्रकाशित किया जाता है। इस रेखा-छिद्र से आगे दो रेखा-छिद्र S_1 व S_2 हैं जो एक-दूसरे के बहुत समीप हैं, S के समान्तर हैं तथा उससे समान दूरी पर स्थित हैं। S से चलने वाली द्वितीयक तरंगिकाएँ S_1 व S_2 पर समान कला में पहुँचती हैं। S_1 व S_2 भी द्वितीयक तरंगिकाओं के स्रोत बन जाते हैं। इससे निकली तरंगें एक-दूसरे के साथ अध्यारोपण के पश्चात् D दूरी पर स्थित पर्दे पर व्यतिकरण फ्रिन्जें बनाती हैं। इन फ्रिन्जों की चौड़ाई नापकर प्रकाश की तरंगदैर्घ्य की भी गणना की जा सकती है।



माना कि पर्दे के बिन्दु P पर दीप्त फ्रिन्ज बनती है। माना $S_1 S_2$ का लम्ब-अर्द्धक CO , पर्दे पर O पर मिलता है तथा P की O से दूरी x है। अतः S_1 व S_2 से P पर पहुँचने वाली तरंगिकाओं के बीच पथान्तर ($S_2P - S_1P$) है। अब S_1 से S_2P पर लम्ब S_1A डाला गया है। तब बिन्दु P पर दोनों तरंगों के बीच पथान्तर, $S_2P - S_1P = S_2A$ । ΔS_1S_2A तथा ΔPCO समरूप हैं; अतः $\frac{S_2A}{S_1S_2} = \frac{OP}{CP}$

दूरी CO , S_1S_2 की तुलना में बहुत बड़ी है। अतः CP को CO के बराबर लेने पर

$$\frac{S_2A}{S_1S_2} = \frac{OP}{CO} \quad \text{अथवा} \quad \frac{S_2A}{d} = \frac{x}{D}$$

$$\therefore \text{पथान्तर, } S_2A = \frac{xd}{D}$$

दीप्त फ्रिन्जों की स्थितियाँ—यदि तरंगिकाओं के बीच पथान्तर $0, \lambda, 2\lambda, \dots$ हैं, तो प्रकाश की तीव्रता अधिकतम होगी। अतः दीप्त फ्रिन्जों के लिए

$$\frac{xd}{D} = m\lambda \quad (\text{जहाँ } m = 0, 1, 2, \dots)$$

$$x = m \left(\frac{D\lambda}{d} \right) \quad \dots(1)$$

अथवा

उपर्युक्त समीकरण (1) में $m=0$ रखने पर केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज (अथवा शून्य-क्रम फ्रिन्ज) की स्थिति, $m=1$ रखने पर पहली दीप्त फ्रिन्ज की स्थिति और $m=2$ रखने पर दूसरी दीप्त फ्रिन्ज की स्थिति इत्यादि प्राप्त होती है।

अदीप्त फ्रिन्जों की स्थितियाँ—यदि तरंगिकाओं के बीच पथान्तर $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \dots$ हैं, तो प्रकाश की तीव्रता न्यूनतम होगी। अतः अदीप्त फ्रिन्जों के लिए

$$\frac{xd}{D} = \left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad (\text{जहाँ } m = 1, 2, 3, \dots)$$

अथवा

$$x = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{D\lambda}{d} \quad \dots(2)$$

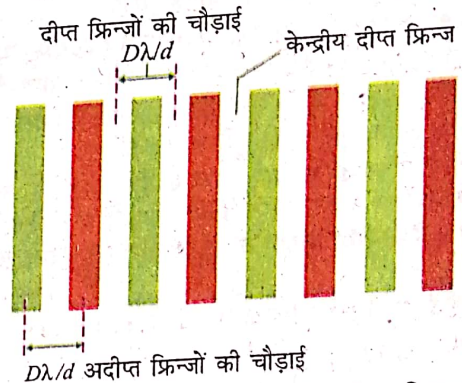
उपर्युक्त समीकरण (2) में $m=1$ रखने पर पहली अदीप्त फ्रिन्ज की स्थिति, $m=2$ रखने पर दूसरी अदीप्त फ्रिन्ज की स्थिति इत्यादि प्राप्त होती है।

फ्रिन्ज-चौड़ाई—यदि m और $(m+1)$ वीं दीप्त फ्रिन्जों की केन्द्रीय फ्रिन्ज O से दूरियाँ क्रमशः x_m तथा x_{m+1} हों, तो

$$x_m = m \frac{D\lambda}{d} \quad \text{तथा} \quad x_{m+1} = (m+1) \frac{D\lambda}{d}$$

$$\text{अतः } m \text{ और } (m+1) \text{ वीं दीप्त फ्रिन्जों के बीच की दूरी होगी}$$

$$x_{m+1} - x_m = (m+1) \frac{D\lambda}{d} - m \frac{D\lambda}{d} = \frac{D\lambda}{d}$$



दो क्रमागत दीप्त फ्रिन्जों के बीच की दूरी को 'दीप्त फ्रिन्ज की चौड़ाई' कहते हैं जिसका मान m पर निर्भर नहीं करता है। इसका अर्थ यह है कि सभी दीप्त फ्रिन्जों की चौड़ाई समान होती है। फ्रिन्ज की चौड़ाई को W से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{अतः} \quad W = \frac{D\lambda}{d} \quad \dots(3)$$

इसी प्रकार अदीप्त फ्रिन्जों की चौड़ाई का सूत्र भी प्राप्त किया जा सकता है। यह भी निम्नलिखित रूप में ही प्राप्त होता है—

$$W = \frac{D\lambda}{d} \quad \dots(4)$$

अतः पर्दे पर समान चौड़ाई की दीप्त एवं अदीप्त फ्रिन्जें प्राप्त होती हैं।

उपर्युक्त समी० (3) अथवा समी० (4) से स्पष्ट है कि फ्रिन्ज की चौड़ाई W का मान प्रकाश की तरंगदैर्घ्य के अनुक्रमानुपाती होता है।

अतः लाल प्रकाश के लिए W का मान अधिक होगा, क्योंकि लाल प्रकाश की तरंगदैर्घ्य बैंगनी प्रकाश से अधिक होती है।

$$\text{यदि } d \text{ के स्थान पर } 2d \text{ लेते हैं तो सूत्र } x = \frac{mD\lambda}{2d}, x = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{D\lambda}{2d} \text{ तथा}$$

$$W = \frac{D\lambda}{2d} \text{ क्रमशः प्राप्त होते हैं।}$$

प्रश्न 5. यंग के द्विक रेखाछिद्र (द्विछिद्री) के प्रयोग में 1.5 अपवर्तनांक वाली काँच की एक पतली प्लेट किसी एक स्लिट (छिद्री) से आने वाली प्रकाश किरण के मार्ग में रख दी जाती है। केन्द्रीय दीप्त फ्रिंज हटकर चौथी दीप्त फ्रिंज की स्थिति में पहुँच जाती है। यदि प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्घ्य 6000 \AA हो, तो प्लेट की मोटाई ज्ञात कीजिए। (2013, 18)

हल — माना केन्द्रीय फ्रिंज की चौड़ाई $= W$
 स्लिटों के बीच की दूरी $= d$
 तथा स्लिटों से पर्दे की दूरी $= D$
 तब, $W = \frac{D\lambda}{d}$... (1)

प्रकाश किरण के मार्ग में पतली प्लेट रखने पर केन्द्रीय फ्रिंज का विस्थापन
 $s = 4W = \frac{4D\lambda}{d}$... (2) [समी० (1) से]

परन्तु $s = \frac{D}{d}(n-1) \cdot t$,
 (जहाँ, $n =$ प्लेट का अपवर्तनांक तथा $t =$ उसकी मोटाई)
 $\therefore \frac{4D\lambda}{d} = \frac{D}{d}(n-1) \cdot t \Rightarrow t = \frac{4\lambda}{n-1} = \left[\frac{4 \times 6000 \times 10^{-10}}{1.5-1} \right] \text{ मीटर}$
 $= \frac{4 \times 6000 \times 10^{-10}}{0.5}$ [$\because n = 1.5, \lambda = 6000 \text{ \AA}$]
 $= 4.8 \times 10^{-6} \text{ मीटर} = 0.0048 \text{ मिमी}$

प्रश्न 6. यंग के द्वि-स्लिट प्रयोग में दो तरंगदैर्घ्यों 6500 \AA तथा 5200 \AA के प्रकाश पुंज का उपयोग करके व्यतिकरण फ्रिंजें प्राप्त की जाती हैं।
 (i) तरंगदैर्घ्य 5200 \AA के लिए पर्दे पर केन्द्रीय फ्रिंज (उच्चिष्ठ) से द्वितीय अदीप्त फ्रिंज की दूरी ज्ञात कीजिए।
 (ii) केन्द्रीय उच्चिष्ठ से वह न्यूनतम दूरी क्या है, जहाँ पर दोनों तरंगदैर्घ्य से उत्पन्न दीप्त फ्रिंजें सम्पाती हों? स्लिटों के बीच की दूरी 2 मिमी तथा स्लिटों व पर्दे के बीच की दूरी 120 सेमी है। (NCERT) (2016)

हल — (i) पर्दे पर केन्द्रीय फ्रिंज से m वीं अदीप्त फ्रिंज की दूरी
 $x = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{D\lambda}{d}$
 यहाँ $m = 2, D = 120 \text{ मी} = 12 \text{ मी}, d = 2 \text{ मिमी} = 2 \times 10^{-3} \text{ मी},$
 $\lambda = 5200 \times 10^{-10} \text{ मीटर}$
 $\therefore x = \left(2 - \frac{1}{2}\right) \frac{12 \times 5200 \times 10^{-10}}{2 \times 10^{-3}}$
 $= 0.46 \times 10^{-3} \text{ मी} = 0.46 \text{ मिमी}$

(ii) फ्रिंजों के सम्पाती होने के लिए,
 $\frac{m_1 D \lambda_1}{d} = \frac{m_2 D \lambda_2}{d}$
 अथवा $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{5200}{6500} = \frac{52}{65} = \frac{4}{5}$
 अतः 6500 \AA की 4 वीं दीप्त फ्रिंज, 5200 \AA की 5 वीं दीप्त फ्रिंज के सम्पाती है।

$\therefore x = \frac{m_1 D \lambda_1}{d} = \frac{4 \times 12 \times 65 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-3}}$
 $= 156 \times 10^{-5} \text{ मी}$
 $= 156 \times 10^{-3} \text{ मी}$
 $= 156 \text{ मिमी}$

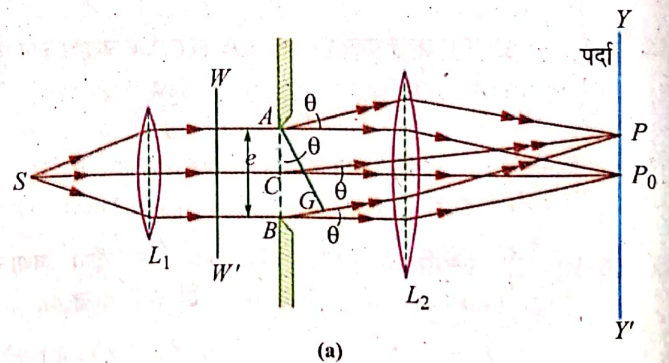
प्रश्न 7. प्रकाश के विवर्तन से आप क्या समझते हैं? एक पतली छिद्री से प्रकाश के विवर्तन के कारण प्राप्त विवर्तन प्रारूप की व्याख्या कीजिए। (2010, 11, 16, 17, 19)

या एक पतली छिद्री से होने वाले प्रकाश के विवर्तन की विवेचना विवर्तन प्रतिमान खींचकर कीजिए। (2011)
 या किसी पतली छिद्री द्वारा एकवर्णी प्रकाश के विवर्तन की विवेचना कीजिए तथा केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई ज्ञात कीजिए। (2012, 13, 16, 17, 18)
 या एकल स्लिट के विवर्तन प्रतिरूप में केन्द्रीय फ्रिंज की कोणीय चौड़ाई का सूत्र प्राप्त कीजिए। (2018, 19)

उत्तर — प्रकाश का विवर्तन — जब प्रकाश किसी अवरोध (obstacle) या द्वारक (aperture) पर जिसका आकार प्रकाश के तरंगदैर्घ्य के क्रम का हो, आपतित होता है तो अवरोध या द्वारक के किनारों पर प्रकाश ऋजुरेखीय संचरण से विचलित होकर मुड़ जाता है। जिस स्थान पर ज्यामितीय छाया बननी चाहिए थी वहाँ भी कुछ प्रकाश पहुँच जाता है। अवरोध या द्वारक के किनारों पर प्रकाश का यह मुड़ना प्रकाश का विवर्तन कहलाता है। प्रकाश का विवर्तन निम्नलिखित दो घटनाओं से प्रदर्शित होता है —

- ज्यामितीय छाया में प्रकाश का पहुँचना।
- एकसमान प्रदीप्त क्षेत्र में फ्रिंजों का बनना।

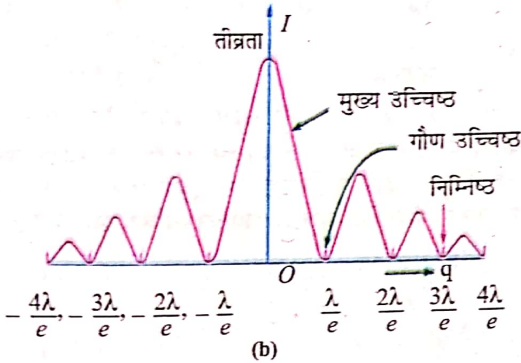
एक पतली छिद्री से प्रकाश का विवर्तन — माना S एक बिन्दुवत् एकवर्णी (monochromatic) प्रकाश-स्रोत है। यह लेन्स L_1 के प्रथम फोकस पर रखा है। अतः S_1 से चली प्रकाश किरणें लेन्स L_1 से अपवर्तन के पश्चात् एक समान्तर किरण-पुंज के रूप में निकलेंगी। समानान्तर किरणों का यह किरण-पुंज एक समतल तरंगाग्र (wavefront) WW' का निर्माण करता है। इस लेन्स L_1 के सामने एक लम्बी संकीर्ण स्लिट AB रखी है जिस पर यह समतल तरंगाग्र लम्बवत् आपतित होता है। स्लिट की चौड़ाई e है। जैसे ही यह तरंगाग्र स्लिट पर आपतित होती है तो हाइगेन्स के तरंग संचरण सम्बन्धी द्वितीयक तरंगिकाओं के सिद्धान्तानुसार, तरंगाग्र का प्रत्येक बिन्दु नये तरंग उत्पादक स्रोत का कार्य करता है तथा इनसे द्वितीयक तरंगिकाएँ निकलने लगती हैं। इन विवर्तित किरणों को लेन्स L_2 द्वारा पर्दे YY' पर फोकस कर लिया जाता है। स्लिट से एक नियत कोण पर विवर्तित सभी किरणें पर्दे के एक बिन्दु पर फोकस होती हैं। इस प्रकार पर्दे पर विवर्तन प्रारूप (diffraction pattern) प्राप्त हो जाता है।



व्याख्या (Explanation) — जो तरंगिकाएँ $\theta =$ शून्य कोण पर विवर्तित होकर पर्दे के केन्द्रीय बिन्दु P_0 पर अध्यारोपित होती हैं वे सभी समान कला में होती हैं; अर्थात् उनके बीच कलान्तर शून्य होता है। इसलिए P_0 पर एक दीप्त फ्रिंज (बैण्ड) प्राप्त होता है। यह एक दीप्त चौड़ी पट्टी होती है। एक केन्द्रीय बैण्ड के दोनों ओर घटती हुई तीव्रता के अदीप्त व दीप्त बैण्ड एकान्तर क्रम में

तरंग-प्रकाशिकी

प्राप्त होते हैं। इस प्रकार पर्दे पर प्राप्त दीप्त व अदीप्त बैंडों का यह प्रारूप विवर्तन प्रारूप कहलाता है। रेखा-छिद्र (slit) जितना कम चौड़ाई का होता है, उसका विवर्तन प्रारूप उतना ही अधिक फैला होता है तथा केन्द्रीय बैंड (पट्टी) उतना ही अधिक चौड़ा होता है।



विवर्तन प्रारूप में P_0 पर बना दीप्त बैंड केन्द्रीय उच्चिष्ठ अथवा मुख्य उच्चिष्ठ (principal maxima) कहलाता है तथा इसके दोनों ओर घटती तीव्रता के दीप्त बैंड गौण उच्चिष्ठ (secondary maxima) कहलाते हैं। दो क्रमागत दीप्त बैंडों के बीच स्थित अदीप्त बैंड निम्निष्ठ (minima) कहलाते हैं।

जो द्वितीयक तरंगिकाएँ रेखा-छिद्र AB पर θ कोण से विवर्तित होती हैं वे पर्दे YY' पर केन्द्रीय बिन्दु P_0 से ऊपर बिन्दु P पर फोकस होती हैं। ये तरंगिकाएँ रेखा-छिद्र AB के विभिन्न भागों से एक ही कला में चलती हैं, परन्तु P पर भिन्न-भिन्न कलाओं में (पथान्तर के अनुसार) पहुँचकर परस्पर अध्यारोपित होती हैं।

चित्र (a) में BG पर AG लम्ब डाला गया है। तल AG से पर्दे पर बिन्दु P एक प्रकाशीय पथ बराबर है। अतः रेखा-छिद्र के बिन्दु A तथा B से चलने वाली द्वितीयक तरंगिकाओं के बीच पथान्तर BG है। माना पथान्तर $BG = \lambda$ जहाँ λ प्रयुक्त प्रकाश का तरंगदैर्घ्य है। माना AB की चौड़ाई को n बराबर भागों में विभाजित कर लिया जाता है। प्रत्येक अर्द्ध-भाग के संगत बिन्दुओं से चलने वाली तरंगिकाओं के बीच पथान्तर $\lambda/2$ होगा; अतः वे P पर अदीप्त बैंड उत्पन्न करेंगी। यह प्रथम निम्निष्ठ होगा जिसके लिए $BG = \lambda$ । परन्तु चित्र से,

$$BG = AB \sin \theta = e \sin \theta \quad (\text{जहाँ } AB = e)$$

अतः P पर प्रथम निम्निष्ठ की स्थिति के लिए सूत्र $e \sin \theta = \lambda$ ।

अतः सभी निम्निष्ठों की स्थिति के लिए सामान्य सूत्र निम्नलिखित होगा—

$$e \sin \theta = \pm m\lambda \quad (\text{जहाँ } m = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots(1)$$

जबकि $m=0$ मुख्य उच्चिष्ठ की स्थिति के संगत है।

यहाँ \pm चिह्नों का अर्थ है कि निम्निष्ठ P पर बनने वाले मुख्य उच्चिष्ठ के दोनों ओर बनते हैं।

दो क्रमागत निम्निष्ठों के बीच भी कुछ प्रकाश पहुँच जाता है जहाँ कम चमकीले उच्चिष्ठ प्राप्त होते हैं। इनको गौण उच्चिष्ठ (secondary maxima) कहते हैं। इनकी तीव्रता मुख्य उच्चिष्ठ के दोनों ओर तेजी से गिरती जाती है।

θ बहुत छोटा होने पर $\sin \theta = \theta \quad \dots(2)$

अतः उपर्युक्त समी० (1) से, $e\theta = \pm m\lambda$

$$\theta = \pm m \left(\frac{\lambda}{e} \right) \quad \dots(3)$$

$\therefore \theta = 0, \pm \lambda/e, \pm 2\lambda/e, \pm 3\lambda/e, \dots$ क्रमशः मुख्य उच्चिष्ठ तथा क्रमागत निम्निष्ठों की कोणीय स्थितियाँ हैं।

गौण उच्चिष्ठों की कोणीय स्थितियाँ निम्नवत् होगी—

$$\theta = \pm 3\lambda/2e, \pm 5\lambda/2e, \dots$$

चित्र में प्रदर्शित वक्र एकल पतले रेखा-छिद्र द्वारा प्राप्त विवर्तन प्रारूप का तीव्रता वितरण वक्र है। इसमें आपतित प्रकाश की तीव्रता का अधिकतम भाग केन्द्रीय उच्चिष्ठ में केन्द्रित होता है और शेष तीव्रता द्वितीयक उच्चिष्ठों में तेजी से घटते क्रम में पायी जाती है। उदाहरण के लिए, यदि केन्द्रीय उच्चिष्ठ की तीव्रता I_0 है तो द्वितीयक उच्चिष्ठों की तीव्रताएँ क्रमशः $I_0/22, I_0/61, \dots$ इत्यादि होती हैं।

केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई के लिए व्यंजक

केन्द्रीय उच्चिष्ठ के दोनों ओर प्रथम निम्निष्ठों के बीच की कोणीय दूरी केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई कहलाती है।

अतः केन्द्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई $= \theta + \theta = 2\theta = 2(\lambda/e)$ यदि लेन्स L_2 की फोकस दूरी f हो जो रेखा-छिद्र AB के काफी समीप रखा हो, तो इससे दूरस्थ पर्दे पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ की रैखिक चौड़ाई निम्न प्रकार ज्ञात की जाती है—

$$\text{इस दशा में} \quad \sin \theta = \frac{x}{f} \quad \dots(1)$$

जहाँ, x = केन्द्रीय उच्चिष्ठ से प्रथम निम्निष्ठ की रैखिक दूरी
प्रथम निम्निष्ठ के लिए $e \sin \theta = \lambda$ से,

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{e} \quad \dots(2)$$

समी० (1) व समी० (2) की तुलना से

$$\frac{x}{f} = \frac{\lambda}{e} \Rightarrow x = \frac{f\lambda}{e}$$

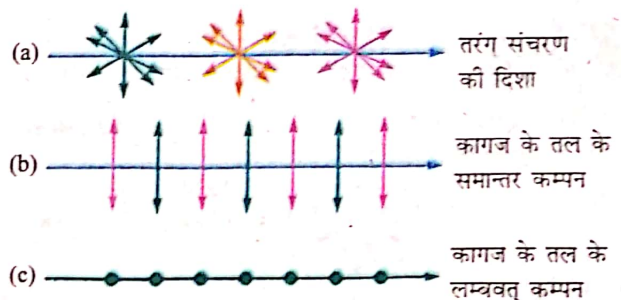
$$\therefore \text{केन्द्रीय उच्चिष्ठ की रैखिक चौड़ाई} = 2x = 2 \left(\frac{f\lambda}{e} \right)$$

प्रश्न 8. ध्रुवित तथा अध्रुवित प्रकाश में अन्तर समझाइए। [2012, 15]

उत्तर— ध्रुवित तथा अध्रुवित प्रकाश में अन्तर—साधारण प्रकाश में वैद्युत वेक्टर के कम्पन तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् सभी दिशाओं में होते हैं, अर्थात् ये तरंग संचरण की दिशा के परितः सममित होते हैं, अतः साधारण प्रकाश को अध्रुवित प्रकाश (unpolarised light) कहा जाता है। यदि किसी युक्ति द्वारा साधारण प्रकाश के वैद्युत वेक्टरों के कम्पन, तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में केवल एक दिशा में सीमित कर दिये जायें, अर्थात् इन कम्पनों को तरंग संचरण की दिशा के परितः असममित कर दिया जाये तो इस प्रकार प्राप्त प्रकाश ध्रुवित प्रकाश (polarised light) कहलाता है। इसी को समतल ध्रुवित प्रकाश भी कहते हैं।

अध्रुवित प्रकाश में प्रकाश के संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में कम्पन की सभी दिशाएँ सम्भव हैं, अतः अध्रुवित प्रकाश को एक तारे द्वारा प्रदर्शित किया जाता है [चित्र (a)]।

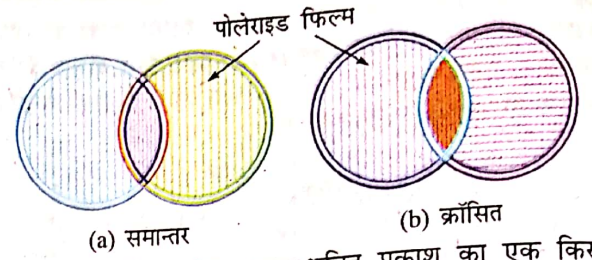
प्रकाश के समतल-ध्रुवित पुंज में कम्पन एक सीधी रेखा के अनुदिश होते हैं। जब कम्पन कागज के तल के समान्तर होते हैं, तो वे तीव्र रेखाओं द्वारा निरूपित किये जाते हैं [चित्र (b)]। जब कम्पन कागज के तल के लम्बवत् एक सीधी रेखा के अनुदिश होते हैं, तो वे बिन्दुओं द्वारा निरूपित किये जाते हैं [चित्र (c)]।



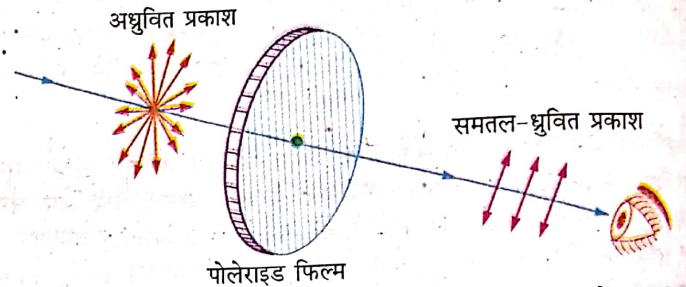
- प्रश्न 9.** पोलैराइड किसे कहते हैं? इसकी सहायता से कैसे पता लगायेंगे कि दिया गया प्रकाश अध्रुवित है, आंशिक रूप से ध्रुवित है या पूर्णतः ध्रुवित है? (2015)
- या पोलैराइड से किसी प्रकाश किरण के ध्रुवित होने की जाँच आप कैसे करेंगे?
- या पोलैराइड द्वारा समतल ध्रुवित प्रकाश के उत्पन्न करने तथा विश्लेषण करने की विधि का वर्णन कीजिए। (2010, 11)
- या समतल ध्रुवित प्रकाश के उत्पादन तथा संसूचन की किसी विधि का सचित्र वर्णन कीजिए। (2011)
- या पोलैराइड क्या है? इसकी कार्यविधि का वर्णन कीजिए। इसकी सहायता से अध्रुवित तथा समतल ध्रुवित प्रकाश में किस प्रकार अन्तर कर सकते हैं? (2013)
- या समतल ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने हेतु किसी एक विधि का वर्णन कीजिए। (2015, 19)

उत्तर— पोलैराइड एक बड़े आकार की फिल्म होती है जिसे दो काँच की प्लेटों के बीच रखा जाता है। इस फिल्म को बनाने के लिए कार्बनिक यौगिक हरपेथाइट या आयोडो सल्फेट ऑफ क्यूनाइन के अतिसूक्ष्म क्रिस्टल, नाइट्रो-सेलुलोस की पतली चादर पर विशेष विधि द्वारा इस प्रकार फैला दिये जाते हैं कि सभी क्रिस्टलों की प्रकाशिक अक्षें समान्तर रहें। ये क्रिस्टल द्विवर्णक होते हैं।

कार्यविधि— अध्रुवित प्रकाश में वैद्युत वेक्टर सभी दिशाओं में होते हैं। जब कोई प्रकाश किरण पोलैराइड फिल्म पर आपतित होती है, तो यह दो समतल ध्रुवित किरणों में विभक्त हो जाती है। एक किरण में वैद्युत वेक्टर हरपेथाइट क्रिस्टल की अक्ष के समान्तर तथा दूसरे में अक्ष के लम्बवत् होते हैं। इनमें से हरपेथाइट की अक्ष के लम्बवत् वैद्युत वेक्टर वाली किरण पूर्णतया अवशोषित हो जाती है। इस प्रकार निर्गत प्रकाश पूर्णतया ध्रुवित होता है। पोलैराइड से निर्गत प्रकाश समतल ध्रुवित होता है, इसकी जाँच एक-दूसरे पोलैराइड द्वारा संचरित हो जाता है [चित्र (a)]। जब द्वितीय पोलैराइड को 90° से घुमाकर उसको क्रॉस स्थिति में लाते हैं, तो उनमें से प्रकाश संचरित नहीं होता [चित्र (b)]। इस स्थिति में दोनों पोलैराइड की ध्रुवण दिशाएँ परस्पर लम्बवत् होती हैं। इस दशा में पोलैराइड क्रॉसित पोलैराइड हैं। उपर्युक्त प्रक्रिया में पहला (analyser) कहलाता है।



ध्रुवित प्रकाश प्राप्त करना— जब ध्रुवित प्रकाश का एक किरण-पुंज पोलैराइड फिल्म में से गुजरता है, तो फिल्म केवल उन घटकों को पार होने देती है जिनके वैद्युत-वेक्टर पोलैराइड की ध्रुवण दिशा के समान्तर कम्पन करते हैं। इस प्रकार पारगमित प्रकाश समतल-ध्रुवित प्रकाश होता है।



समतल-ध्रुवित प्रकाश का संसूचन— पोलैराइड की सहायता से अध्रुवित, आंशिक रूप से ध्रुवित अथवा पूर्णतया ध्रुवित प्रकाश का पता लगाया जाता है। किसी पोलैराइड को आपतित प्रकाश के परितः पूरा एक चक्कर घुमाने से यदि निर्गत प्रकाश की तीव्रता में कोई अन्तर नहीं पड़ता तो आपतित प्रकाश अध्रुवित है, निर्गत प्रकाश की तीव्रता में परिवर्तन तो होता है, परन्तु किसी भी स्थिति में तीव्रता शून्य नहीं होती तो आपतित प्रकाश आंशिक रूप से ध्रुवित है, यदि निर्गत प्रकाश की तीव्रता में परिवर्तन होता है तथा पोलैराइड के एक चक्कर में दो बार तीव्रता अधिकतम तथा दो बार शून्य हो जाती है तो आपतित प्रकाश पूर्णतः समतल-ध्रुवित है।



Quick Review

- उत्सर्जित प्रकाश इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा $E_K = eV_0$
प्रकाश इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा $E_K = h\nu - h\nu_0$
- आइन्स्टीन की प्रकाश-वैद्युत समीकरण $\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = h(\nu - \nu_0)$
- फोटॉन की ऊर्जा $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

विकिरण तथा द्रव्य की द्वैत प्रकृति

• फोटॉन का संवेग $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$, फोटॉन की तरंगदैर्घ्य $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{h}{p}$

• फोटॉन का गतिज द्रव्यमान $m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$

• यदि m द्रव्यमान का कण v वेग से गति कर रहा हो, तब उससे सम्बद्ध दे-ब्रॉग्ली तरंग की तरंगदैर्घ्य $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

• यदि कण की गतिज ऊर्जा K हो, तब $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$

• यदि इलेक्ट्रॉन को V विभवान्तर से त्वरित किया जाए तब उससे सम्बद्ध तरंग की दी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = \frac{12.27}{\sqrt{V}} \text{ \AA}$

बहुविकल्पीय प्रश्न 13 अंक

प्रश्न 1. एक फोटॉन, जिसकी ऊर्जा 3.4 eV है, एक ऐसी धातु की सतह पर आपतित होता है, जिसका कार्य फलन 2 eV है। धातु की सतह से उत्सर्जित फोटो-इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा होगी—

- (i) 1.4 eV (ii) 1.7 eV (iii) 5.4 eV (iv) 6.8 eV

उत्तर— (i) 1.4 eV

प्रश्न 2. किसी धात्विक पृष्ठ से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन तभी सम्भव है, जब आपतित प्रकाश की आवृत्ति—

- (i) देहली आवृत्ति की आधी हो
(ii) देहली आवृत्ति की एक-तिहाई हो
(iii) देहली आवृत्ति से कुछ कम हो
(iv) देहली आवृत्ति से अधिक हो।

उत्तर— (iv) देहली आवृत्ति से अधिक हो।

प्रश्न 3. प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों के लिए निरोधी विभव निर्भर नहीं करता है—

- (i) आपतित प्रकाश की तीव्रता पर
(ii) आपतित प्रकाश की आवृत्ति एवं कैथोड के पदार्थ पर
(iii) केवल कैथोड के पदार्थ पर
(iv) केवल आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर

उत्तर— (i) आपतित प्रकाश की तीव्रता पर

प्रश्न 4. V वोल्ट से त्वरित होकर इलेक्ट्रॉन v चाल से एक लक्ष्य से टकराता है। $2V$ वोल्ट से त्वरित होने पर इलेक्ट्रॉन की चाल हो जायेगी—

- (i) $2v$ (ii) $4v$ (iii) $\sqrt{2}v$ (iv) $\frac{v}{2}$

उत्तर— (iii) $\sqrt{2}v$

प्रश्न 5. प्रकाश वैद्युत प्रभाव के प्रयोग में आपतित प्रकाश की आवृत्ति (ν) तथा निरोधी विभव (ν_0) के बीच खींचे गये ग्राफ की ढलान होती है—

- (i) h (ii) $\frac{h}{e}$ (iii) $\frac{e}{h}$ (iv) $\frac{\nu}{v}$

उत्तर— (ii) $\frac{h}{e}$

प्रश्न 6. किसी गतिमान कण से सम्बद्ध डी-ब्रॉग्ली तरंग की तरंगदैर्घ्य निर्भर नहीं करती है—

- (i) द्रव्यमान पर (ii) आवेश पर
(iii) वेग पर (iv) संवेग पर

उत्तर— (ii) आवेश पर

प्रश्न 7. निम्नलिखित कण एक ही वेग से गतिमान हैं। अधिकतम डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य वाला कण है—

- (i) इलेक्ट्रॉन (ii) प्रोटॉन
(iii) न्यूट्रॉन (iv) α -कण

उत्तर— (i) इलेक्ट्रॉन

प्रश्न 8. 100 ग्राम द्रव्यमान की एक गेंद 30 मी०/से० के वेग से चल रही है। इससे सम्बद्ध डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य होगी—

- (i) $4.4 \times 10^{-34} \text{ मी०}$ (ii) $2.4 \times 10^{-27} \text{ मी०}$
(iii) $2.2 \times 10^{-34} \text{ मी०}$ (iv) $2.0 \times 10^{-10} \text{ मी०}$

उत्तर— (iii) $2.2 \times 10^{-34} \text{ मी०}$

प्रश्न 9. यदि किसी कण का संवेग दुगुना कर दिया जाए, तो इसकी डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य होगी—

- (i) अपरिवर्तित (ii) चार गुनी
(iii) दुगुनी (iv) आधी

उत्तर— (iv) आधी

प्रश्न 10. λ डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य वाले एक द्रव्य कण की गतिज ऊर्जा में दो गुनी वृद्धि करने पर, कण की डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य हो जाती है—

- (i) $\frac{\lambda}{\sqrt{2}}$ (ii) $\lambda\sqrt{2}$ (iii) $\frac{\lambda}{2}$ (iv) 2λ

उत्तर— (iii) $\frac{\lambda}{2}$

प्रश्न 11. फोटॉन का विराम द्रव्यमान होता है—

- (i) E/c^2 (ii) $h/c\lambda$ (iii) h/λ (iv) शून्य

उत्तर— (iv) शून्य

प्रश्न 12. फोटॉन के गतिज द्रव्यमान का सूत्र है—

- (i) $\frac{h\nu}{c}$ (ii) $\frac{h\nu}{c^2}$ (iii) $\frac{hc}{\nu}$ (iv) $\frac{c^2}{h\nu}$

जहाँ, h प्लांक नियतांक, ν फोटॉन की आवृत्ति तथा c उसकी चाल है।

उत्तर— (ii) $\frac{h\nu}{c^2}$

प्रश्न 13. λ तरंगदैर्घ्य के फोटॉन की ऊर्जा है—

- (i) $hc\lambda$ (ii) $\frac{hc}{\lambda}$ (iii) $\frac{\lambda}{hc}$ (iv) $\frac{h\lambda}{c}$

उत्तर— (ii) $\frac{hc}{\lambda}$

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. प्रकाश-वैद्युत कार्य-फलन से क्या तात्पर्य है? (2010, 11, 19)

या कार्य-फलन की परिभाषा लिखिए। (2013, 18)

या देहली-आवृत्ति एवं कार्य-फलन में सम्बन्ध लिखिए। (2019)

उत्तर— “वह न्यूनतम प्रकाश ऊर्जा जो किसी धातु पृष्ठ से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करने के लिए आवश्यक होती है, उस धातु का प्रकाश वैद्युत कार्य-फलन (work function) कहलाता है।” सामान्यतः इसको W से व्यक्त करते हैं।

$$W = h\nu_0 \quad \text{अथवा} \quad W = hc/\lambda_0$$

प्रश्न 2. प्रकाश-वैद्युत प्रभाव में देहली आवृत्ति से क्या तात्पर्य है? इसकी क्या महत्ता है? (2011, 19)

या देहली आवृत्ति से आप क्या समझते हैं? (2013, 14, 17, 18)

या प्रकाश वैद्युत उत्सर्जन में देहली आवृत्ति से आप क्या समझते हैं? (2017)

उत्तर— देहली आवृत्ति आपतित प्रकाश की वह न्यूनतम आवृत्ति है जो किसी धातु से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन कर सके। इसे ν_0 से प्रदर्शित करते हैं। इससे कम आवृत्ति के प्रकाश से धातु से कोई प्रकाश-इलेक्ट्रॉन नहीं निकलता है। यही इसकी महत्ता है।

प्रश्न 3. प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन का अर्थ समझाइए। (2018)

उत्तर— जब किसी धातु पर उपयुक्त आवृत्ति का प्रकाश डाला जाता है तो उसके पृष्ठ से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं। इन इलेक्ट्रॉनों को प्रकाश इलेक्ट्रॉन तथा इस घटना को प्रकाश-वैद्युत उत्सर्जन अथवा प्रकाश-वैद्युत प्रभाव कहते हैं।

प्रश्न 4. प्रकाश-वैद्युत प्रभाव में देहली तरंगदैर्घ्य से आप क्या समझते हैं? (2017, 18)

उत्तर— देहली तरंगदैर्घ्य— किसी धातु पर आपतित प्रकाश की तरंगदैर्घ्य का वह अधिकतम मान जिससे तरंगदैर्घ्य का प्रकाश धातु-पृष्ठ से प्रकाश इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित कर सके, देहली तरंगदैर्घ्य कहलाता है। इसको λ_0 से प्रदर्शित करते हैं। यह देहली आवृत्ति के संगत तरंगदैर्घ्य होती है, अर्थात् $\lambda_0 = c/\nu_0$, जहाँ c = प्रकाश की चाल (निर्वात में)।

प्रश्न 5. सीजियम धातु के पृष्ठ का कार्यफलन 1.8 eV हो तो देहली तरंगदैर्घ्य क्या होगी? (2011, 14)

हल— सूत्र $W = hc/\lambda_0$ से,

$$\text{देहली तरंगदैर्घ्य } \lambda_0 = \frac{hc}{W}$$

$$= \left[\frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.8 \times 1.6 \times 10^{-19}} \right] \text{ मी}$$

$$= 6.875 \times 10^{-7} \text{ मी} = 6875 \text{ Å}$$

प्रश्न 6. डेविसन तथा जर्मेर के प्रयोग से क्या निष्कर्ष प्राप्त होते हैं? (2019)

उत्तर— डेविसन तथा जर्मेर विश्लेषण द्वारा ज्ञात इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध तरंगदैर्घ्य का मान डी-ब्रॉग्ली के अनुसार इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध तरंगदैर्घ्य के मान के समान होते हैं।

प्रश्न 7. प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के सम्बन्ध में निरोधी-विभव की परिभाषा दीजिए। (2018)

उत्तर— निरोधी विभव— निरोधी विभव धन प्लेट पर लगाया गया वह न्यूनतम ऋणात्मक विभव है जो आपतित प्रकाश की किसी आवृत्ति के संगत कैथोड से उत्सर्जित सभी प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों को प्लेट तक पहुँचने से रोकता है

अर्थात् जिस पर वैद्युत धारा शून्य हो जाती है। इसका मान आपतित प्रकाश की आवृत्ति तथा फोटो-सेल के कैथोड की धातु पर निर्भर करता है।

प्रश्न 8. एक धातु का कार्य-फलन 2.5 eV है, 2eV ऊर्जा के दो फोटॉन धातु पृष्ठ पर आपतित होते हैं। कारण सहित स्पष्ट कीजिए कि फोटो इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होंगे या नहीं। (2014, 18)

हल— धातु का कार्य-फलन $W = 2.5 \text{ eV}$ है तथा इस पर आपतित दोनों फोटॉनों में प्रत्येक की ऊर्जा $h\nu = 2 \text{ eV}$; चूँकि $h\nu < W$, अतः फोटो-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं होगा क्योंकि फोटो-इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन फोटॉन की ऊर्जा पर निर्भर करता है, धातु पर आपतित सभी फोटॉनों की कुल ऊर्जा पर नहीं।

प्रश्न 9. किसी धातु पर एक ही आवृत्ति का प्रकाश पड़ने पर भी उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जाएँ भिन्न-भिन्न होती हैं। क्यों? (2018)

उत्तर— क्योंकि जो इलेक्ट्रॉन धातु के भीतर से निकलकर सतह पर पहुँचते हैं वे सतह तक आने में धन आयनों व परमाणुओं से टकराते हैं; जिससे वे कुछ ऊर्जा खो देते हैं। अतः जो इलेक्ट्रॉन धातु की सतह से उत्सर्जित होते हैं, उनकी गतिज ऊर्जा अपेक्षाकृत अधिक होती है; क्योंकि उनकी ऊर्जा टकराने में नष्ट नहीं होती है। इस प्रकार धातु की ऊपरी सतह से उत्सर्जित प्रकाश इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा अधिकतम होती है।

प्रश्न 10. फोटॉन की ऊर्जा तथा संवेग में सम्बन्ध लिखिए। (2011)

उत्तर— संवेग $p = \frac{E}{c}$ (जहाँ E = ऊर्जा, c = प्रकाश का वेग)।

प्रश्न 11. 5 Å तरंगदैर्घ्य वाले X-किरण फोटॉन की ऊर्जा कितने जूल होगी? (2018)

हल— दिया है, $\lambda = 5 \text{ Å} = 5 \times 10^{-10} \text{ मी}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{फोटॉन की ऊर्जा, } E &= \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5 \times 10^{-10}} \\ &= 3.98 \times 10^{-15} \text{ जूल} \end{aligned}$$

प्रश्न 12. डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य का सूत्र लिखिए। (2017)

हल— $\lambda = \frac{h}{mv}$ जहाँ, λ तरंगदैर्घ्य, h प्लांक नियतांक, m कण का

द्रव्यमान तथा v कण का वेग है।

प्रश्न 13. इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी में त्वरक विभव का मान ज्ञात कीजिए, जबकि इलेक्ट्रॉन का तरंगदैर्घ्य 1 Å है। (2018)

हल— दिया है, इलेक्ट्रॉन का तरंगदैर्घ्य, $\lambda = 1 \text{ Å} = 1 \times 10^{-10} \text{ मी}$

$$\therefore \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

$$1 \times 10^{-10} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times V}}$$

$$2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times V = \left(\frac{6.6 \times 10^{-34}}{10^{-10}} \right)^2$$

$$V = \frac{43.56 \times 10^{-48}}{29.12 \times 10^{-50}}$$

$$= 1.5 \times 10^2 \text{ वोल्ट}$$

प्रश्न 14. एक इलेक्ट्रॉन $0.5 \times 10^3 \text{ मी/से}$ की चाल से गतिमान है। इससे सम्बद्ध डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— दिया है, $v = 0.5 \times 10^3 \text{ मी/से}$, $\lambda = ?$

विकिरण तथा द्रव्य की द्वैत प्रकृति

$$\text{सूत्र, } \lambda = \frac{h}{mv} \text{ से, } \lambda = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 0.5 \times 10^3} \\ = 145 \times 10^{-6} \text{ मी} = 14500 \text{ \AA}$$

प्रश्न 15, एक गतिमान कण का डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य 2.0 \AA है। कण का संवेग क्या है? (2014, 17)

हल— कण का संवेग $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{2.0 \times 10^{-10}}$
 $= 3.3 \times 10^{-24} \text{ किग्रा-मी/से}$

प्रश्न 16. प्रोटॉन तथा α -कण की डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य समान हों तो उनकी चालों में अनुपात क्या होगा? ($m_\alpha = 4m_p$) (2016)

हल— यहाँ $m_\alpha = 4m_p$
 $\text{सूत्र } \lambda = \frac{h}{mv} \text{ से, } v_p = \frac{h}{m_p \lambda_p}$
 $v_\alpha = \frac{h}{m_\alpha \lambda_\alpha}$

\therefore तरंगदैर्घ्य समान हैं।

समी० (1) को समी० (2) से भाग करने पर,

$$\frac{v_p}{v_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_p} = \frac{4m_p}{m_p} = 4$$

$$v_p : v_\alpha = 4 : 1$$

प्रश्न 17. उस प्रयोग का नाम लिखिए जिससे कम ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉनों की तरंग प्रकृति सिद्ध होती है। (2019)

उत्तर— डेविसन तथा जर्मर।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. किसी फोटॉन की तरंगदैर्घ्य λ तथा द्रव्यमान m के किसी कण की डी ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य समान है। सिद्ध कीजिए कि फोटॉन की गतिज ऊर्जा तथा कण की गतिज ऊर्जा का अनुपात $\frac{2\lambda mc}{h}$ है। जहाँ h ,

प्लांक नियतांक तथा c प्रकाश की चाल है। (2019)

हल— हम जानते हैं कि, डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य, $\lambda = \frac{h}{p}$
 जहाँ h प्लांक नियतांक है

$$\text{गतिज ऊर्जा } K.E. = \frac{p^2}{2m}$$

डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य के पदों में गतिज ऊर्जा,

$$K.E. = \frac{(h/\lambda)^2}{2m} \Rightarrow K.E. = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

प्रश्नानुसार, $E = \frac{hc}{\lambda}$ जहाँ, c = प्रकाश की चाल है।

$$\frac{KE_p}{KE_e} = \frac{hc}{\lambda_p} \times \frac{h^2}{2m_e \lambda_e^2} = \frac{hc}{\lambda_p} \times \frac{2m_e \lambda_e^2}{h^2}$$

चूँकि दोनों की तरंगदैर्घ्य समान है।

$$\therefore \frac{KE_p}{KE_e} = \frac{2 \times mc}{h}$$

प्रश्न 2. एक पदार्थ से फोटो इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन की देहली तरंगदैर्घ्य 6000 \AA है। इसकी सतह पर 4000 \AA तरंगदैर्घ्य का प्रकाश डाला जाता है। उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा तथा निरोधी-विभव ज्ञात कीजिए। (2012, 18)

हल— दिया है, $\lambda_0 = 6000 \text{ \AA} = 6 \times 10^{-7} \text{ मीटर},$
 $\lambda = 4000 \text{ \AA} = 4 \times 10^{-7} \text{ मीटर},$
 $E_k = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = \frac{hc(\lambda_0 - \lambda)}{\lambda \times \lambda_0}$
 $= \frac{(6.6 \times 10^{-34}) \times (3.0 \times 10^8) \times (6 - 4) \times 10^{-7}}{(6 \times 10^{-7}) \times (4 \times 10^{-7})}$
 $= 1.65 \times 10^{-19} \text{ जूल} = \frac{1.65 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.031 \text{ eV}$

... (1) सूत्र $E_k = eV_0$ से,
 निरोधी विभव $V_0 = \frac{E_k}{e} = \frac{1.65 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.031 \text{ वोल्ट}$

प्रश्न 3. 5400 \AA तरंगदैर्घ्य का विकिरण एक धातु पर गिरता है जिसका कार्य फलन 1.9 eV है। उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा तथा उसका निरोधी विभव ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— यहाँ, $\lambda = 5400 \text{ \AA} = 5400 \times 10^{-10} \text{ मी} = 5.4 \times 10^{-7} \text{ मी}$
 तथा कार्य फलन, $W = 1.9 \text{ eV} = 1.9 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.04 \times 10^{-19} \text{ जूल}$
 उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा, $E_k = \frac{hc}{\lambda} - W$

$$= \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5.4 \times 10^{-7}} - 3.04 \times 10^{-19}$$

$$= 3.67 \times 10^{-19} - 3.04 \times 10^{-19}$$

$$= 0.63 \times 10^{-19} \text{ जूल}$$

$$= \frac{0.63 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 0.39 \text{ eV}$$

तथा निरोधी विभव, $V_0 = \frac{E_k}{e} = \frac{0.39 \text{ eV}}{e} = 0.39 \text{ वोल्ट}$

प्रश्न 4. तरंगदैर्घ्य $\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$ के फोटॉन की ऊर्जा का मान इलेक्ट्रॉन वोल्ट में ज्ञात कीजिए। (2019)

हल— यहाँ, तरंगदैर्घ्य $\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$
 \therefore फोटॉन की ऊर्जा, $E = h\nu$
 $= \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5 \times 10^{-7}}$
 $= \frac{6.6 \times 10^{-19}}{5} = 1.32 \times 10^{-19}$
 $= \frac{1.32 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 0.825 \text{ eV}$

प्रश्न 5. एक कण, इलेक्ट्रॉन की अपेक्षा तीन गुना अधिक चाल से गति कर रहा है। इस कण की डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य का इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य से अनुपात 1.813×10^{-4} है। कण के द्रव्यमान का परिकलन कीजिए।

(इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान (m_e) = $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$) (2019)

हल— गति करते हुए कण (द्रव्यमान m तथा v) की डी-ब्रॉग्ली

$$\text{तरंगदैर्घ्य, } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$$\text{द्रव्यमान, } m = \frac{h}{\lambda v}$$

$$\text{इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान, } m_e = \frac{h}{\lambda_e v_e}$$

$$\text{दिया है, } \frac{v}{v_e} = 3 \quad \text{तथा} \quad \frac{\lambda}{\lambda_e} = 1.813 \times 10^{-4}$$

$$\text{कण का द्रव्यमान, } m = m_e \left(\frac{\lambda_e}{\lambda} \right) \left(\frac{v_e}{v} \right)$$

$$m = 9.1 \times 10^{-31} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{1.813 \times 10^{-4}}$$

$$m = 1.675 \times 10^{-27} \text{ किग्रा}$$

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के नियम लिखिए।

या प्रकाश-वैद्युत उत्सर्जन के नियम लिखिए।

(2012, 15, 17, 18, 19)

या प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन के लिए शर्तों का उल्लेख कीजिए। (2019)

उत्तर— प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के नियम— वैज्ञानिक लेनार्ड तथा मिलीकन ने प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के सम्बन्ध में किये गये प्रयोगों से प्राप्त प्रेक्षणों के आधार पर कुछ नियम दिये जो प्रकाश-वैद्युत प्रभाव (ऊष्मा उत्सर्जन) के नियम कहलाते हैं।

प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के नियम निम्नलिखित हैं—

- किसी धातु की सतह से प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन की दर धातु की सतह पर गिरने वाले प्रकाश की तीव्रता के अनुक्रमानुपाती होती है।
- उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करती।
- प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा प्रकाश की आवृत्ति के बढ़ने पर बढ़ती है।
- यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति एक न्यूनतम मान से कम है तो धातु से कोई भी प्रकाश-इलेक्ट्रॉन नहीं निकलता। यह न्यूनतम आवृत्ति (देहली आवृत्ति) भिन्न-भिन्न धातुओं के लिए भिन्न-भिन्न होती है।
- प्रकाश के धातु की सतह पर गिरते ही इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होने लगते हैं, अर्थात् प्रकाश के सतह पर गिरने तथा इलेक्ट्रॉन के सतह से बाहर निकलने के बीच कोई समय-पश्चता (time-lag) नहीं होती, चाहे प्रकाश की तीव्रता कितनी भी क्यों न हो।

प्रश्न 2. आइन्सटीन की प्रकाश-वैद्युत समीकरण लिखिए तथा इसकी व्याख्या कीजिए।

(2012, 15)

या आइन्सटीन की प्रकाश-वैद्युत समीकरण लिखिए तथा इसकी सहायता से प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के नियमों को समझाइए। (2017)

या आइन्सटीन की प्रकाश-वैद्युत उत्सर्जन सम्बन्धी समीकरण के आधार पर प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के नियमों की व्याख्या कीजिए।

(2013)

या आइन्सटीन का प्रकाश-वैद्युत प्रभाव का समीकरण लिखिए तथा प्रयुक्त संकेतों का अर्थ स्पष्ट कीजिए।

(2014)

उत्तर— आइन्सटीन की प्रकाश-वैद्युत समीकरण

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = h(\nu - \nu_0) \quad \dots (1)$$

जहाँ m = इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान, v_{\max} = उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों का अधिकतम वेग, h = प्लांक नियतांक, ν = धातु पर आपतित फोटॉन की आवृत्ति, ν_0 = देहली आवृत्ति।

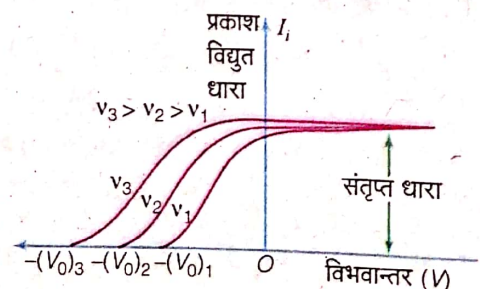
व्याख्या—आइन्सटीन की प्रकाश-वैद्युत समीकरण के आधार पर प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के नियमों की व्याख्या इस प्रकार की जा सकती है—

- जब किसी धातु-पृष्ठ पर आपतित निश्चित आवृत्ति के प्रकाश की तीव्रता बढ़ायी जाती है तो सतह पर प्रति सेकण्ड आपतित फोटॉनों की संख्या उसी अनुपात में बढ़ जाती है परन्तु प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा $h\nu$ नियत रहेगी। आपतित फोटॉन की संख्या बढ़ने से उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ जाएगी, परन्तु समी. (1) से स्पष्ट है कि आवृत्ति ν के निश्चित होने तथा धातु विशेष के लिए ν_0 निश्चित होने से पृष्ठ से उत्सर्जित सभी प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा E_k एकसमान होगी। अतः प्रकाश इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन की दर तो आपतित प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर करती है परन्तु इनकी अधिकतम गतिज ऊर्जा नहीं। ये ही क्रमशः प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के पहले तथा दूसरे नियम के कथन हैं।
- समीकरण (1) से यह भी स्पष्ट है कि आपतित प्रकाश की आवृत्ति ν बढ़ाने पर उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा E_k उसी अनुपात में बढ़ जाएगी। यही प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के तीसरे नियम का कथन है।
- समीकरण (1) में यदि $\nu < \nu_0$ तो E_k का मान ऋणात्मक होगा, जो असम्भव है। अतः इससे निष्कर्ष निकलता है कि यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति ν_0 से कम है तो प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन सम्भव नहीं है, चाहे प्रकाश की तीव्रता कितनी भी अधिक क्यों न हो। यही प्रकाश-वैद्युत प्रभाव का चौथा नियम है।
- जब प्रकाश किसी धातु-पृष्ठ पर गिरता है तो जैसे ही कोई एक प्रकाश फोटॉन धातु पर आपतित होता है, धातु का कोई एक इलेक्ट्रॉन तुरन्त उसे ज्यों-का-त्यों अवशोषित कर लेता है तथा धातु-पृष्ठ से उत्सर्जित हो जाता है। इस प्रकार धातु-पृष्ठ पर प्रकाश के आपतित होने तथा इससे प्रकाश-इलेक्ट्रॉन के उत्सर्जित होने में कोई पश्चता नहीं होती। यही प्रकाश-वैद्युत प्रभाव का पाँचवाँ नियम है।

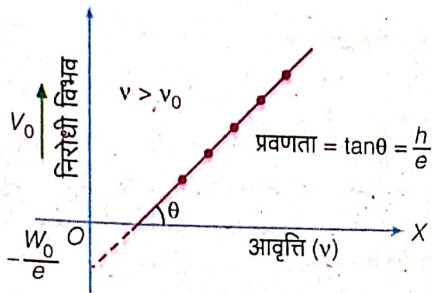
प्रश्न 3. आइन्सटीन के प्रकाश वैद्युत समीकरण की सहायता से निरोधी विभव तथा आपतित प्रकाश की आवृत्ति में ग्राफ बनाइए। ग्राफ में देहली आवृत्ति प्रदर्शित कीजिए तथा ग्राफ की ढाल का सूत्र लिखिए।

(2018)

हल— निरोधी विभव V_0 की आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भरता का अध्ययन करने के लिए यदि निरोधी विभव की अवस्था में प्लेट C पर पहले आपतित प्रकाश से अधिक आवृत्ति का प्रकाश डालें तो परिपथ में प्रकाश विद्युत धारा पुनः बहना प्रारम्भ हो जाती है, जब प्लेट A पर ऋण विभव को बढ़ाया जाता है तो धारा पुनः एक निश्चित ऋणात्मक विभव के मान के लिए शून्य हो जाती है।



अतः आवृत्ति बढ़ने पर निरोधी विभव का संख्यात्मक मान बढ़ता है अर्थात् यदि आपतित प्रकाश की आवृत्तियाँ $\nu_3 > \nu_2 > \nu_1$ के क्रम में हों तो निरोधी विभवों का क्रम $(V_0)_3 > (V_0)_2 > (V_0)_1$ होता है, परन्तु संतृप्त धारा का एक ही मान प्राप्त होता है।



इससे स्पष्ट होता है कि आपतित प्रकाश की आवृत्ति बढ़ने पर उत्सर्जित प्रकाश इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा बढ़ती है।

extra shots

★ लीथियम, सोडियम, पोटैशियम, सीजियम तथा रुबीडियम जैसी क्षार धातुएँ दृश्य प्रकाश के लिए तथा जस्ता, कैडमियम, मैग्नीशियम जैसी धातुएँ पराबैंगनी प्रकाश के लिए प्रकाश-वैद्युत प्रभाव प्रदर्शित करती हैं।

प्रश्न 4. विकिरण सम्बन्धी प्लांक की परिकल्पना समझाइए। इसके द्वारा फोटॉन के गतिमान द्रव्यमान का व्यंजक प्राप्त कीजिए। फोटॉन संवेग क्या होगा?

या फोटॉन किसे कहते हैं? इसके गतिज द्रव्यमान एवं संवेग का सूत्र लिखिए। (2012)

या फोटॉन के गतिज द्रव्यमान का सूत्र लिखिए। (2012)

या फोटॉन के विराम द्रव्यमान तथा गतिक द्रव्यमान से आप क्या समझते हैं? फोटॉन का संवेग $p = \frac{h}{\lambda}$ निगमित कीजिए जहाँ h

प्लांक नियतांक तथा λ फोटॉन की तरंगदैर्घ्य है। (2014)

उत्तर— कृष्णिका विकिरण के स्पेक्ट्रमी वितरण की व्याख्या करने के लिए सन् 1900 में जर्मनी के वैज्ञानिक मैक्स प्लांक ने एक क्रान्तिकारी विचार रखा जिसे 'प्लांक की क्वाण्टम परिकल्पना' कहते हैं। इसके अनुसार, किसी पदार्थ द्वारा ऊर्जा का उत्सर्जन अथवा अवशोषण सतत रूप से न होकर ऊर्जा के छोटे-छोटे बण्डलों अथवा पैकेटों के रूप में होता है, जिन्हें 'फोटॉन' अथवा 'क्वाण्टम' कहते हैं। प्रत्येक तरंगदैर्घ्य λ अथवा आवृत्ति $v (=c/\lambda)$ का अपना एक अलग फोटॉन होता है जिसकी ऊर्जा की मात्रा $h\nu$ होती है; जहाँ h एक नियतांक है, जिसे 'प्लांक नियतांक' कहते हैं।

प्लांक ने बताया कि कोई भी वस्तु ऊष्मा का उत्सर्जन अथवा अवशोषण इन फोटॉनों के पूर्ण गुणज के रूप में कर सकती है, अर्थात् कोई वस्तु $h\nu, 2h\nu, 3h\nu, \dots$ आदि के रूप में ऊर्जा का अवशोषण अथवा उत्सर्जन करेगी।

प्लांक नियतांक का मात्रक जूल-सेकण्ड है।

प्लांक ने इस परिकल्पना के आधार पर ऊर्जा वितरण का सूत्र दिया जो कि ल्यूमर तथा ग्रिंजहाइम के प्रायोगिक $(E_\lambda - \lambda)$ वक्रों के पूर्णतः अनुकूल था। आइन्सटीन ने भी इस परिकल्पना की सहायता से प्रकाश-वैद्युत प्रभाव की सफल व्याख्या की।

फोटॉन का विराम द्रव्यमान तथा गतिक (गतिज) द्रव्यमान—फोटॉन का विराम द्रव्यमान शून्य होता है, परन्तु इसका गतिक द्रव्यमान शून्य नहीं होता। फोटॉन प्रकाश की चाल से गति करते हैं तथा गतिज अवस्था में फोटॉन की ऊर्जा के कारण उसमें जो द्रव्यमान होता है, वह फोटॉन का गतिक द्रव्यमान कहलाता है।

आइन्सटीन के द्रव्यमान ऊर्जा समीकरण के अनुसार,

$$\text{फोटॉन की ऊर्जा } E = mc^2 \quad \dots(1)$$

जहाँ $m =$ फोटॉन का गतिज द्रव्यमान

तथा $c =$ फोटॉन (प्रकाश) का वेग

प्लांक के अनुसार, फोटॉन की ऊर्जा $E = h\nu$... (2)

समी० (1) व समी० (2) से, $mc^2 = h\nu$

$$\text{अथवा} \quad m = \frac{h\nu}{c^2}$$

$$\text{अथवा} \quad m = \frac{h}{c(c/\nu)} \quad \dots(3)$$

परन्तु $c/\nu =$ फोटॉन की तरंगदैर्घ्य (λ)

$$\therefore m = \frac{h}{c\lambda} \quad \dots(4)$$

फोटॉन का संवेग $p =$ गतिज द्रव्यमान \times वेग

$$= \frac{h}{c\lambda} \times c = \frac{h}{\lambda}$$

प्रश्न 5. द्रव्य तरंगें क्या हैं? द्रव्य तरंगों की तरंगदैर्घ्य का सूत्र लिखिए। (2017, 18)

या लूई डी-ब्रॉग्ली के द्रव्य तरंग की अवधारणा स्पष्ट कीजिए। द्रव्य तरंगों के तरंगदैर्घ्य का सूत्र स्थापित कीजिए। (2011, 16, 17, 19)

या डी-ब्रॉग्ली तरंगें क्या हैं? डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य के लिये व्यंजक लिखिए। (2010, 17, 18)

या m द्रव्यमान का एक कण v वेग से गतिमान है। कण के साथ सम्बन्ध डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य का सूत्र लिखिए। (2012, 15)

या द्रव्य तरंगें क्या हैं? डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य के लिए सूत्र लिखिए। इन तरंगों का प्रायोगिक सत्यापन करने वाले प्रयोग का नाम लिखिए। (2015, 18)

या डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य का व्यंजक लिखिए। (2016)

उत्तर— द्रव्य तरंगें (Matter Waves)—सन् 1922 में डी-ब्रॉग्ली (de-Broglie) ने विचार रखा कि पदार्थ और विकिरण की पारस्परिक क्रिया समझने के लिए कणों को पृथक् रूप में न मानकर तरंग पद्धति से समन्वित माना जाये। उन्होंने बताया कि जब कोई द्रव्य-कण चलता है तो वह भी तरंग की भाँति व्यवहार करता है। इस सिद्धान्त का सत्यापन डेवीसन (Davisson) और जर्मेर (Germer) ने अपने प्रयोगों द्वारा किया। उन्होंने स्थापित किया कि इलेक्ट्रॉन के किरण पुँज का विवर्तन देखा जा सकता है, जो एक तरंग का गुण है। अतः द्वैती प्रकृति न केवल प्रकाश में होती है बल्कि यह द्रव्य-कणों में भी होती है।

अतः "गतिमान द्रव्य-कणों (इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन आदि) से तरंग सम्बद्ध होती है। इन तरंगों को द्रव्य तरंगें अथवा डी-ब्रॉग्ली तरंगें (de-Broglie's Waves) कहते हैं। द्रव्य तरंगों की तरंगदैर्घ्य डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य कहलाती है।"

द्रव्य तरंगों की तरंगदैर्घ्य

v आवृत्ति की प्रकाश तरंग से बद्ध फोटॉन की ऊर्जा $E = h\nu$... (1)

m गतिक द्रव्यमान के फोटॉन की ऊर्जा $E = mc^2$... (2)

समी० (1) व समी० (2) से,

$$mc^2 = h\nu \Rightarrow m = h\nu/c^2$$

\therefore फोटॉन का संवेग $p = m \times c = (h\nu/c^2) \times c = h\nu/c$

परन्तु $\lambda = c/\nu$

$$\text{अतः} \quad p = \frac{h}{c/\nu} = \frac{h}{\lambda}$$

अर्थात् फोटॉन से बद्ध डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य $\lambda = \frac{h}{p}$

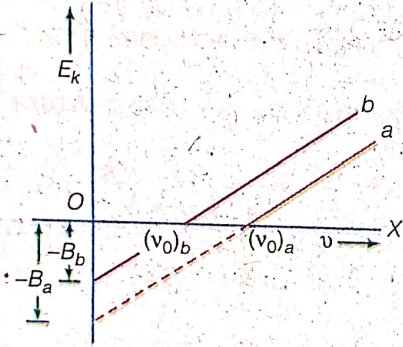
$$\text{परन्तु} \quad p = mv \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mv}$$

प्रश्न 6. 'कार्यफलन' तथा 'देहली आवृत्ति' की व्याख्या कीजिए।

उत्तर— कार्य-फलन—किसी धातु पृष्ठ पर आपतित प्रकाश की आवृत्ति ν तथा इससे उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा E_k के बीच ग्राफ खींचने से प्राप्त सरल रेखा को निम्नलिखित समीकरण द्वारा निरूपित किया जा सकता है।

$$E_k = A\nu - B \quad \dots(1)$$

जो सरल रेखा की व्यापक समीकरण $y = mx + C$ के अनुरूप है। यहाँ सरल रेखा की प्रवणता अर्थात् ढलान (slope) $m = A$ तथा Y -अक्ष अर्थात् E_k -अक्ष से सरल रेखा द्वारा काटा गया अन्तःखण्ड $C = -B$ । यदि हम दो भिन्न-भिन्न धातुओं a तथा b की प्लेटें लेकर प्रयोग करें तो प्रत्येक दशा में अधिकतम गतिज ऊर्जा E_k तथा प्रकाश की आवृत्ति ν के बीच ग्राफ सरल रेखा ही आती है। ये सरल रेखाएँ परस्पर समान्तर होती हैं अर्थात् इनके ढलान का मान A तो समान है, परन्तु ν_0 एवं B के मान भिन्न-भिन्न हैं।



अतः निष्कर्ष प्राप्त होता है कि उपर्युक्त समी० (1) में A एक सार्वत्रिक नियतांक है, जिसका मान धातु की प्रकृति पर निर्भर नहीं करता, परन्तु B तथा ν_0 प्रयुक्त कैथोड प्लेट की धातु की प्रकृति पर निर्भर करते हैं।

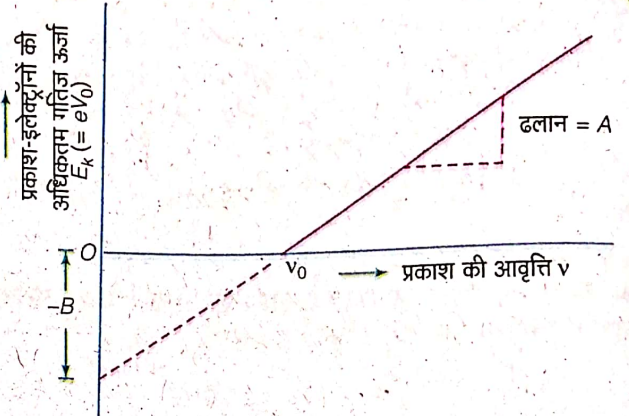
ग्राफ से स्पष्ट है कि यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति ν किसी भी धातु के लिए देहली आवृत्ति (ν_0) के बराबर है तो $E_k = 0$, अतः उपर्युक्त समी० (1) में $\nu = \nu_0$ तथा $E_k = 0$ रखने पर,

$$0 = A\nu_0 - B$$

$$\text{अथवा} \quad B = A\nu_0 \quad \dots(2)$$

समीकरण (2) में ν_0 चूँकि प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन के लिए न्यूनतम आवृत्ति को प्रदर्शित करता है। अतः B उस न्यूनतम ऊर्जा को प्रदर्शित करेगा जो धातु से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन हेतु आवश्यक है।

देहली आवृत्ति यदि हम E_k तथा ν के बीच खींचे गये ग्राफ की रेखा को पीछे की ओर बढ़ाये तो यह आवृत्ति-अक्ष को एक बिन्दु ν_0 पर काटती है, तथा ऊर्जा-अक्ष पर अन्तःखण्ड (intercept) $-B$ देती है। इससे यह पता चलता है कि किसी दी हुई धातु की प्लेट से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करने के लिए प्लेट पर डाले जाने वाले प्रकाश की आवृत्ति ν_0 से ऊँची होनी चाहिए। यदि आवृत्ति ν_0 मान से नीचे है तो धातु से कोई भी प्रकाश-इलेक्ट्रॉन नहीं निकलेगा चाहे कितना भी तीव्र तथा कितने भी समय के लिए प्रकाश क्यों न डाला जाए। इसके विपरीत, ν_0 से ऊँची आवृत्ति का मन्द प्रकाश भी इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन के लिए पर्याप्त है। प्रकाश की इस न्यूनतम आवृत्ति को, जो किसी पदार्थ से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन कर सके, उस पदार्थ की 'देहली आवृत्ति' (threshold frequency) अथवा 'संस्तब्ध आवृत्ति' (cut-off frequency) कहते हैं। इसे हम ग्राफ से सीधे पढ़ सकते हैं।



प्रश्न 7. सिद्ध कीजिए कि ν विभवान्तर से त्वरित इलेक्ट्रॉनों की द्रव्य तरंगों की तरंगदैर्घ्य $\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}} \text{ \AA}$ होती है।

(2018)

या सिद्ध कीजिए कि V वोल्ट विभवान्तर से त्वरित किये गए इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य $\lambda = \sqrt{\frac{150}{V}} \text{ \AA}$ होगी।

(2018)

या यदि एक इलेक्ट्रॉन को विरामावस्था से V वोल्ट तक त्वरित किया जाता है, तो इस इलेक्ट्रॉन से बद्ध डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य का व्यंजक प्राप्त कीजिए।

(2019)

उत्तर— डी-ब्रॉग्ली के अनुसार, किसी गतिमान द्रव्य कण से सम्बद्ध डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य, $\lambda = \frac{h}{mv}$

(1)

जहाँ m कण का द्रव्यमान एवं v उसका वेग है

$$\text{तब इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा } K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{अतः इलेक्ट्रॉन का वेग } v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

अतः इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य,

$$\lambda = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2K}{m}}}$$

[समीकरण (1) से]

अथवा

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$$

(2)

यदि इलेक्ट्रॉन का आवेश e है, तो उसे V विभवान्तर से त्वरित करने पर इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा $K = eV$

$$\text{अतः इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य } \lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} \quad \dots(3)$$

यदि वेग के साथ इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान में परिवर्तन को नगण्य माना जाए तो इलेक्ट्रॉन का गतिज द्रव्यमान $m = m_0$ (विराम द्रव्यमान)

$$= 9.1 \times 10^{-31} \text{ किग्रा}$$

इलेक्ट्रॉन का आवेश $(e) = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

तथा प्लांक नियतांक $h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड

अतः इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य

$$\lambda = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times V}} \\ = \frac{12.27 \times 10^{-10}}{\sqrt{V}} \text{ मीटर} = \frac{12.27}{\sqrt{V}} \text{ \AA} = \sqrt{\frac{150}{V}} \text{ \AA}$$

विकिरण तथा द्रव्य की द्वैत प्रकृति

प्रश्न 8. एक 100 W सोडियम बल्ब (लैम्प) सभी दिशाओं में एकसमान ऊर्जा विकिरित करता है। लैम्प को एक ऐसे बड़े गोले के केन्द्र पर रखा गया है जो इस पर आपतित सोडियम के सम्पूर्ण प्रकाश को अवशोषित करता है। सोडियम प्रकाश का तरंगदैर्घ्य 589 nm है। (a) सोडियम प्रकाश से जुड़े प्रति फोटॉन की ऊर्जा कितनी है? (b) गोले को किस दर से फोटॉन प्रदान किए जा रहे हैं? (NCERT)

हल— दिया है, $P = 100 \text{ W}$, $\lambda = 589 \text{ nm} = 589 \times 10^{-9} \text{ m}$

(a) प्रति फोटॉन ऊर्जा,

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{589 \times 10^{-9}} = 3.38 \times 10^{-19} \text{ J}$$

(b) प्रति सेकण्ड गोले को दिए गए फोटॉनों की संख्या

$$P = nE \Rightarrow n = \frac{P}{E} = \frac{100 \text{ W}}{3.38 \times 10^{-19} \text{ J}} = 3.0 \times 10^{20} \text{ फोटॉन/सेकण्ड}$$

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. प्रकाश-वैद्युत उत्सर्जन सम्बन्धी आइन्स्टीन की समीकरण

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h(\nu - \nu_0) \text{ की स्थापना कीजिए।} \quad (2010, 14, 16, 17, 18, 19)$$

या क्वाण्टम मॉडल के आधार पर प्रकाश-वैद्युत प्रभाव की व्याख्या कीजिए तथा आइन्स्टीन के प्रकाश-वैद्युत समीकरण को व्युत्पादित कीजिए। (2011, 15, 18)

या प्रकाश-वैद्युत प्रभाव से आप क्या समझते हैं? आइन्स्टीन के प्रकाश-वैद्युत समीकरण को व्युत्पन्न कीजिए। (2012)

या आइन्स्टीन द्वारा प्रकाश वैद्युत उत्सर्जन की घटना की व्याख्या कीजिए तथा प्रकाश-वैद्युत समीकरण व्युत्पादित कीजिए। (2013)

या प्रकाश-वैद्युत उत्सर्जन सम्बन्धी आइन्स्टीन की समीकरण को व्युत्पन्न कीजिए। (2013, 17)

या प्रकाश वैद्युत उत्सर्जन में उत्सर्जित फोटो-इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम ऊर्जा का समीकरण व्युत्पन्न कीजिए। (2015, 17)

या प्रकाश-विद्युत प्रभाव से क्या समझते हैं? आइन्स्टीन का प्रकाश-विद्युत समीकरण निगमित कीजिए। (2019)

उत्तर— प्रकाश-वैद्युत प्रभाव (Photoelectric Effect)—जब किसी धातु पर उच्च आवृत्ति का प्रकाश (जैसे—पराबैंगनी विकिरण) डाला जाता है तो उसकी सतह से इलेक्ट्रॉन निकलने लगते हैं।

“धातुओं पर प्रकाश के आपतित होने से उनकी सतह से इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन (emission) की घटना को प्रकाश-वैद्युत प्रभाव (photoelectric effect) कहते हैं।”

प्रकाश-वैद्युत प्रभाव की घटना में उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों को प्रकाश-इलेक्ट्रॉन अथवा फोटो-इलेक्ट्रॉन (photoelectron) तथा इन इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह के कारण उत्पन्न वैद्युत धारा को प्रकाश-वैद्युत धारा (photoelectric current) कहते हैं।

आइन्स्टीन की प्रकाश-वैद्युत समीकरण (Einstein's Photoelectric Equation)—वैज्ञानिक आइन्स्टीन ने प्रकाश-वैद्युत प्रभाव की व्याख्या प्रकाश के क्वाण्टम मॉडल के आधार पर इस प्रकार दी।

जब कोई फोटॉन धातु की प्लेट पर गिरता है तो वह अपनी ‘समस्त ऊर्जा’ धातु के भीतर उपस्थित इलेक्ट्रॉनों में से किसी एक ही इलेक्ट्रॉन को स्थानान्तरित (transfer) कर देता है तथा ऊर्जा का कुछ भाग इलेक्ट्रॉन को धातु के अन्दर से बाहर निकालने में व्यय हो जाता है जो धातु का कार्य-फलन कहलाता है तथा शेष ऊर्जा उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन को उसकी गतिज ऊर्जा के रूप में प्राप्त होती है जिससे इलेक्ट्रॉन धातु पृष्ठ से उत्सर्जित हो जाता है। यही

प्रकाश-वैद्युत प्रभाव है। चूँकि सभी इलेक्ट्रॉन धातु की सतह से ही उत्सर्जित नहीं होते; अतः धातु से विभिन्न ऊर्जाओं के इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं; क्योंकि जो इलेक्ट्रॉन धातु के भीतर से निकलकर सतह पर पहुँचते हैं वे सतह तक आने में धन आयनों व परमाणुओं से टकराते हैं; जिससे वे कुछ ऊर्जा खो देते हैं। अतः जो इलेक्ट्रॉन धातु की सतह से उत्सर्जित होते हैं, उनकी गतिज ऊर्जा अपेक्षाकृत अधिक होती है; क्योंकि उनकी ऊर्जा टकराने में नष्ट नहीं होती है। इस प्रकार धातु की ऊपरी सतह से उत्सर्जित प्रकाश इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा अधिकतम होती है।

माना किसी धातु की सतह से उत्सर्जित किसी प्रकाश इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा E_k तथा इसको धातु के अन्दर से बाहर सतह पर निकालने के लिए आवश्यक ऊर्जा W है। यहाँ W धातु का कार्य-फलन होगा। अतः आइन्स्टीन द्वारा दी गयी प्रकाश-वैद्युत उत्सर्जन की उपर्युक्त व्याख्या के अनुसार इन दोनों प्रकार की ऊर्जाओं का योग ही धातु के अन्दर सतह के निकट इलेक्ट्रॉन द्वारा अवशोषित फोटॉन की ऊर्जा $h\nu$ के बराबर होगा।

$$E_k + W = h\nu$$

अथवा

$$E_k = h\nu - W \quad \dots(1)$$

समीकरण (1) से स्पष्ट है कि यदि प्रकाश फोटॉन की ऊर्जा $h\nu$ कार्य-फलन W के बराबर है तो धातु की सतह से कोई भी इलेक्ट्रॉन नहीं निकलेगा। यदि दी हुई धातु के लिए देहली आवृत्ति ν_0 है तो इस आवृत्ति का फोटॉन, इलेक्ट्रॉन को धातु की सतह तक लाने में ही समर्थ होगा, क्योंकि ऐसे फोटॉन की ऊर्जा $h\nu_0$ इलेक्ट्रॉन को धातु की सतह तक लाने में ही व्यय हो जाएगी। अतः सतह पर इसका वेग शून्य होगा; अर्थात् इस फोटॉन की ऊर्जा $h\nu_0$ धातु के कार्य-फलन के बराबर होगी। अतः $W = h\nu_0$

W का मान समी० (1) में रखने पर

$$E_k = h\nu - h\nu_0$$

अथवा

$$E_k = h(\nu - \nu_0) \quad \dots(2)$$

यदि धातु की सतह पर निकलने वाले इलेक्ट्रॉन का अधिकतम वेग v_{\max} है, तो इसकी अधिकतम गतिज ऊर्जा $E_k = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$ होगी। E_k का यह मान

उपर्युक्त समी० (2) में रखने पर

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h(\nu - \nu_0) \quad \dots(3)$$

इस समीकरण को ‘आइन्स्टीन की प्रकाश-वैद्युत समीकरण’ (Einstein's photoelectric equation) कहते हैं।

प्रश्न 2. कमरे के ताप (27°C) और 1 atm दाब पर He परमाणु से जुड़े प्रारूपी डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिए और इन परिस्थितियों में इसकी तुलना दो परमाणुओं के बीच औसत दूरी से कीजिए। (NCERT) (2019)

हल— कमरे का ताप $T = 27 + 273 = 300 \text{ K}$

He का परमाणु द्रव्यमान = 4 g

1g mole (4g) हीलियम में परमाणुओं की संख्या = $N_A = 6.02 \times 10^{23}$

$$\therefore 1 \text{ हीलियम परमाणु का द्रव्यमान } m = \frac{4 \text{ g}}{N_A} = \frac{4}{6.02} \times 10^{-23} \text{ g}$$

$$= 6.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{सूत्र } E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT \text{ से, } v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$\therefore \text{डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{3mkT}} \quad [\because p = mv = \sqrt{3mkT}]$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{6.62 \times 10^{-34}}{\sqrt{3 \times 6.67 \times 10^{-27} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300}} = \frac{6.62 \times 10^{-34}}{91.0 \times 10^{-25}}$$

$$= 7.27 \times 10^{-11} \text{ m} = 0.727 \text{ \AA} \approx 0.73 \text{ \AA}$$

यहाँ गैस का दाब $P = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ तथा $T = 300 \text{ K}$

$$\therefore PV = RT \Rightarrow PV = N_A kT \quad \left(\because k = \frac{R}{N_A} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{V}{N_A} = \frac{kT}{P}$$

$$\therefore 1 \text{ परमाणु का आयतन } r_0^3 = \frac{V}{N_A} = \frac{kT}{P}$$

\therefore परमाणुओं के बीच औसत दूरी,

$$r_0 = \left(\frac{kT}{P} \right)^{1/3} = \left[\frac{1.38 \times 10^{-34} \times 300}{1.01 \times 10^5} \right]^{1/3}$$

$$= 3.4 \times 10^{-9} \text{ m} = 34 \text{ \AA}$$

इससे स्पष्ट है कि परमाणुओं के बीच की दूरी, डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य से लगभग 50 गुनी बड़ी है।



परमाणु



Quick Review

• बोर के परमाणु मॉडल के अनुसार—

(i) इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर केवल उन्हीं कक्षाओं में परिक्रमण कर सकते हैं, जिनमें उनका कोणीय संवेग $\frac{h}{2\pi}$ या इसका कोई पूर्ण गुणज हो, अर्थात्

$$J = mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad (\text{जहाँ } n = 1, 2, 3, \dots)$$

(ii) ये कक्षाएँ स्थायी कक्षाएँ कहलाती हैं, जिनमें घूमते समय इलेक्ट्रॉन ऊर्जा का उत्सर्जन नहीं करते हैं।

(iii) जब परमाणु को बाहर से उपयुक्त ऊर्जा मिल जाती है तो उसका कोई इलेक्ट्रॉन अपनी निश्चित कक्षा को छोड़कर किसी उच्च कक्षा में चला जाता है। यह इलेक्ट्रॉन वहाँ केवल 10^{-8} सेकण्ड रुककर तुरन्त ही किसी निम्न कक्षा में लौट आता है तथा कक्षाओं में ऊर्जा के अन्तर को वैद्युत चुम्बकीय तरंगों के रूप में उत्सर्जित कर देता है।

• यदि इलेक्ट्रॉन उच्च कक्षा में जिसकी ऊर्जा E_2 है, से निम्न कक्षा में जिसकी ऊर्जा E_1 है, में आए तब उत्सर्जित तरंग की आवृत्ति $\nu = \frac{(E_2 - E_1)}{h}$

• हाइड्रोजन सदृश परमाणुओं में—

$$\text{स्थायी कक्षाओं की त्रिज्या } r_n = \left(\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi Z m e^2} \right) n^2 \quad \text{अर्थात्} \quad r_n \propto \frac{n^2}{Z}$$

$$\text{इलेक्ट्रॉन की कक्षीय चाल } v_n = \left(\frac{Ze^2}{2\epsilon_0 h} \right) \frac{1}{n} \quad \text{अर्थात्} \quad v_n \propto \frac{Z}{n}$$

$$\text{स्थायी कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा } E_n = - \left(\frac{m e^4 Z^2}{8 \epsilon_0^2 h^2} \right) \frac{1}{n^2} \quad \text{अर्थात्} \quad E_n \propto \frac{Z^2}{n^2}$$

• हाइड्रोजन परमाणु की n वीं स्थायी कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा $E_n = - \frac{Rhc}{n^2} = - \frac{13.6}{n^2} \text{ eV}$, जहाँ R रिडबर्ग नियतांक है।

• इलेक्ट्रॉन के n_2 ऊर्जा-स्तर से n_1 ऊर्जा-स्तर में लौटने पर उत्सर्जित तरंग की तरंगदैर्घ्य λ के लिए $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. हाइड्रोजन परमाणु की भूतल (आद्य) अवस्था में ऊर्जा - 13.6 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट है। $n = 3$ ऊर्जा स्तर में इसकी ऊर्जा होगी- (2014)

- (i) -1.51 eV (ii) -3.20 eV
(iii) -0.51 eV (iv) 40.80 eV

उत्तर— (ii) -1.51 eV

प्रश्न 2. एक हाइड्रोजन परमाणु को आयनित करने के लिए आवश्यक न्यूनतम ऊर्जा है- (2015, 18)

- (i) 13.6 eV से अधिक (ii) 13.6 eV
(iii) 10.2 eV (iv) 3.4 eV

उत्तर— (ii) 13.6 eV

प्रश्न 3. हाइड्रोजन परमाणु के भूतल ऊर्जा-स्तर में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग है- (2010, 17)

- (i) h/π (ii) $h/2\pi$ (iii) $\frac{2\pi}{h}$ (iv) π/h

उत्तर— (ii) $h/2\pi$

प्रश्न 4. हाइड्रोजन परमाणु की आयनन ऊर्जा का मान होता है- (2019)

- (i) 13.6 eV (ii) -13.6 eV
(iii) 13.6 जूल (iv) शून्य

उत्तर— (iv) शून्य

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. परमाणु में इलेक्ट्रॉन की स्थायी कक्षा किसे कहते हैं तथा उसकी शर्त क्या होती है? (2012)

उत्तर— कुछ निश्चित त्रिज्याओं की कक्षाएँ जिनमें घूमता इलेक्ट्रॉन ऊर्जा का उत्सर्जन नहीं करता है, स्थायी कक्षाएँ कहलाती हैं। इन कक्षाओं में घूमते इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग $h/2\pi$ का पूर्ण गुणक होता है
अर्थात् $mvr = nh/2\pi$ (जहाँ, $n = 1, 2, 3, \dots$)

प्रश्न 2. परमाणु में इलेक्ट्रॉन की स्थायी कक्षा की विशेषताओं का उल्लेख कीजिए। (2015)

या परमाणु की स्थायी कक्षा की मुख्य विशेषताओं का उल्लेख कीजिए। (2018)

उत्तर— इलेक्ट्रॉन की स्थायी कक्षा वह होती है जिसमें घूमते हुए इलेक्ट्रॉन ऊर्जा उत्सर्जित नहीं करता। इन कक्षाओं में घूमते इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग, $h/2\pi$ का पूर्ण गुणक होता है, जहाँ h प्लांक नियतांक है। इसे क्वाण्टम प्रतिबन्ध कहते हैं।

प्रश्न 3. आयनन ऊर्जा की परिभाषा दीजिए। हाइड्रोजन परमाणु के लिए इसका मान क्या है? (2016)

उत्तर— यदि किसी परमाणु को निम्नतम अथवा मूल अवस्था में +13.6 eV ऊर्जा बाहर से दी जाए तो परमाणु की कुल ऊर्जा = -13.6 eV + 13.6 eV = 0 हो जाएगी अर्थात् परमाणु आयनित अवस्था में पहुँच जाएगा। यह बाह्य ऊर्जा ही परमाणु की आयनन ऊर्जा कहलाती है। हाइड्रोजन परमाणु के लिए इसका मान 13.6 eV होगा।

प्रश्न 4. हाइड्रोजन परमाणु की आयनन ऊर्जा ज्ञात कीजिए। (2015)

हल— हाइड्रोजन परमाणु की n वीं कक्षा में ऊर्जा $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$

अतः आयनित अवस्था ($n = \infty$) में ऊर्जा $E_\infty = 0$

परमाणु की निम्नतम अवस्था ($n = 1$) में ऊर्जा $E_1 = -13.6$ eV
अतः यदि परमाणु को निम्नतम अथवा मूल अवस्था में 13.6 eV ऊर्जा बाहर से दी जाये, तो परमाणु की कुल ऊर्जा = -13.6 eV + 13.6 eV = 0 हो जायेगी अर्थात् परमाणु आयनित अवस्था में पहुँच जायेगा।

प्रश्न 5. रिडबर्ग नियतांक का मान लिखिए। (2011)

उत्तर— 1097×10^7 मीटर⁻¹

प्रश्न 6. किसी उत्तेजित हाइड्रोजन परमाणु के इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा -3.4 eV है। इस इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग ज्ञात कीजिए। (2012)

या हाइड्रोजन परमाणु की उत्तेजित अवस्था में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा -3.4 eV है। इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग क्या होगा? हाइड्रोजन परमाणु की n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा $-\frac{13.6}{n^2}$ eV होती है। (2018, 19)

हल— n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा = $-\frac{13.6}{n^2}$ eV

उत्तेजित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा -3.4 eV है।

अतः $-\frac{13.6}{n^2} = -3.4 \Rightarrow n^2 = \frac{13.6}{3.4} = 4$ अथवा $n = 2$

बोर की प्रथम परिकल्पना से, इलेक्ट्रॉन का n वीं कक्षा में कोणीय संवेग $nh/2\pi$ होता है। यहाँ $n = 2$

\therefore कोणीय संवेग = $\frac{nh}{2\pi} = \frac{2 \times (6.63 \times 10^{-34}) \text{ जूल-सेकण्ड}}{2 \times 3.14}$

$= 2.1 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड

प्रश्न 7. हाइड्रोजन के प्रथम बोर कक्षा की त्रिज्या 0.5 Å है। तृतीय बोर कक्षा की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— दिया है, $n_1 = 1, n_3 = 3, r_1 = 0.5$ Å, $r_3 = ?$

बोर के n वीं कक्षा की त्रिज्या $r_n \propto n^2$ से

तीसरी कक्षा की त्रिज्या $r_3 = \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 \times r_1 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 \times 0.5 = 4.5$ Å

प्रश्न 8. हाइड्रोजन परमाणु की मूल कक्षा की त्रिज्या a_0 है। इसकी तीसरी कक्षा की त्रिज्या क्या होगी? (2019)

हल— दिया है, $n_1 = 1, n_3 = 3, r_1 = a_0, r_3 = ?$

n वीं कक्षा की त्रिज्या $r_n \propto n^2$ से,

\therefore तीसरी कक्षा की त्रिज्या, $r_3 = \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 \times r_1 = \left(\frac{3}{1}\right)^2 \times a_0 = 9a_0$

प्रश्न 9. हाइड्रोजन के स्पेक्ट्रम में प्राप्त होने वाली कुछ स्पेक्ट्रमी रेखाओं की तरंगदैर्घ्य नीचे दी गई हैं। निम्न में से लाइमन श्रेणी की तरंगदैर्घ्य चुनिए

6560 Å, 1216 Å, 9546 Å, 4860 Å, 1026 Å (2012)

हल— 1216 Å, 1026 Å.

प्रश्न 10. हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम में बॉमर श्रेणी की द्वितीय रेखा की तरंगदैर्घ्य रिडबर्ग नियतांक R के पदों में लिखिए। (2015, 18)

हल— बॉमर श्रेणी के लिए, $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$

द्वितीय रेखा के लिए $n = 4$

$\therefore \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) \quad \frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{3}{16} \right] \Rightarrow \lambda = \frac{16}{3R}$ मीटर

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. हाइड्रोजन परमाणु की n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा का सूत्र लिखिए। इसके आयनन विभव तथा प्रथम उत्तेजन ऊर्जा का मान भी लिखिए। (2019)

हल— हाइड्रोजन परमाणु की n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा का सूत्र,

$$E_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

हाइड्रोजन परमाणु का आयनन विभव = 13.6 वोल्ट

तथा प्रथम उत्तेजन ऊर्जा = -13.6 eV

प्रश्न 2. बोर मॉडल के अनुसार सूर्य के चारों ओर $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ त्रिज्या की कक्षा में, $3 \times 10^4 \text{ m/s}$ के कक्षीय वेग से परिक्रमा करती पृथ्वी की अभिलाक्षणिक क्वांटम संख्या ज्ञात कीजिए। (पृथ्वी का द्रव्यमान = $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$)। (NCERT)

हल— दिया है, पृथ्वी का द्रव्यमान $m = 6.0 \times 10^{24} \text{ किग्रा}$; कक्षा की त्रिज्या $r = 1.5 \times 10^{11} \text{ मीटर}$

पृथ्वी का कक्षीय वेग $v = 3 \times 10^4 \text{ मीटर/सेकण्ड}$

तथा $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ जूल-सेकण्ड}$

$$\text{बोर मॉडल के अनुसार, } mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

यहाँ n कक्षा की अभिलाक्षणिक क्वांटम संख्या है।

$$\begin{aligned} \therefore n &= \frac{2\pi mvr}{h} \\ &= \frac{2 \times 3.14 \times 6.0 \times 10^{24} \times 3 \times 10^4 \times 1.5 \times 10^{11}}{6.62 \times 10^{-34}} \\ &= 2.5613 \times 10^{74} \approx 10^{74} \end{aligned}$$

उपग्रह की गति के लिए यह क्वांटम संख्या अत्यन्त विशाल है और इतनी विशाल क्वांटम संख्या के लिए क्वाण्टीकृत प्रतिबन्धों के परिणाम चिरसम्मत भौतिकी से मेल खाने लगते हैं।

प्रश्न 3. बॉमर श्रेणी की द्वितीय रेखा की तरंगदैर्घ्य 4860 Å है। ज्ञात कीजिए—

(i) रिडबर्ग नियतांक

(ii) बॉमर श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्घ्य (2017)

हल— (i) बॉमर श्रेणी की द्वितीय रेखा $\frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right]$

$$\text{या } \frac{1}{\lambda} = \frac{3R}{16}$$

$$R = \frac{16}{3\lambda} = \frac{16}{3 \times 4860 \times 10^{-10}}$$

$$= 1.097 \times 10^{-7} \text{ मी}$$

(ii) बॉमर श्रेणी की पहली रेखा की तरंगदैर्घ्य के लिए

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right] = \frac{5R}{36} \quad \dots(1)$$

बॉमर श्रेणी की दूसरी रेखा की तरंगदैर्घ्य के लिए

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right] = \frac{3R}{16} \quad \dots(2)$$

समी० (2) को समी० (1) से भाग देने पर,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3/16}{5/36} = \frac{108}{80} = \frac{27}{20}$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 \times \frac{27}{20}$$

$$= 4860 \times \frac{27}{20} = 6561 \text{ Å}$$

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. हाइड्रोजन परमाणु के लिए बोर की परिकल्पनाएँ लिखिए। (2014, 16, 17)

या हाइड्रोजन परमाणु के लिए बोर की अभिधारणाएँ लिखिए। हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम कक्षा की त्रिज्या के लिए व्यंजक निगमित कीजिए। (2015)

या बोर के परमाणविक मॉडल के अभिगृहीतों का उल्लेख कीजिए। इसके आधार पर इलेक्ट्रॉन की n वीं कक्षा की त्रिज्या के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। (2017)

या हाइड्रोजन परमाणु का बोर मॉडल स्पष्ट कीजिए। (2019)

उत्तर— रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल की कमियों को नील बोर ने प्लांक के क्वाण्टम सिद्धान्त के आधार पर सन् 1913 में दूर किया। इसके लिए उन्होंने निम्नलिखित तीन नये अभिगृहीत (postulate) प्रस्तुत किये—

बोर की परिकल्पनाएँ

(i) इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर केवल उन्हीं कक्षाओं में घूम सकते हैं जिनके लिए उनका कोणीय संवेग $h/2\pi$ का पूर्ण गुणज हो, अर्थात्

$$l = mvr_n = nh/2\pi$$

जहाँ l इलेक्ट्रॉन की n वीं कक्षा में जड़त्व-आघूर्ण तथा ω कोणीय वेग है। पूर्णांक $n = 1, 2, 3, \dots$ तथा h प्लांक नियतांक है। इस प्रकार बोर ने माना कि इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर कुछ निश्चित त्रिज्या की कक्षाओं में ही घूम सकते हैं। इन कक्षाओं को स्थायी कक्षाएँ (stationary orbits) कहते हैं।

(ii) स्थायी कक्षाओं में घूमते समय इलेक्ट्रॉन ऊर्जा का उत्सर्जन नहीं करते। अतः परमाणु का स्थायित्व बना रहता है।

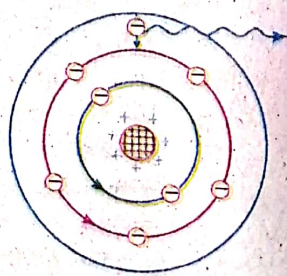
(iii) जब परमाणु को बाहर से ऊर्जा मिलती है तो उसका कोई इलेक्ट्रॉन उसे ग्रहण कर ऊँची कक्षा में चला जाता है। यह परमाणु की उत्तेजित अवस्था कहलाती है। इलेक्ट्रॉन ऊँची कक्षा में केवल 10^{-8} सेकण्ड तक ठहर कर तुरन्त वापस किसी भी नीची कक्षा में लौट आता है और लौटते समय दोनों कक्षाओं की ऊर्जा के अन्तर के बराबर ऊर्जा वैद्युत-चुम्बकीय तरंगों के रूप में उत्सर्जित करता है। यदि उत्सर्जित तरंगों की आवृत्ति ν हो तथा इलेक्ट्रॉन की उच्च कक्षा में ऊर्जा E_2 तथा नीची कक्षा में ऊर्जा E_1 हो, तो

$$h\nu = E_2 - E_1$$

$$\text{या } \nu = \left(\frac{E_2 - E_1}{h} \right) \text{ अथवा } \nu = \frac{\Delta E}{h}$$

यदि उत्सर्जित विकिरण की तरंगदैर्घ्य λ हो, तो $\nu = \frac{c}{\lambda}$

$$\text{अतः } \frac{c}{\lambda} = \frac{\Delta E}{h} \text{ अथवा } \lambda = \frac{hc}{\Delta E}$$



बोर मॉडल

अतः ऊर्जा का उत्सर्जन केवल तभी तक होता है जब तक कि कोई इलेक्ट्रॉन किसी निश्चित ऊँची कक्षा से नीची कक्षा में लौटता है। इस प्रकार परमाणु से केवल कुछ निश्चित आवृत्तियों (तरंगदैर्घ्य) की तरंगें उत्सर्जित होती हैं जो रेखीय स्पेक्ट्रम देती हैं। इस प्रकार परमाणु के बोर मॉडल के आधार पर हाइड्रोजन के स्पेक्ट्रम की व्याख्या की गई।

हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम कक्षा की त्रिज्या के लिए व्यंजक—

हाइड्रोजन-सदृश परमाणु में एकल इलेक्ट्रॉन परमाणु के नाभिक के चारों ओर एक स्थायी कक्षा में घूमता है। माना कि e, m व v इलेक्ट्रॉन के क्रमशः आवेश, द्रव्यमान व वेग हैं तथा r कक्षा की त्रिज्या है। नाभिक पर धनावेश Ze है, जहाँ Z परमाणु-क्रमांक है (हाइड्रोजन परमाणु के लिए $Z = 1$)। इलेक्ट्रॉन को अपनी कक्षा में घूमने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल, नाभिक व इलेक्ट्रॉन के बीच स्थिर वैद्युत आकर्षण-बल से प्राप्त होता है। अतः

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Ze) \times e}{r^2}$$

$$\text{अथवा } mv^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \dots(1)$$

बोर की प्रथम परिकल्पना से, इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग

$$mvr = n(h/2\pi) \quad \dots(2)$$

जहाँ, $n (= 1, 2, 3, \dots)$ क्वाण्टम संख्या है तथा h प्लांक-नियतांक है।

समी० (2) का वर्ग करके, समी० (1) से भाग देने पर

$$r = n^2 \left(\frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m Ze^2} \right) \quad \dots(3)$$

n वीं कक्षा की त्रिज्या $r_n \propto n^2$

हाइड्रोजन परमाणु के लिए $Z = 1$ तथा इसकी पहली कक्षा के लिए $n = 1$;

$$\text{अतः समी० (3) से पहली कक्षा की त्रिज्या } r_1 = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

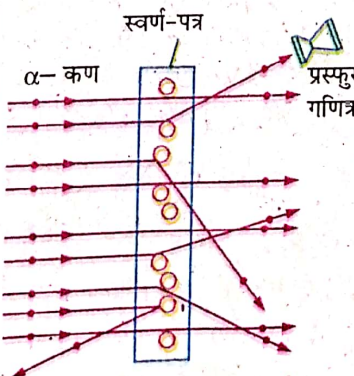
विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल की व्याख्या कीजिए तथा इसकी कमियों का उल्लेख कीजिए। (2015)

या रदरफोर्ड के α -कण प्रकीर्णन के प्रयोग से परमाणु की संरचना के लिए क्या सूचनाएँ प्राप्त हुई? (2018)

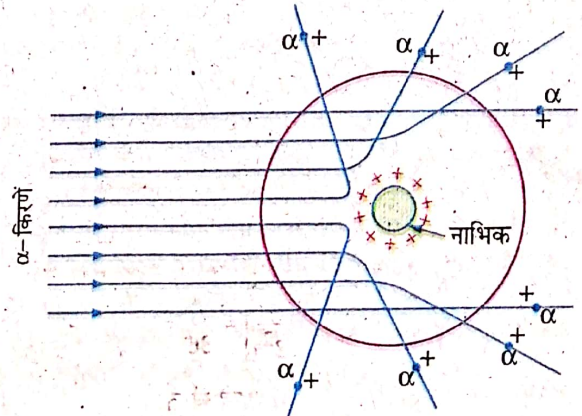
या α -कणों के प्रकीर्णन प्रयोग के आधार पर रदरफोर्ड का परमाणु मॉडल लिखिए। इस मॉडल की कमियाँ भी बताइए। (2019)

उत्तर— परमाणु की सही संरचना जानने के लिये रदरफोर्ड ने सन् 1911 में एक महत्वपूर्ण प्रयोग किया जिसे चित्र (a) में दिखाया गया है। इसमें रेडियोऐक्टिव तत्व पोलोनियम (polonium) से उच्च गतिज ऊर्जा से निकलने वाली α -कणों के एक बारीक किरण-पुंज को एक बहुत पतले स्वर्ण-पत्र पर गिराया गया। पूरे प्रबन्ध को निर्वात में रखा गया जिससे कि α -कणों की वायु के कणों से कोई



टक्कर न हो। रदरफोर्ड ने यह देखा कि स्वर्ण-पत्र में से गुजरते हुए ये कण विभिन्न दिशाओं में विक्षेपित हो जाते हैं। ऐल्फा-कणों के अपने मार्ग से विक्षेपित होने की इस घटना को 'प्रकीर्णन' कहते हैं। स्वर्ण-पत्र से विभिन्न दिशाओं में निकलने वाले कणों को एक प्रस्फुर गणित्र (scintillation counter) द्वारा गिन सकते हैं। रदरफोर्ड ने इस प्रयोग से निम्नलिखित महत्वपूर्ण तथ्य प्राप्त किये—

1. अधिकांश α -कण स्वर्ण-पत्र के आर-पार बिना प्रभावित हुए सीधे ही निकल जाते हैं। इससे रदरफोर्ड ने यह निष्कर्ष निकाला कि **परमाणु का अधिकांश भाग भीतर से खोखला होता है** (यह किसी भी दशा में ठोस नहीं हो सकता जैसा कि टॉमसन ने माना था)।
2. कुछ α -कण छोटे-छोटे कोण बनाते हुए विक्षेपित हो जाते हैं तथा इनका कोणीय वितरण सुनिश्चित होता है। अब, चूँकि α -कण धनावेशित हैं, अतः इन्हें विक्षेपित करने वाला परमाणु भी धनावेशित होना चाहिए। इस आधार पर रदरफोर्ड ने यह माना कि **परमाणु का सम्पूर्ण धन-आवेश एक सूक्ष्म स्थान में केन्द्रित रहता है** (यह परमाणु में समान रूप से वितरित नहीं हो सकता जैसा कि टॉमसन ने माना था)।
3. कुछ α -कण ऐसे भी हैं जो अपने प्रारम्भिक मार्ग से 90° से भी अधिक कोण पर प्रकीर्णित होकर वापस लौट आते हैं (चित्र (b))। इससे यह पता चलता है कि जब धनावेशित α -कण स्वर्ण-पत्र के परमाणुओं में से गुजरते हैं, तो किसी-किसी कण पर इतना अधिक प्रतिकर्षण-बल लगता है कि वह तीव्रगामी α -कण को वापस लौटा देता है। इस आधार पर रदरफोर्ड ने यह माना कि **धन-आवेश परमाणु के भीतर एक अत्यन्त सूक्ष्म स्थान में संकेन्द्रित रहता है। इस स्थान को 'नाभिक' (nucleus) कहते हैं।** गणना करने पर नाभिक की त्रिज्या 10^{-15} मीटर की कोटि की पायी जाती है, जबकि परमाणु की त्रिज्या 10^{-10} मीटर की कोटि की है। अतः **नाभिक की त्रिज्या परमाणु की त्रिज्या के दस हजारवें भाग के बराबर होती है।** परमाणु के शेष खाली भाग में केवल इलेक्ट्रॉन होते हैं। α -कण नाभिक के जितना पास आयेगा, उस पर उतना ही अधिक प्रतिकर्षण-बल लगेगा और वह उतना ही अधिक विक्षेपित होगा। यदि परमाणु के आकार की तुलना में नाभिक अत्यन्त छोटा है, तो किसी α -कण की नाभिक के समीप पहुँचने की सम्भावना भी बहुत कम होगी। अतः अधिक कोणों पर प्रकीर्णित होने वाले α -कणों की संख्या कम होगी। प्रयोग से इस तथ्य की पुष्टि होती है। गणना द्वारा देखा गया है कि लगभग 20,000 में से केवल 1 ही α -कण ऐसा है जो कि 90° से अधिक कोण पर प्रकीर्णित होता है। इस प्रकार, इस प्रयोग द्वारा परमाणु के धन-आवेश के विस्तार के सम्बन्ध में महत्वपूर्ण जानकारी प्राप्त हुई।



4. α -कणों के प्रकीर्णन के प्रयोग द्वारा कूलॉम नियम की सत्यता के सम्बन्ध में भी जानकारी प्राप्त हुई। रदरफोर्ड ने यह माना था कि जब

कोई α -कण स्वर्ण-पत्र के परमाणुओं में से गुजरता है, तो उस पर नाभिक द्वारा लगाया गया प्रतिकर्षण-बल कूलॉम के नियमानुसार (कण की नाभिक से दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती) होता है। जो कण परमाणु से गुजरते समय नाभिक से दूर रहता है उस पर लगने वाला प्रतिकर्षण-बल इतना कम होता है कि वह बिना किसी विशेष विक्षेप के अपने मार्ग पर चला जाता है। परन्तु जो कण नाभिक के जितना समीप से गुजरता है उस पर उतना ही अधिक प्रतिकर्षण-बल लगता है तथा वह उतने ही बड़े कोण से प्रकीर्णित होता है। रदरफोर्ड ने, कूलॉम के नियम के आधार पर विभिन्न कोण पर प्रकीर्णित होने वाले कणों का परिकलन किया और यह पाया कि नाभिक द्वारा α -कणों का प्रकीर्णन कूलॉम नियम के अनुसार होता है। दूसरे शब्दों में, कूलॉम का नियम परमाणवीय दूरियों के लिये भी लागू रहता है।

5. रदरफोर्ड ने अपने प्रयोग द्वारा विभिन्न धातुओं के नाभिकों के धन-आवेशों के सम्बन्ध में भी जानकारी प्राप्त की। उसने α -कणों को विभिन्न धातुओं (जैसे—सोना, चाँदी, प्लैटिनम इत्यादि) के पतले पत्रों पर गिराकर एक निश्चित दिशा में प्रकीर्णित होने वाले कणों को गिना और देखा कि यह संख्या विभिन्न धातुओं के पत्रों के लिए भिन्न-भिन्न आती है। इससे यह पता चला कि विभिन्न धातुओं के नाभिकों में धन-आवेश का परिमाण भिन्न-भिन्न होता है। नाभिक में धन-आवेश जितना अधिक होगा, वह α -कण को उतने ही अधिक बल से प्रतिकर्षित करेगा तथा α -कण अपने मार्ग से उतना ही अधिक प्रकीर्णित होगा। रदरफोर्ड ने गणना द्वारा यह दिखाया कि एक दिये हुए धातु-पत्र द्वारा एक निश्चित कोण-परिसर (range of angles) के भीतर प्रकीर्णित होने वाले α -कणों की संख्या उस धातु के नाभिक के धन-आवेश की मात्रा के अनुक्रमानुपाती है। इस आधार पर सन् 1920 में चैडविक ने अनेक धातुओं के नाभिकों के धन-आवेशों को ज्ञात किया तथा यह पाया कि किसी धातु के नाभिक के धन-आवेश का परिमाण Ze होता है, जहाँ e इलेक्ट्रॉन के (ऋण) आवेश का मान है तथा Z उस धातु के लिये नियतांक है। Z को 'परमाणु-क्रमांक' (atomic number) कहते हैं।

रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल में कमियाँ—रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल में निम्न दो कमियाँ पायी गयीं—

- (i) **परमाणु के स्थायित्व के सम्बन्ध में**—नाभिक के चारों ओर घूमते इलेक्ट्रॉन में अभिकेन्द्र त्वरण होता है। विद्युत गतिविज्ञान (electrodynamics) के अनुसार, त्वरित आवेशित कण ऊर्जा (विद्युत-चुम्बकीय तरंगें) उत्सर्जित करता है। अतः नाभिक के चारों ओर विभिन्न कक्षाओं में घूमते इलेक्ट्रॉनों से विद्युतचुम्बकीय तरंगें लगातार उत्सर्जित होनी चाहिए। इस प्रकार, इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा का ह्रास होने के कारण उनके वृत्तीय पथ की त्रिज्या लगातार कम होती जानी चाहिए और अन्त में वे नाभिक में गिर जाने चाहिए। इस प्रकार परमाणु स्थायी ही नहीं रह सकता।
- (ii) **रेखीय स्पेक्ट्रम की व्याख्या के सम्बन्ध में**—मॉडल में इलेक्ट्रॉनों के वृत्तीय पथ की त्रिज्या के लगातार बदलते रहने से उनके घूमने की आवृत्ति भी बदलती रहेगी। इसके फलस्वरूप इलेक्ट्रॉन सभी आवृत्तियों की विद्युत-चुम्बकीय तरंगें उत्सर्जित करेंगे, अर्थात् इन तरंगों का स्पेक्ट्रम संतत (continuous) होगा। परन्तु वास्तव में परमाणुओं के स्पेक्ट्रम संतत न होकर, रेखीय होते हैं अर्थात् उनमें बहुत-सी बारीक रेखाएँ होती हैं तथा प्रत्येक स्पेक्ट्रमी रेखा की एक निश्चित आवृत्ति होती है। अतः परमाणु से केवल कुछ निश्चित आवृत्ति की ही तरंगें उत्सर्जित होनी चाहिए, सभी आवृत्तियों की नहीं। इस प्रकार, रदरफोर्ड मॉडल रेखीय स्पेक्ट्रम की व्याख्या करने में असक्षम रहा। इन कमियों को नील बोर ने क्वाण्टम सिद्धान्त के आधार पर दूर किया।

प्रश्न 2. हाइड्रोजन परमाणु के लिए ऊर्जा-स्तर आरेख खींचिए तथा स्पेक्ट्रमी रेखाओं की लाइमन, बॉमर तथा पाश्चन श्रेणियों की उत्पत्ति समझाइए। इन श्रेणियों में से कौन-सी स्पेक्ट्रम के दृश्य भाग में मिलती है? (2015, 17, 18)

हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की विभिन्न श्रेणियों के लिए तरंगदैर्घ्य का सूत्र लिखिए। हाइड्रोजन परमाणु की लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिए। इस श्रेणी की सीमा तरंगदैर्घ्य भी ज्ञात कीजिए। [$R = 1.097 \times 10^7 \text{ मी}^{-1}$] (2012, 18)

हाइड्रोजन परमाणु की n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा $E_n = \frac{-13.6}{n^2}$ इलेक्ट्रॉन वोल्ट (eV) सूत्र से दी जाती है। इसके आधार पर

- (i) $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ तथा ∞ के लिए विभिन्न ऊर्जा स्तरों की खींचिए।

- (ii) विभिन्न इलेक्ट्रॉनिक संक्रमणों द्वारा हाइड्रोजन परमाणु के उत्सर्जन स्पेक्ट्रम की लाइमन तथा बॉमर श्रेणियों को प्रदर्शित कीजिए। (2015, 17)

हाइड्रोजन उत्सर्जन स्पेक्ट्रम में लाइमन श्रेणी का बनना, ऊर्जा स्तर आरेख के आधार पर समझाइए। लाइमन श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्घ्य की गणना कीजिए। (2015)

हाइड्रोजन परमाणु में ऊर्जा स्तरों की $E_n = \frac{-13.6}{n^2}$ eV से व्यक्त

किया जाता है। ऊर्जा-स्तर आरेख खींचकर H_α तथा G_γ संक्रमणों को दर्शाइए तथा उनकी तरंगदैर्घ्य भी ज्ञात कीजिए। (2018)

हाइड्रोजन परमाणु के वर्णक्रम में प्राप्त उस श्रेणी का नाम लिखिए जो अवरक्त क्षेत्र में प्राप्त होती है। इस श्रेणी की लाइनों के तरंगदैर्घ्य के लिए सामान्य सूत्र लिखिए। (2018)

हाइड्रोजन परमाणु के स्पेक्ट्रम में बामर श्रेणी की रेखाओं के तरंगदैर्घ्य के लिए सूत्र लिखिए। इस श्रेणी के लिए अधिकतम तरंगदैर्घ्य की गणना कीजिए। (2018)

बोर मॉडल के आधार पर हाइड्रोजन परमाणु का ऊर्जा स्तर आरेख खींचिए और स्पेक्ट्रमी रेखाओं के लाइमन, बामर एवं पाश्चन श्रेणियों की उत्पत्ति समझाइए। बामर श्रेणी की प्रथम रेखा का तरंगदैर्घ्य भी परिकलित कीजिए। (2018)

उत्तर— बोर ने अपने परमाणु मॉडल द्वारा हाइड्रोजन के विभिन्न ऊर्जा-स्तरों की ऊर्जाओं के लिए निम्नलिखित सूत्र प्राप्त किया—

$$E_n = -\left(\frac{Rhc}{n^2}\right) = \frac{-13.6}{n^2} \text{ eV. } \quad (\text{जहाँ, } n = 1, 2, 3, \dots, \infty)$$

इसमें पूर्णांक n क्वाण्टम संख्या है, R रिडबर्ग नियतांक, h प्लांक नियतांक तथा c प्रकाश की चाल है।

माना हाइड्रोजन परमाणु के दो ऊर्जा-स्तर n_1 व n_2 हैं जिनकी संगत ऊर्जाएँ क्रमशः E_1 व E_2 हैं। यदि ऊर्जा-स्तर E_2 से E_1 पर संक्रमण द्वारा उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति ν हो, तो

$$h\nu = E_2 - E_1 \quad \text{अथवा} \quad \nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

$$= Rc \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right]$$

$$\text{परन्तु } \nu = \frac{c}{\lambda}$$

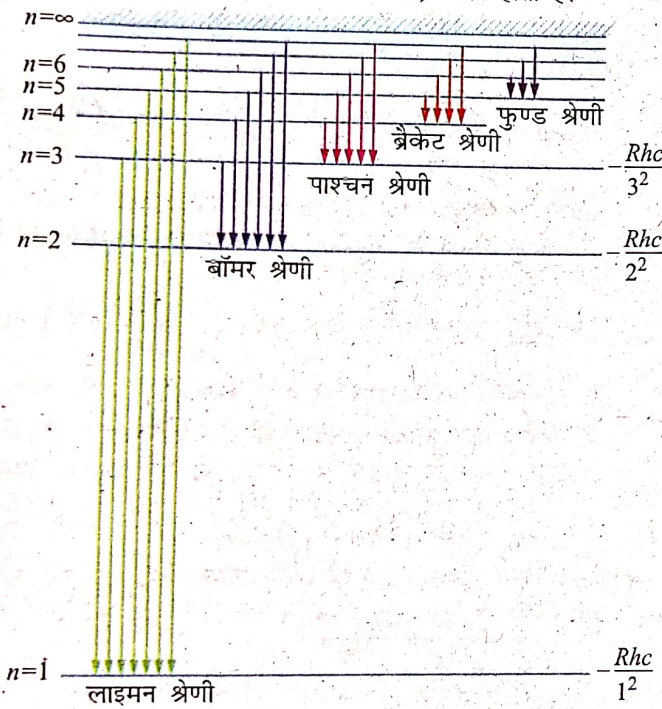
$$\text{अतः} \quad \frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right] \quad \dots(1)$$

उपर्युक्त समीकरण द्वारा हाइड्रोजन के स्पेक्ट्रम में प्राप्त होने वाली सभी श्रेणियों की व्याख्या की जा सकती है।

1. **लाइमन श्रेणी** (Lyman Series)—इन रेखाओं को सबसे पहले लाइमन ने सन् 1916 में प्राप्त किया। जब किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन किसी ऊर्जा-स्तर से प्रथम (निम्नतम) ऊर्जा-स्तर में संक्रमण करता है (अर्थात् $n_1 = 1$ तथा $n_2 = 2, 3, 4, \dots, \infty$) तब उत्सर्जित स्पेक्ट्रम की रेखाएँ पराबैंगनी भाग (ultraviolet part) में प्राप्त होती हैं। इनकी तरंगदैर्घ्य निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त की जा सकती है—

$$\frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (\text{जहाँ, } n = 2, 3, 4, \dots, \infty)$$

इसकी सबसे बड़ी तरंगदैर्घ्य अथवा प्रथम रेखा की तरंगदैर्घ्य $n=2$ के लिए प्राप्त होती है जिसका मान **1216 Å** तथा सबसे छोटी तरंगदैर्घ्य $n=\infty$ के लिए **912 Å** (श्रेणी-सीमा) प्राप्त होती है।



- ★ सूर्य में हाइड्रोजन की उपस्थिति के कारण इसके अवशोषण स्पेक्ट्रम में हाइड्रोजन की स्पेक्ट्रम श्रेणियाँ पायी जाती हैं। यद्यपि हाइड्रोजन के अवशोषण स्पेक्ट्रम में केवल लाइमन श्रेणी ही प्राप्त होनी चाहिए, परन्तु प्रायोगिक निष्कर्षों के आधार पर, अवशोषण स्पेक्ट्रम में लाइमन श्रेणी के साथ-साथ बामर श्रेणी भी प्राप्त की गई है। इसका मुख्य कारण यह है कि बहुत ऊँचे ताप पर हाइड्रोजन के परमाणु प्रायः $n=2$ ऊर्जा-स्तरों में लगातार संक्रमण करते रहते हैं और सूर्य के इस अतितप्त भाग में हाइड्रोजन परमाणुओं में अवशोषण संक्रमण $n=2$ से प्रारम्भ होने की संभावना बढ़ जाती है। सामान्य अवस्था में हाइड्रोजन परमाणु के अवशोषण स्पेक्ट्रम में केवल लाइमन श्रेणी ही प्राप्त होती है।

2. **बॉमर श्रेणी** (Balmer Series)—इन रेखाओं को सबसे पहले बॉमर ने सन् 1885 में प्राप्त किया। जब परमाणु किसी ऊँचे ऊर्जा-स्तर से दूसरे ऊर्जा-स्तर में संक्रमण करता है (अर्थात् $n_1 = 2$ तथा $n_2 = 3, 4, 5, \dots$) तो उत्सर्जित स्पेक्ट्रम की रेखाएँ दृश्य भाग (visible part) में मिलती हैं। इनकी तरंगदैर्घ्य को निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त किया जा सकता है

$$\frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (\text{जहाँ, } n = 3, 4, 5, \dots, \infty)$$

$n=3$ के लिए सबसे बड़ी तरंगदैर्घ्य 6563 Å तथा $n=\infty$ के लिए इस श्रेणी की सबसे छोटी तरंगदैर्घ्य 3646 Å प्राप्त होती है। $n=3, 4, 5, 6, \dots$ के संगत प्राप्त रेखाओं को क्रमशः $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta, \dots$ रेखाएँ भी कहते हैं। बॉमर श्रेणी की प्रथम रेखा के लिए $n=3$; अतः उपर्युक्त सूत्र में $R = 1097 \times 10^7 \text{ मी}^{-1}$ रखकर सरल करने पर

$$\frac{1}{\lambda} = 1097 \times 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right) = \frac{5}{36} \times 1097 \times 10^7$$

$$\therefore \lambda = \frac{36}{5 \times 1097} \times 10^{-7} \text{ मी} = 6563 \times 10^{-10} \text{ मी} = \mathbf{6563 \text{ Å}}$$

3. **पाश्चन श्रेणी** (Paschen Series)—जब किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन किसी उच्च ऊर्जा-स्तर से तीसरे ऊर्जा-स्तर में संक्रमण करता है, अर्थात् ($n_1 = 3$ तथा $n_2 = 4, 5, 6, \dots$) तो उत्सर्जित रेखाएँ स्पेक्ट्रम के अवरक्त (infrared) भाग में प्राप्त होती हैं। इनकी तरंगदैर्घ्य निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त की जाती है

$$\frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (\text{जहाँ, } n = 4, 5, 6, \dots)$$

4. **ब्रैकेट श्रेणी** (Bracket Series)—जब किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन किसी ऊँचे ऊर्जा-स्तर से चौथे ऊर्जा-स्तर में आता है ($n_1 = 4$ तथा $n_2 = 5, 6, 7, \dots$) तो ये रेखाएँ भी स्पेक्ट्रम के अवरक्त भाग में प्राप्त होती हैं। इसकी तरंगदैर्घ्य निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त की जाती है

$$\frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (\text{जहाँ, } n = 5, 6, 7, \dots)$$

5. **फुण्ड श्रेणी** (Pfund Series)—जब किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन किसी ऊँचे ऊर्जा-स्तर से पाँचवें ऊर्जा-स्तर में आता है ($n_1 = 5$ तथा $n_2 = 6, 7, 8, \dots$) तो ये रेखाएँ भी स्पेक्ट्रम के अवरक्त भाग में प्राप्त होती हैं। इसकी तरंगदैर्घ्य निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त की जाती है

$$\frac{1}{\lambda} = R \left[\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (\text{जहाँ, } n = 6, 7, 8, \dots)$$

- प्रश्न 3. हाइड्रोजन परमाणु के निम्नतम अवस्था में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा **-13.6 eV** है। एक **12.75 eV** ऊर्जा का फोटॉन हाइड्रोजन परमाणु के एक इलेक्ट्रॉन द्वारा निम्नतम ऊर्जा स्तर में अवशोषित किया जाता है। हाइड्रोजन परमाणु किस ऊर्जा स्तर तक उत्तेजित होगा? लाइमन श्रेणी की दूसरी एवं बामर श्रेणी की दूसरी रेखा की तरंगदैर्घ्य की गणना कीजिए। (2018)

हल— $E_n = -13.6 \text{ eV} + \Delta E$
 $= -13.6 \text{ eV} + 12.75 \text{ eV} = -0.85 \text{ eV}$

$$\therefore E_n = -\frac{13.6}{n^2}$$

$$n = \frac{-13.6}{-0.85} = 16$$

अतः हाइड्रोजन परमाणु **16** ऊर्जा स्तर तक उत्तेजित होगा। लाइमन श्रेणी की दूसरी रेखा की तरंगदैर्घ्य के लिए,

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right]$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right] = R \left[\frac{5}{36} \right]$$

$$\therefore \lambda_2 = \frac{36}{5R}$$

तथा बामर श्रेणी की दूसरी तरंगदैर्घ्य के लिए,

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) = R \left(\frac{3}{16} \right)$$

$$\therefore \lambda_2 = \frac{16}{3R}$$

प्रश्न 4. हाइड्रोजन परमाणु की निम्नतम स्तर की ऊर्जा -13.6 eV है।

(i) द्वितीय उत्तेजित अवस्था में किसी इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा क्या है?

(ii) यदि इलेक्ट्रॉन द्वितीय उत्तेजित अवस्था से प्रथम उत्तेजित अवस्था में कूदता है तो स्पेक्ट्रमी रेखा की तरंगदैर्घ्य ज्ञात कीजिए।

(iii) परमाणु को आयनित करने के लिए आवश्यक ऊर्जा की गणना कीजिए। (2017)

हल— n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा $E_n = \frac{-13.6}{n^2}$

(i) द्वितीय कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा $E_2 = \frac{-13.6}{2^2} = -3.4 \text{ eV}$

(ii) प्रथम कक्षा की ऊर्जा $E_1 = \frac{-13.6}{1^2} = -13.6 \text{ eV}$

मुक्त हुई ऊर्जा $\Delta E = E_2 - E_1 = -3.4 - (-13.6) = 13.6 - 3.4 = 10.2 \text{ eV}$

स्पेक्ट्रमी रेखा की तरंगदैर्घ्य $\lambda = \frac{12375}{\Delta E} = \frac{12375}{10.2} = 1213 \text{ \AA}$

(iii) यदि आयनन ऊर्जा ΔE है तो आयनन के बाद परमाणु की ऊर्जा = आयनन ऊर्जा + आयनन से पूर्व ऊर्जा

अथवा $0 = \Delta E - 13.6 \text{ eV}$ (\because आयनन के बाद ऊर्जा $E_\infty = 0$)

अतः आयनन ऊर्जा $\Delta E = 13.6 \text{ eV}$

प्रश्न 5. जब कोई हाइड्रोजन परमाणु स्तर n से स्तर $(n-1)$ पर व्युत्तेजित होता है तो उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति हेतु व्यंजक प्राप्त कीजिए। n के अधिक मान हेतु, दर्शाइए कि यह आवृत्ति, इलेक्ट्रॉन की कक्षा में परिक्रमण की क्लासिकी आवृत्ति के बराबर है। (NCERT)

हल— n वें ऊर्जा स्तर में हाइड्रोजन परमाणु की ऊर्जा निम्नलिखित है—

$$E_n = -\frac{2\pi^2 me^4 k^2}{n^2 h^2} \quad \left[\text{जहाँ } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right]$$

$$\therefore (n-1) \text{ वें ऊर्जा स्तर में ऊर्जा } E_{n-1} = -\frac{2\pi^2 me^4 k^2}{(n-1)^2 h^2}$$

यदि हाइड्रोजन परमाणु n वें ऊर्जा स्तर से $(n-1)$ वें ऊर्जा स्तर में लौटने पर ν आवृत्ति का विकिरण उत्सर्जित करता है तो

$$h\nu = E_n - E_{n-1} = \frac{2\pi^2 me^4 k^2}{h^2} \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right]$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{2\pi^2 me^4 k^2}{h^3} \cdot \frac{n^2 - (n-1)^2}{(n-1)^2 n^2}$$

$$\Rightarrow \nu = \frac{2\pi^2 me^4 k^2}{h^3} \cdot \frac{(2n-1)}{(n-1)^2 n^2} \quad \dots(1)$$

यही अभीष्ट व्यंजक है।

यदि n का मान अधिक है, तो $(n-1) \approx n$ तथा $(2n-1) \approx 2n$

तब $\nu = \frac{2\pi^2 me^4 k^2}{h^3} \cdot \frac{2n}{n^2 \cdot n^2}$

$$\Rightarrow \nu = \frac{4\pi^2 me^4 k^2}{n^3 h^3} \quad \dots(2)$$

पुनः बोर के परमाणु मॉडल के अनुसार, n वें ऊर्जा स्तर में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग

$$mv_n r = \frac{nh}{2\pi}$$

$$\Rightarrow v_n = \frac{nh}{2\pi m r}$$

जबकि $r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m k e^2}$

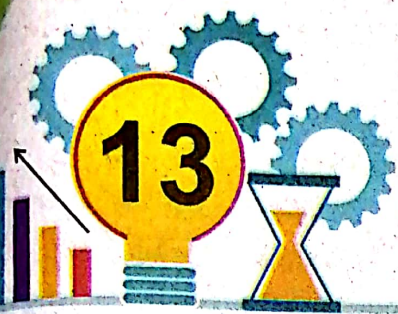
\therefore कक्षा में इलेक्ट्रॉन की क्लासिकी घूर्णन आवृत्ति

$$\nu_c = \frac{v_n}{2\pi r} = \frac{nh/2\pi m r}{2\pi r}$$

$$= \frac{nh}{4\pi^2 m r^2} = \frac{nh}{4\pi^2 m \left(\frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m k e^2} \right)^2}$$

$$\nu_c = \frac{4\pi^2 m k^2 e^4}{n^3 h^3} \quad \dots(5)$$

अतः समीकरण (4) एवं (5) से स्पष्ट है कि n के उच्च मानों हेतु n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की क्लासिकी घूर्णन आवृत्ति, हाइड्रोजन परमाणु द्वारा n वें ऊर्जा स्तर से $(n-1)$ वें ऊर्जा स्तर में जाने के दौरान उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति के बराबर होती है।



Quick Review

- नाभिक की त्रिज्या $R = R_0 A^{1/3}$, जहाँ R_0 एक आनुभविक नियतांक है जिसका मान 1.2×10^{-15} मीटर है।
- नाभिक का घनत्व $\rho = \frac{3m}{4\pi R_0^3}$, जहाँ m प्रतिन्यूक्लिऑन औसत द्रव्यमान है।
- **रदरफोर्ड तथा सोडी के नियमानुसार**, "किसी भी क्षण रेडियोऐक्टिव परमाणुओं के क्षय होने की दर, उस क्षण उपस्थित अविघटित परमाणुओं की संख्या के अनुक्रमानुपाती होती है।" अतः $N = N_0 e^{-\lambda t}$
- जहाँ N_0 व N क्रमशः समय $t=0$ तथा $t=t$ पर पदार्थ में उपस्थित अविघटित परमाणुओं की संख्या तथा λ पदार्थ का क्षय नियतांक है।
- **अर्ध-आयु तथा क्षय नियतांक में सम्बन्ध**— $T = \frac{0.6931}{\lambda}$
- किसी क्षण पदार्थ की सक्रियता, उस क्षण पदार्थ में शेष अविघटित परमाणुओं की संख्या के अनुक्रमानुपाती होती है अर्थात् $R \propto N$
- n अर्ध-आयुओं के पश्चात् शेष अविघटित परमाणुओं की संख्या $N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ तथा सक्रियता $R = R_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$
- सक्रियता का S.I. मात्रक बैकेरल है। 1 बैकेरल = 1 विघटन/सेकण्ड सक्रियता के अन्य मात्रक क्यूरी व रदरफोर्ड हैं।
1 क्यूरी = 3.7×10^{10} विघटन/सेकण्ड
1 रदरफोर्ड = 10^6 विघटन/सेकण्ड
- **औसत आयु**—रेडियोऐक्टिव पदार्थ के सभी नाभिकों की आयु के औसत को माध्य अथवा औसत आयु कहते हैं। इसे ' τ ' से प्रदर्शित करते हैं। अतः $\tau = 1/\lambda$
- अर्ध-आयु $T = 0.6931\tau$ तथा औसत आयु $\tau = 1.44 T$
- आइन्स्टीन के द्रव्यमान-ऊर्जा सम्बन्ध के अनुसार, यदि किसी अभिक्रिया में Δm द्रव्यमान लुप्त हो जाता है तो इससे उत्पन्न ऊर्जा $\Delta E = (\Delta m)c^2$, जहाँ c निर्वात में प्रकाश की चाल है।
- 1 a.m.u. कार्बन परमाणु (${}^{12}_6\text{C}$) के द्रव्यमान के बारहवें भाग के बराबर होता है।
1 a.m.u. = $\frac{1}{12} \times$ कार्बन के 1 परमाणु का द्रव्यमान = 1.66×10^{-27} किग्रा
1 a.m.u. = 931 MeV

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. 1 amu के तुल्य ऊर्जा है— (2016, 17, 18)
(i) 190 MeV (ii) 139 MeV (iii) 913 MeV (iv) 931 MeV

उत्तर— (iv) 931 MeV

प्रश्न 2. हाइड्रोजन नाभिक की बन्धन ऊर्जा है— (2017, 18)
(i) -13.6 eV (ii) 0 (iii) 13.6 eV (iv) 6.8 eV

उत्तर— (ii) 0

प्रश्न 3. निम्न में से समन्यूट्रॉनिक युग्म होंगे— (2012)

- (i) ${}^{14}_6\text{C}$ तथा ${}^{13}_7\text{N}$ (ii) ${}^{14}_6\text{C}$ तथा ${}^{16}_8\text{O}$
(iii) ${}^{14}_6\text{C}$ तथा ${}^{14}_7\text{N}$ (iv) ${}^{14}_6\text{C}$ तथा ${}^{17}_8\text{O}$

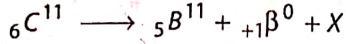
उत्तर— (ii) ${}^{14}_6\text{C}$ तथा ${}^{16}_8\text{O}$

प्रश्न 4. दो परमाणुओं के परमाणु क्रमांक समान परन्तु परमाणु द्रव्यमान भिन्न हैं। वे होंगे— (2011, 14)

- (i) समस्थानिक (ii) समभारिक
(iii) समन्यूट्रॉनिक (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर— (i) समस्थानिक

प्रश्न 5. दी गई नाभिकीय अभिक्रिया में X प्रदर्शित करता है-



(2017)

- (i) इलेक्ट्रॉन (ii) न्यूट्रॉन (iii) न्यूट्रीनो (iv) प्रोटॉन

उत्तर— (iii) न्यूट्रीनो

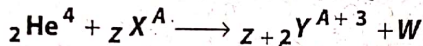
प्रश्न 6. एक नाभिक के विखण्डन में 3.2×10^{-11} जूल ऊर्जा निकलती है। एक 16 kW बिजलीघर के लिए कितने नाभिक प्रति सेकण्ड की आवश्यकता होगी?

(2019)

- (i) 5×10^{14} (ii) 5×10^{12}
(iii) 0.5×10^{12} (iv) 0.5×10^{14}

उत्तर— (i) 5×10^{14}

प्रश्न 7. एक नाभिकीय अभिक्रिया व्यक्त होती है



कण W है

(2019)

- (i) इलेक्ट्रॉन (ii) प्रोटॉन
(iii) न्यूट्रॉन (iv) पाजीट्रॉन

उत्तर— (iii) न्यूट्रॉन

प्रश्न 8. किसी नाभिक से γ -किरणें उत्सर्जित होने पर परिवर्तित होती है-

(2017)

- (i) प्रोटॉन संख्या
(ii) न्यूट्रॉन संख्या
(iii) प्रोटॉन व न्यूट्रॉन दोनों की संख्या
(iv) न प्रोटॉन और न ही न्यूट्रॉन की संख्या

उत्तर— (iv) न प्रोटॉन और न ही न्यूट्रॉन की संख्या

प्रश्न 9. के क्षय के कारण तत्व परिवर्तित नहीं होता है।

(2017, 18)

- (i) γ -किरण (ii) β -किरण
(iii) β^+ किरण (iv) α -किरण

उत्तर— (i) γ -किरण

प्रश्न 10. कण जो ${}_{92}\text{U}^{238}$ के नाभिक में नहीं उपस्थित हैं-

(2017)

- (i) 92 प्रोटॉन (ii) 92 इलेक्ट्रॉन
(iii) 146 न्यूट्रॉन (iv) 238 न्यूक्लियॉन

उत्तर— (ii) 92 इलेक्ट्रॉन

प्रश्न 11. ${}_{84}\text{Po}^{218}$ नाभिक में न्यूट्रॉनों की संख्या होती है-

(2018)

- (i) 84 (ii) 218 (iii) 222 (iv) 134

उत्तर— (iv) 134

प्रश्न 12. एक रेडियोएक्टिव नाभिक ${}_{81}\text{X}^{237}$ तीन α -कण तथा एक β -कण उत्सर्जित करता है। प्राप्त नाभिक है-

(2013)

- (i) ${}_{76}\text{Y}^{225}$ (ii) ${}_{78}\text{Y}^{225}$ (iii) ${}_{80}\text{Y}^{229}$ (iv) ${}_{82}\text{Y}^{230}$

उत्तर— (i) ${}_{76}\text{Y}^{225}$

प्रश्न 13. रेडियोएक्टिव पदार्थ उत्सर्जित नहीं करते हैं-

(2013, 19)

- (i) इलेक्ट्रॉन (ii) प्रोटॉन
(iii) γ -किरणें (iv) हीलियम नाभिक

उत्तर— (ii) प्रोटॉन

प्रश्न 14. एक रेडियोएक्टिव पदार्थ का क्षय नियतांक 3.465×10^{-4} प्रति वर्ष है। इसकी लगभग अर्द्ध-आयु है-

(2015)

- (i) 2000 वर्ष (ii) 2400 वर्ष
(iii) 2600 वर्ष (iv) 6300 वर्ष

उत्तर— (i) 2000 वर्ष

प्रश्न 15. सूर्य की विकिरण ऊर्जा का स्रोत है-

(2016)

- (i) नाभिकीय विखण्डन (ii) प्रकाश-वैद्युत प्रभाव
(iii) साइक्लोट्रॉन (iv) नाभिकीय संलयन

उत्तर— (iv) नाभिकीय संलयन



अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. हाइड्रोजन के तीनों आइसोटोपों (समस्थानिकों) के नाम व सूत्र लिखिए।

(2011)

उत्तर— हाइड्रोजन (${}_1\text{H}^1$), ड्यूटीरियम (${}_1\text{H}^2$), ट्राइटियम (${}_1\text{H}^3$)।

प्रश्न 2. उन परमाणुओं को, जिनके नाभिकों में प्रोटॉनों की संख्या समान हो परन्तु न्यूट्रॉनों की संख्या भिन्न हो, को क्या नाम दिया गया है ?

(2011)

उत्तर— समस्थानिक अथवा समप्रोटॉनिक।

प्रश्न 3. समन्यूट्रॉनिक से आप क्या समझते हैं? उदाहरण दीजिए।

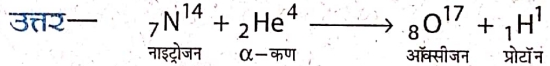
(2017, 18)

उत्तर— ऐसे नाभिक जिनमें केवल न्यूट्रॉनों की संख्या समान होती है, समन्यूट्रॉनिक कहलाते हैं। उदाहरणार्थ— ${}_1\text{H}^3$, ${}_2\text{He}^4$, ${}_3\text{Li}^7$, ${}_4\text{Be}^8$

प्रश्न 4. नाभिकीय क्रिया की उस समीकरण को लिखिए जिसका सम्बन्ध प्रोटॉन की खोज से है।

(2013)

या प्रोटॉन की खोज सम्बन्धी समीकरण लिखिए।



प्रश्न 5. जब तीन α -कण जुड़कर कार्बन नाभिक ${}_6\text{C}^{12}$ बनाते हैं तो उत्पन्न ऊर्जा की गणना कीजिए। ${}_2\text{He}^4$ का परमाणु द्रव्यमान 4.002603 amu है।

(2014)

हल— कार्बन नाभिक ${}_6\text{C}^{12}$ का द्रव्यमान = 12u
अभिक्रिया $3({}_2\text{He}^4) \longrightarrow {}_6\text{C}^{12}$ में निर्गम्य ऊर्जा
= $[3m({}_2\text{He}^4) - m({}_6\text{C}^{12})] C^2$
= $[3 \times 4.002603\text{u} - 12\text{u}] (931 \text{ MeV}/4) = 7.27 \text{ MeV}/\text{u}$

प्रश्न 6. 1 मिलीग्राम द्रव्यमान क्षति से कितने जूल ऊर्जा मुक्त होगी?

(2013, 15)

हल— $\Delta m = 1 \text{ मिलीग्राम} = 1 \times 10^{-6} \text{ kg}$
मुक्त ऊर्जा = $\Delta m \times c^2 = 1 \times 10^{-6} \times (3 \times 10^8)^2$
= $9 \times 10^{10} \text{ जूल}$

प्रश्न 7. हीलियम (${}_2\text{He}^4$) नाभिक की प्रति न्यूक्लीऑन बन्धन ऊर्जा 7.0756 MeV है। नाभिक के लिए द्रव्यमान क्षति की गणना कीजिए।

(2012)

हल— नाभिक की कुल बन्धन ऊर्जा = प्रति न्यूक्लीऑन बन्धन ऊर्जा \times द्रव्यमान संख्या
= $7.0756 \times 4 = 28.3024 \text{ MeV}$

द्रव्यमान क्षति = $\frac{28.3024}{931} = 0.0304 \text{ amu}$

$$= 0.304 \times 1.66 \times 10^{-27}$$

$$= 5.046 \times 10^{-28} \text{ किग्रा}$$

प्रश्न 8. हीलियम नाभिक की द्रव्यमान क्षति 0.0303 amu है। प्रति न्यूक्लियॉन बन्धन ऊर्जा की गणना कीजिए। (2014)

हल— हीलियम नाभिक की बन्धन ऊर्जा $= 0.0303 \times 931 = 28.20 \text{ MeV}$
प्रति न्यूक्लियॉन बन्धन ऊर्जा $= \frac{28.20}{4} = 7.05 \text{ MeV}$

प्रश्न 9. क्यूरी की परिभाषा दीजिए। (2018)

या क्यूरी किस भौतिक राशि का मात्रक है? क्यूरी का मान कितना है? (2013, 18)

उत्तर— क्यूरी (Curie)—यह रेडियोएक्टिव पदार्थ की सक्रियता का मात्रक है। इसको इस प्रकार परिभाषित किया जाता है—

“यदि किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ में 3.7×10^{10} विघटन प्रति सेकण्ड होते हैं तो उस पदार्थ की सक्रियता 1 क्यूरी होगी।”

अर्थात् 1 क्यूरी $= 3.7 \times 10^{10}$

प्रश्न 10. किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ की अर्द्ध-आयु से क्या तात्पर्य है?

(2012, 15, 18)

उत्तर— अर्द्ध-आयु—वह समय अन्तराल जिसके अन्तर्गत किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ की मात्रा अर्थात् उसके परमाणुओं (नाभिकों) की संख्या रेडियोएक्टिव क्षय के फलस्वरूप घटकर अपने प्रारम्भिक मान की आधी रह जाती है, उस रेडियोएक्टिव पदार्थ की अर्द्ध-आयु कहलाता है। इसको T से प्रदर्शित करते हैं।

extrashots

★ प्राकृतिक रेडियोएक्टिव पदार्थों तथा उसके समस्थानिकों की अर्द्ध-आयु कुछ मिलीसेकण्ड से लेकर सैकड़ों मिलियन वर्षों तक हो सकती है। उदाहरण के लिए, पोलोनियम के समस्थानिक (${}_{84}\text{Po}^{214}$) की अर्द्ध-आयु केवल 10^{-5} सेकण्ड है, जबकि यूरेनियम (${}_{92}\text{U}^{238}$) की अर्द्ध-आयु 4.5×10^7 वर्ष है।

प्रश्न 11. किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ के क्षय नियतांक की परिभाषा लिखिए।

(2012)

उत्तर— किसी क्षण रेडियोएक्टिव पदार्थ के परमाणुओं के क्षय होने की दर $\left[-\left(\frac{dN}{dt}\right)\right]$ तथा उस क्षण पदार्थ में विद्यमान परमाणुओं की संख्या (N) के अनुपात को उस रेडियोएक्टिव पदार्थ का क्षय नियतांक (λ) कहते हैं।

प्रश्न 12. किसी रेडियोएक्टिव नाभिक की अर्द्ध-आयु तथा क्षय-नियतांक के बीच सम्बन्ध लिखिए। (2018)

उत्तर— $T = \frac{0.6931}{\lambda}$

प्रश्न 13. रेडियोएक्टिव क्षय का नियम क्या है? (2014, 17, 18)

उत्तर— किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ के परमाणुओं से α - अथवा β - कण तथा γ -किरणें निकलती रहती हैं। इससे परमाणु का भार तथा क्रमांक बदल जाते हैं। इस प्रकार प्रारम्भिक रेडियोएक्टिव परमाणु का क्षय हो जाता है तथा किसी नये तत्व के परमाणु का जन्म हो जाता है। इस घटना को रेडियोएक्टिव क्षय कहते हैं।

प्रश्न 14. एक रेडियोएक्टिव परमाणु $Z X^A$ पहले β -कण उत्सर्जित करता है तत्पश्चात् एक γ -फोटॉन उत्सर्जित करता है। प्राप्त नये परमाणु का परमाणु क्रमांक एवं परमाणु द्रव्यमान लिखिए। (2017, 18)

उत्तर— $Z X^A \xrightarrow{\beta\text{-क्षय}} Z+1 X^A \xrightarrow{\gamma\text{-क्षय}} Z+1 X^A$

प्रश्न 15. किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ का क्षय नियतांक 0.001 प्रतिवर्ष है। इसकी औसत आयु ज्ञात कीजिए। (2011, 15)

हल— $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0.001 \text{ वर्ष}^{-1}} = 1000 \text{ वर्ष}$

प्रश्न 16. एक रेडियोएक्टिव पदार्थ की अर्द्ध-आयु 693 वर्ष है। इसका क्षयांक ज्ञात कीजिए। (2010, 14, 17)

हल— क्षयांक, $\lambda = \frac{\log_e 2}{T} = \frac{0.6931}{693 \text{ वर्ष}} = 0.001 \text{ वर्ष}^{-1}$

प्रश्न 17. एक रेडियोएक्टिव पदार्थ की अर्द्ध-आयु 5 सेकण्ड है। किसी समय पर इस पदार्थ में 8000 परमाणु हैं। गणना कीजिए—

(i) इसका क्षय नियतांक

(ii) समय जब इसमें 1000 परमाणु शेष रह जायें। (2018)

हल— (i) क्षय नियतांक $\frac{1}{5} = 0.2 \text{ से}^{-1}$

(ii) यहाँ, $N_0 = 8000, N = 1000$

$$\therefore \frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{1000}{8000} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 3$$

\therefore विघटन का समय $= 3 \times 5 = 15 \text{ सेकण्ड}$

प्रश्न 18. 5 अर्द्ध-आयुओं के उपरान्त किसी रेडियोएक्टिव तत्व की मात्रा का कितना प्रतिशत अविघटित रहेगा? (2012)

हल— माना रेडियोएक्टिव तत्व की प्रारम्भिक मात्रा N_0 है। तब, n अर्द्ध-आयुओं के पश्चात् बचे पदार्थ की मात्रा,

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

\therefore 5 अर्द्ध-आयुओं के पश्चात् बचे पदार्थ की मात्रा,

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{N_0}{32}$$

$$\text{अतः अवघटित पदार्थ का प्रतिशत} = \frac{N_0 \times 100}{32 \times N_0} = 3.12\%$$

प्रश्न 19. एक रेडियोएक्टिव तत्व की अर्द्ध-आयु 8 वर्ष है। कितने समय बाद पदार्थ विघटित होकर प्रारम्भिक मात्रा का एक चौथाई रह जायेगा? (2016)

हल— अर्द्ध-आयु, $T = 8 \text{ वर्ष}$

प्रारम्भिक मात्रा $= N_0$

विघटन के बाद मात्रा $= \frac{N_0}{4}$

$$\text{सूत्र } N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ से, } \frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 2$$

अतः समय $t = n \times T, t = 2 \times 8, t = 16 \text{ वर्ष}$

प्रश्न 20. एक रेडियोएक्टिव पदार्थ की अर्द्ध-आयु 8 वर्ष है। कितने वर्षों बाद इसकी सक्रियता अपने प्रारम्भिक मान की $\frac{1}{16}$ रह जाएगी? (2018)

हल— दिया है, अर्द्ध-आयु, $T = 8 \text{ वर्ष}$

माना प्रारम्भिक मात्रा $= N_0$



विघटन के बाद मात्रा, $N = \frac{N_0}{16}$

$$\text{सूत्र, } N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ से, } \frac{N_0}{16} = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 4$$

$$\text{अतः समय} = n \times \text{अर्द्ध-आयु} \\ = 4 \times 8 = 32 \text{ वर्ष}$$

प्रश्न 21. एक रेडियोएक्टिव समस्थानिक की अर्द्ध-आयु T वर्ष है। कितने समय के बाद इसकी एक्टिवता, प्रारम्भिक एक्टिवता की (a) 3.125%, तथा (b) 1% रह जाएगी। (NCERT)

हल— (a) माना समस्थानिक की प्रारम्भिक रेडियोएक्टिवता $= R_0$
माना समयान्तराल n अर्द्धायु कालों के पश्चात् शेष रेडियोएक्टिवता $= R$
प्रश्नानुसार, $R = R_0$ का 3.125%

$$\Rightarrow R = \frac{3.125}{100} R_0$$

$$\text{परन्तु } n \text{ अर्द्धायु कालों के बाद शेष रेडियोएक्टिवता } R = R_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\therefore \frac{3.125}{100} R_0 = R_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\text{या } \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\therefore n = 5$$

$$\text{अतः अभीष्ट समयान्तराल} = n \times \text{एक अर्द्धायु} = 5T$$

$$(b) \text{ इस बार } R = R_0 \text{ का } 1\% = \frac{1}{100} R_0$$

$$\text{परन्तु } R = R_0 e^{-\lambda t}$$

जहाँ λ = पदार्थ का विघटन स्थिरांक तथा t = समयान्तराल

$$\therefore \frac{1}{100} R_0 = R_0 e^{-\lambda t} \text{ या } \frac{1}{100} = e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow 100 = e^{\lambda t}$$

दोनों ओर का \log लेने पर,

$$\log_e 10^2 = \lambda t \log_e e \text{ या } 2 \log_e 10 = \lambda t$$

$$\Rightarrow \lambda t = 2 \times 2.303 = 4.606$$

$$\text{परन्तु } \lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{T}$$

$$\therefore \frac{0.693}{T} \times t = 4.606$$

$$\therefore \text{अभीष्ट समय } t = \frac{4.606}{0.693} \times T \\ = 6.65T$$

प्रश्न 22. एक रेडियोएक्टिव पदार्थ की अर्द्ध आयु 10 दिन है। वह समय ज्ञात कीजिए जिसमें इसका 75% भाग विघटित हो जाए। (2019)

हल— दिया है, अर्द्ध-आयु, $T = 10$ दिन

विघटन के पश्चात् शेष मात्रा $= (100 - 75)\% = 25\%$

माना प्रारम्भिक मात्रा, $= N_0$

$$\text{विघटन के पश्चात् मात्रा, } N = N_0 \times 25\% = N_0 \times \frac{1}{4} = \frac{N_0}{4}$$

$$\text{सूत्र, } N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ से,}$$

$$\frac{N_0}{4} = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow n = 2$$

$$\text{अतः अभीष्ट समय, } = n \times \text{अर्द्ध आयु} \\ = 2 \times 10 = 20 \text{ दिन}$$

प्रश्न 23. β -किरणों के दो मुख्य गुण लिखिए। (2012)

उत्तर— β -किरणों या β -कणों के दो मुख्य गुण इस प्रकार हैं—

- आवेशित होने के कारण ये कण चुम्बकीय-क्षेत्र में विक्षेपित हो जाते हैं। विक्षेप की दिशा से पता चलता है कि ये ऋणावेशित कण हैं। α -कणों की अपेक्षा इनका विक्षेप बहुत अधिक होता है इससे पता चलता है कि β -कण, α -कण की अपेक्षा बहुत हल्के होते हैं।
- रेडियोएक्टिव पदार्थों से β -कण अत्यधिक उच्च वेग से उत्सर्जित होते हैं। इनका वेग प्रकाश की चाल के 1% से लेकर 99% तक होता है।

प्रश्न 24. किसी नाभिक से एक β -कण निकलने पर उसके परमाणु क्रमांक तथा द्रव्यमान संख्या में क्या परिवर्तन होता है? (2011)

उत्तर— परमाणु क्रमांक में 1 की वृद्धि होती है तथा द्रव्यमान संख्या में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

प्रश्न 25. किसी नाभिक द्वारा γ -किरणों के उत्सर्जन से उसके प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉनों की संख्या में क्या परिवर्तन होगा? (2018)

उत्तर— किसी नाभिक द्वारा γ -किरणों के उत्सर्जन से उसके प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉनों की संख्या में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

प्रश्न 26. नाभिकीय शृंखला क्रिया में क्रान्तिक द्रव्यमान से क्या अभिप्राय है? (2017)

उत्तर— नाभिकीय विखण्डन की शृंखला-अभिक्रिया चालू रखने के लिए विखण्डनीय पदार्थ का द्रव्यमान सदैव एक निश्चित द्रव्यमान से अधिक होना चाहिए। इस निश्चित द्रव्यमान को ही क्रान्तिक द्रव्यमान कहते हैं।

प्रश्न 27. एक परमाणु द्रव्यमान मात्रक (1 amu) की तुल्य ऊर्जा मिलियन इलेक्ट्रॉन वोल्ट (MeV) में बताइए। (2013)

या आइंस्टीन के समीकरण से amu की तुल्य ऊर्जा MeV में कितनी होती है?

$$\text{उत्तर— } 1 \text{ amu} = 931 \text{ MeV.}$$

प्रश्न 28. नाभिकीय रिएक्टर में मन्दक की आवश्यकता क्यों होती है?

या नाभिकीय रिएक्टर में मन्दक का क्या उपयोग है? (2018)

उत्तर— न्यूट्रॉन की गति मन्द करने के लिए मन्दक का उपयोग किया जाता है।

प्रश्न 29. भारी जल का प्रयोग मुख्यतः कहाँ और किसलिए किया जाता है? (2017)

उत्तर— नाभिकीय रिएक्टर में न्यूट्रॉनों की गति मन्द करने के लिए।

प्रश्न 30. नाभिकीय रिएक्टर में कैडमियम छड़ों का क्या उपयोग है? (2018)

उत्तर— विखण्डन क्रिया को नियन्त्रित करने के लिए इनका प्रयोग किया जाता है।

प्रश्न 31. नाभिकीय रिएक्टर में प्रयुक्त किये जाने वाले किन्हीं दो मन्दकों के नाम लिखिए। (2013)

उत्तर— भारी जल तथा ग्रेफाइट।

प्रश्न 32. नाभिकीय रिएक्टर में भारी जल एक उपयुक्त मन्दक क्यों है?

उत्तर— चूँकि यह हाइड्रोजनीय पदार्थ है इसलिए इसमें न्यूट्रॉनों के टकराने पर इनके वेग में अधिक कमी होती है।

important FACTS

★ यह प्रश्न उठना स्वाभाविक है कि जब युग्म उत्पादन की घटना में एक उच्च ऊर्जा वाले गामा-फोटॉन के भारी नाभिक से टकराने पर एक पोजिट्रॉन एवं एक इलेक्ट्रॉन का युग्म-उत्पन्न होता है, जबकि इसके विपरीत युग्म-विनाश की घटना में एक पोजिट्रॉन एवं एक इलेक्ट्रॉन के अत्यन्त निकट आने पर ये एक-दूसरे का विनाश कर देते हैं और दो गामा-फोटॉन क्यों उत्पन्न होते हैं? इसका उत्तर है कि यदि युग्म-विनाश की घटना में केवल एक फोटॉन उत्पन्न होगा तो ऊर्जा एवं संवेग संरक्षित नहीं रहेगा, अतः ऊर्जा एवं संवेग संरक्षित रहे इसके लिए युग्म-विनाश में दो फोटॉन उत्पन्न होते हैं जिनमें ऊर्जा समान एवं संवेग परिमाण में बराबर तथा दिशा में विपरीत होते हैं।

प्रश्न 33. एक U^{235} नाभिक के विखण्डन से 150 मिलियन इलेक्ट्रॉन-वोल्ट ऊर्जा उत्पन्न होती है। एक रिएक्टर 4.8 मेगावाट शक्ति दे रहा है। रिएक्टर में प्रति सेकण्ड विखण्डित हो रहे नाभिकों की संख्या की गणना कीजिए। (2015)

हल— नाभिकों की संख्या $= \frac{4.8 \times 10^6}{150 \times 16 \times 10^{-13}} = 5 \times 10^{17}$

प्रश्न 34. एक नाभिक X^A एक α -कण तथा एक β -कण का उत्सर्जन करता है। उत्सर्जन के बाद नया नाभिक क्या होगा? (2016)

उत्तर— $ZX^A \xrightarrow{\alpha\text{-कण}} Z-2X^{A-4} \xrightarrow{\beta\text{-कण}} Z-1X^{A-4}$

प्रश्न 35. नाभिकीय संलयन में 1 ग्राम हाइड्रोजन से 0.993 ग्राम हीलियम प्राप्त होती है। यदि जनित्र की दक्षता 5% हो तो उत्पन्न ऊर्जा की गणना कीजिए। (2017)

हल— द्रव्यमान क्षति $\Delta m = 1 - 0.993 = 0.007$ ग्राम $= 7 \times 10^{-6}$ किग्रा
 अतः उत्पन्न ऊर्जा $\Delta E = (\Delta m) \times c^2$
 $= 7 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^{16} \times 5\% \text{ जूल} = 315 \times 10^8 \text{ जूल}$
 $= \frac{315 \times 10^8}{36 \times 10^5} \text{ किलोवाट-घण्टे}$
 $= 8.75 \times 10^3 \text{ किलोवाट-घण्टा}$

प्रश्न 36. यदि नाभिक ${}_{13}\text{Al}^{27}$ की त्रिज्या 3.6 फर्मी हो, तब नाभिक ${}_{52}\text{Te}^{125}$ की त्रिज्या ज्ञात कीजिए (2018)

हल— सूत्र, $R = R_0 A^{1/3}$ से,
 जहाँ, $R_0 = 1.2 \times 10^{-15} \text{ m}$
 तथा $A =$ नाभिक की द्रव्यमान संख्या है।
 यदि R_1 तथा R_2 क्रमशः Al व Te की नाभिकीय त्रिज्याएँ हैं, तो

$$R_1 = R_0 (27)^{1/3} = 3R_0 \text{ तथा} \quad \dots(1)$$

$$R_2 = R_0 (125)^{1/3} = 5R_0 \quad \dots(2)$$

समी (1) को (2) से भाग करने पर

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{5}$$

अतः $R_2 = 5R_1/3 = \frac{(5 \times 3.6)}{3} \text{ फर्मी} = 6 \text{ फर्मी}$

प्रश्न 37. नाभिकों ${}_{13}\text{Al}^{27}$ और ${}_{52}\text{Te}^{125}$ की त्रिज्याओं के अनुपात ज्ञात कीजिए। (2018)

हल— सूत्र $R = R_0 A^{1/3}$ से,
 माना R_1 व R_2 क्रमशः Al व Te की नाभिकीय त्रिज्याएँ हैं। तब

$$R_1 = R_0 (27)^{1/3} = 3R_0 \text{ तथा} \quad \dots(1)$$

$$R_2 = R_0 (125)^{1/3} = 5R_0 \quad \dots(2)$$

समी (1) को समी (2) से भाग करने पर,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{3R_0}{5R_0} = \frac{3}{5} \text{ या } 3:5$$

प्रश्न 38. किसी नाभिक की त्रिज्या (r) तथा नाभिक के परमाणु द्रव्यमान संख्या (A) में क्या सम्बन्ध है? (2018)

हल— $R^3 \propto A$

$$R \propto A^{1/3}$$

$$R = R_0 A^{1/3}$$

जहाँ $R_0 =$ फर्मी नियतांक
 $R =$ नाभिक की त्रिज्या
 $A =$ परमाणु द्रव्यमान त्रिज्या

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. बन्धन ऊर्जा से क्या तात्पर्य है? यदि प्रोटॉन, न्यूट्रॉन तथा ऐल्फा (α) कणों के द्रव्यमान क्रमशः 1.00728 amu, 1.00867 amu तथा 4.00150 amu हों, तो α कण की प्रति न्यूक्लिऑन बन्धन ऊर्जा ज्ञात कीजिए। [1 amu \equiv 931 MeV] (2016, 17, 18)

हल— बन्धन ऊर्जा—किसी नाभिक की बन्धन ऊर्जा वह न्यूनतम ऊर्जा है जो नाभिक के न्यूक्लिऑनों को अनन्त दूरी तक अलग-अलग करने के लिए आवश्यक है।

प्रति न्यूक्लिऑन बन्धन ऊर्जा— α कण हीलियम ${}_2\text{He}^4$ का नाभिक है। जिसमें दो प्रोटॉन तथा दो न्यूट्रॉन होते हैं।

$$\therefore \text{दो प्रोटॉनों का द्रव्यमान} = 2 \times 1.00728 = 2.01456 \text{ amu}$$

$$\text{दो न्यूट्रॉनों का द्रव्यमान} = 2 \times 1.00867 = 2.01734 \text{ amu}$$

$$\text{इनका योग} = 4.03190 \text{ amu}$$

$$\text{अतः द्रव्यमान क्षति } \Delta m = \text{न्यूक्लिऑनों का द्रव्यमान} - \alpha \text{ कण का द्रव्यमान}$$

$$= 4.03190 \text{ amu} - 4.00150 \text{ amu} = 0.03040 \text{ amu}$$

1 amu के तुल्य ऊर्जा 931 MeV होती है।

$$\text{अतः } 0.03040 \text{ के तुल्य ऊर्जा, } \Delta E = 0.03040 \times 931 = 28.3 \text{ MeV}$$

यह α कण की बन्धन ऊर्जा है।

α कण में 4 न्यूक्लिऑन (2 प्रोटॉन व 2 न्यूट्रॉन) होते हैं। अतः प्रति

$$\text{न्यूक्लिऑन बन्धन ऊर्जा} = \frac{\Delta E}{4} = \frac{28.3}{4} = 7.07 \text{ MeV}$$

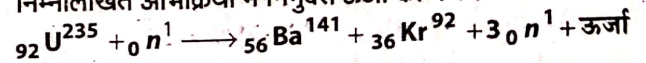
प्रश्न 2. परमाणु द्रव्यमान मात्रक (a.m.u.) की परिभाषा दीजिए। इसका मान किलोग्राम तथा MeV में व्यक्त कीजिए। (2017)

उत्तर— मूल कणों, नाभिकों तथा परमाणुओं के द्रव्यमान अति सूक्ष्म होते हैं, अतः इनके द्रव्यमानों को व्यक्त करने के लिए एक बहुत छोटा मात्रक चुना गया है, जिसे परमाणु द्रव्यमान मात्रक (a.m.u.) कहते हैं। 1 a.m.u. कार्बन परमाणु के द्रव्यमान के बारहवें भाग के बराबर होता है।

$$1 \text{ a.m.u.} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ किग्रा}$$

$$1 \text{ a.m.u.} = 931 \text{ MeV}$$

प्रश्न 3. निम्नलिखित अभिक्रिया में निर्मुक्त ऊर्जा की गणना कीजिए—



$${}_{92}\text{U}^{235} \text{ का द्रव्यमान} = 235.04393 \text{ amu}$$

$${}_0\text{n}^1 \text{ का द्रव्यमान} = 1.00866 \text{ amu}$$

${}_{56}\text{Ba}^{141}$ का द्रव्यमान = 140.91770 amu

${}_{36}\text{Kr}^{91}$ का द्रव्यमान = 91.89540 amu

हल— $({}_{92}\text{U}^{235} + {}_0^1\text{n}^1)$ का द्रव्यमान = $(235.04393 + 1.00866)$
= 236.05259 amu

$({}_{56}\text{Ba}^{141} + {}_{36}\text{Kr}^{92} + 3{}_0^1\text{n}^1)$ का द्रव्यमान
= $(140.91770 + 91.89540 + 3 \times 1.00866)$ amu
= 235.83908 amu

द्रव्यमान क्षति Δm = बाएँ पक्ष का द्रव्यमान - दाएँ पक्ष का द्रव्यमान
= 236.05259 - 235.83908 = 0.21351

अभिक्रिया में निर्मुक्त ऊर्जा $E = \Delta m \times 931 \text{ MeV}$

$$= 0.21351 \times 931 = 198.778 \text{ MeV}$$

प्रश्न 4. रेडियोएक्टिव पदार्थों की सक्रियता से क्या तात्पर्य है? इसका मात्रक लिखिए। (2019)

उत्तर— किसी क्षण किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ के परमाणुओं के क्षय होने की दर उस क्षण उस पदार्थ की सक्रियता कहलाती है। इसे 'R' से प्रदर्शित करते हैं। इसका S.I. मात्रक बेकुरल (B_q) है।

1 बेकुरल (B_q) = 1 विघटन/सेकण्ड

प्रश्न 5. एक रेडियोएक्टिव पदार्थ की सक्रियता 25 दिनों में घटकर $\frac{1}{8}$ रह जाती है। पदार्थ की अर्द्ध-आयु की गणना कीजिए। (2019)

हल— माना रेडियोएक्टिव पदार्थ की प्रारम्भिक मात्रा N_0 है, तब n अर्द्ध-आयुओं के पश्चात् बचे पदार्थ की मात्रा

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

शेष पदार्थ अपने प्रारम्भिक मान का $\frac{1}{8}$ रह जाता है अर्थात् $\frac{N}{N_0} = \frac{1}{8}$

$$\therefore \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow n = 3$$

$$\text{पदार्थ की अर्द्ध-आयु} = \frac{\text{विघटन का समय}}{\text{अर्द्ध-आयुओं की संख्या}} \\ = \frac{0.6931}{25} = 0.028 \text{ प्रतिवर्ष}$$

प्रश्न 6. स्वर्ण के समस्थानिक ${}_{79}^{197}\text{Au}$ एवं रजत के समस्थानिक ${}_{47}^{107}\text{Ag}$ की नाभिकीय त्रिज्या के अनुपात का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए। (NCERT) (2018)

हल— किसी नाभिक की त्रिज्या निम्नलिखित सूत्र द्वारा प्राप्त होती है—

$$R = R_0 A^{1/3}$$

जहाँ A = परमाणु द्रव्यमान जबकि R_0 = नियतांक

यहाँ ${}_{79}^{197}\text{Au}$ के लिए, $A_1 = 197$

तथा ${}_{47}^{107}\text{Ag}$ के लिए, $A_2 = 107$

$$\therefore \frac{R_1}{R_2} = \frac{(A_1)^{1/3}}{(A_2)^{1/3}} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{1/3} = \left(\frac{197}{107}\right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = (1.84)^{1/3} = 1.23$$

$$\therefore \text{त्रिज्याओं का अनुपात } R_1 : R_2 = 1.23 : 1$$

प्रश्न 7. रदरफोर्ड-सोडी के रेडियोएक्टिव क्षय का नियम क्या है? दो रेडियोएक्टिव स्रोत A तथा B की अर्द्ध-आयु क्रमशः 1 घण्टा तथा 4 घण्टा हैं। यदि प्रारम्भ में A व B के रेडियोएक्टिव परमाणुओं की संख्या समान हो तो 4 घण्टे के पश्चात् इन दोनों की सक्रियताओं का अनुपात क्या होगा? (2016)

हल— रदरफोर्ड-सोडी के क्षय नियतांक के लिए विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 3 का उत्तर देखें।

$$\text{सक्रियता } R = \frac{-dN}{dt} = \lambda N$$

$$R_A = \lambda_A N_A \text{ तथा } R_B = \lambda_B N_B$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\lambda_A N_A}{\lambda_B N_B}$$

यहाँ $T_A = 1$ घण्टा, $T_B = 4$ घण्टे तथा $t = 4$ घण्टे

$$\text{अतः } n_1 = \frac{t}{T_A} = \frac{4}{1} = 4 \quad \text{तथा} \quad n_2 = \frac{t}{T_B} = \frac{4}{4} = 1$$

$$N_A = \frac{N_0}{(2)^{n_1}} = \frac{N_0}{2^4} = \frac{N_0}{16} \quad \text{तथा} \quad N_B = \frac{N_0}{(2)^{n_2}} = \frac{N_0}{2^1} = \frac{N_0}{2}$$

$$\lambda_A = \frac{0.693}{T_A} \quad \text{तथा} \quad \lambda_B = \frac{0.693}{T_B}$$

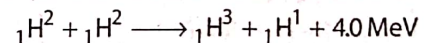
$$\text{अतः } \frac{R_A}{R_B} = \frac{0.693}{T_A} \times \frac{T_B}{0.693} \times \frac{N_0/16}{N_0/2} = \frac{4}{1} \times \frac{2}{16} = \frac{1}{2}$$

अतः 4 घण्टे पश्चात् सक्रियता का अनुपात = 1:2

प्रश्न 8. नाभिकीय संलयन से क्या तात्पर्य है? (2012, 14, 17)

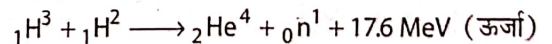
उत्तर— नाभिकीय संलयन (Nuclear Fusion)—दो हल्के नाभिकों के परस्पर संयुक्त होकर भारी नाभिक बनाने की प्रक्रिया को नाभिकीय संलयन कहते हैं। संलयन से प्राप्त नाभिक का द्रव्यमान, संलयन करने वाले मूल नाभिकों के द्रव्यमानों के योग से कम होता है तथा द्रव्यमान के इस अन्तर के तुल्य ऊर्जा इस प्रक्रिया में मुक्त होती है।

उदाहरण के लिए, भारी हाइड्रोजन अथवा ड्यूटीरियम (${}_1\text{H}^2$) के दो नाभिकों के संलयन को इस समीकरण द्वारा व्यक्त कर सकते हैं



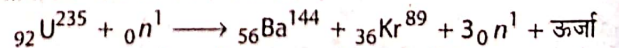
ड्यूटीरियम ड्यूटीरियम ट्राइटियम हाइड्रोजन ऊर्जा

ट्राइटियम पुनः ड्यूटीरियम के नाभिक से संलयित होकर हीलियम नाभिक का निर्माण करता है।



प्रश्न 9. नाभिकीय विखण्डन क्या है? इसे प्रदर्शित करने का एक समीकरण दीजिए। नाभिकीय विखण्डन में ऊर्जा कहाँ से उत्सर्जित होती है? (2015, 17)

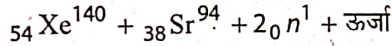
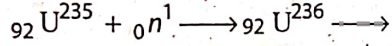
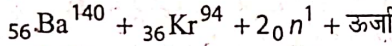
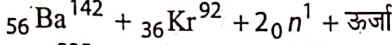
उत्तर— नाभिकीय विखण्डन—किसी भारी नाभिक के दो या दो से अधिक हल्के नाभिकों में टूटने की प्रक्रिया को नाभिकीय विखण्डन कहते हैं। इसका रासायनिक समीकरण निम्न प्रकार है—



नाभिकीय विखण्डन की प्रक्रिया में अपार ऊर्जा उत्पन्न होने का कारण है कि इस प्रक्रिया में प्राप्त नाभिकों तथा न्यूट्रॉनों का द्रव्यमान मूल नाभिक तथा न्यूट्रॉन के द्रव्यमान से कुछ कम होता है, अर्थात् इस प्रक्रिया में कुछ द्रव्यमान की क्षति होती है। यह द्रव्यमान क्षति ही आइन्स्टीन के द्रव्यमान-ऊर्जा सम्बन्ध के अनुसार ऊर्जा के रूप में परिवर्तित होकर प्राप्त होती है।

extrashots

${}_{92}\text{U}^{235}$ के विखण्डन की प्रक्रिया में केवल बेरियम तथा क्रिप्टन के ही समस्थानिक प्राप्त नहीं होते हैं, अपितु इस जटिल प्रक्रिया में 20 से भी अधिक भिन्न-भिन्न तत्वों के 100 से अधिक समस्थानिक प्राप्त हो चुके हैं। इनमें से कुछ अन्य सम्भव अभिक्रियाएँ निम्न प्रकार हैं—



इन सभी सम्भव अभिक्रियाओं में प्राप्त होने वाले उत्पाद नाभिकों (product nuclei) की द्रव्यमान संख्याएँ 75 से 160 के बीच होती हैं।

प्रश्न 10. क्रान्तिक द्रव्यमान तथा नियन्त्रित शृंखला अभिक्रिया से आप क्या समझते हैं? (2013)

उत्तर— **क्रान्तिक द्रव्यमान** (Critical Mass)—किसी विखण्डनीय पदार्थ का उसके क्रान्तिक आकार के संगत वह द्रव्यमान जो शृंखला अभिक्रिया को जारी रखने के लिए आवश्यक होता है, क्रान्तिक द्रव्यमान कहलाता है।

नियन्त्रित शृंखला अभिक्रिया (Controlled Chain Reaction)—यह अभिक्रिया कृत्रिम उपायों द्वारा इस प्रकार नियन्त्रित की जाती है कि प्रत्येक विखण्डन से उत्पन्न न्यूट्रॉनों में से केवल एक ही न्यूट्रॉन विखण्डन कर पाये। इस प्रकार अभिक्रिया में नाभिकों के विखण्डन की दर नियन्त्रित रहती है। अतः यह क्रिया धीरे-धीरे होती है तथा इसमें उत्पन्न ऊर्जा लाभदायक कार्यों के लिए प्रयुक्त की जा सकती है।

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. अन्तःनाभिकीय बल से क्या तात्पर्य है? इन बलों की प्रकृति के बारे में क्या तथ्य प्राप्त किये गये? (2017)

या अन्तःनाभिकीय बलों के गुण लिखिए।
या नाभिकीय बल किसे कहते हैं? (2012, 17)

उत्तर— **नाभिकीय बल** (Nuclear Forces)—किसी भी परमाणु के नाभिक में दो मूल कण, प्रोटॉन एवं न्यूट्रॉन होते हैं। समान रूप से आवेशित कण होने के कारण प्रोटॉनों के बीच एक वैद्युत प्रतिकर्षण बल कार्य करता है, जबकि आवेश-रहित न्यूट्रॉनों के बीच इस प्रकार का कोई बल नहीं लगता। ये कण नाभिक के अत्यन्त सूक्ष्म स्थान ($\approx 10^{-15}$ मीटर) में एक साथ कैसे रहते हैं?

इस तथ्य को समझने के लिए यह परिकल्पना की गयी कि नाभिक के भीतर ऐसे बल कार्यशील रहते हैं जो कि न्यूक्लिऑनों को परस्पर नाभिक में एक साथ बाँधे रखते हैं। इन बलों को 'नाभिकीय बल' (nuclear forces) कहते हैं। इन बलों के विषय में निम्नलिखित तथ्य ज्ञात हुए हैं—

- ये बल आकर्षण-बल हैं अन्यथा समान आवेश के प्रोटॉन नाभिक जैसे सूक्ष्म स्थान में जमा नहीं रह पाते।
- ये बल अत्यन्त तीव्र (very strong) हैं। मानव जानकारी में अब तक जितने भी बल ज्ञात हैं उनमें सबसे अधिक तीव्र नाभिकीय-बल ही हैं।
- ये वैद्युत बल नहीं हैं। यदि ये वैद्युत बल होते, तो इनके कारण प्रोटॉनों के बीच प्रतिकर्षण होता और नाभिक की संरचना सम्भव न हो पाती।

- ये गुरुत्वीय बल भी नहीं हैं। दो न्यूक्लिऑनों के बीच गुरुत्वीय बल बहुत क्षीण होते हैं, जबकि नाभिकीय बल अत्यन्त तीव्र होते हैं।
- ये बल आवेश पर किसी प्रकार भी निर्भर नहीं करते अर्थात् विभिन्न न्यूक्लिऑनों के बीच (जैसे—प्रोटॉन-प्रोटॉन के बीच, न्यूट्रॉन-न्यूट्रॉन के बीच, प्रोटॉन-न्यूट्रॉन के बीच) बल एकसमान (uniform) होते हैं।
- ये बल अत्यन्त लघु परिसर (short range) के हैं। अतः ये बहुत कम दूरी (केवल नाभिकीय व्यास, 10^{-15} मीटर के अन्दर) तक ही प्रभावी होते हैं।

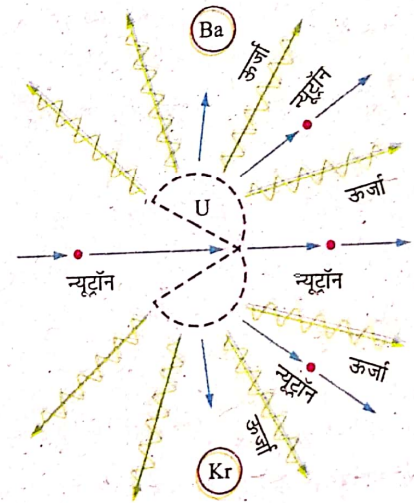
प्रश्न 2. किसी नाभिक की द्रव्यमान क्षति क्या है? इससे बन्धन ऊर्जा कैसे प्राप्त होती है?

या द्रव्यमान क्षति किसे कहते हैं? समझाइए। बन्धन ऊर्जा तथा नाभिक के स्थायित्व में क्या सम्बन्ध है? (2018)

या द्रव्यमान क्षति से क्या तात्पर्य है?
या नाभिक की द्रव्यमान क्षति एवं बन्धन ऊर्जा से क्या तात्पर्य है? (2013)

या नाभिक के द्रव्यमान क्षति से आप क्या समझते हैं? द्रव्यमान क्षति नाभिक की बन्धन ऊर्जा से कैसे सम्बन्धित है? (2014)

उत्तर— **द्रव्यमान क्षति**—नाभिक का वास्तविक द्रव्यमान उसमें उपस्थित प्रोटॉनों तथा न्यूट्रॉनों के द्रव्यमानों के योग से सदैव कुछ कम होता है। द्रव्यमानों का यह अन्तर **द्रव्यमान क्षति** (mass defect) कहलाता है।
द्रव्यमान क्षति = (प्रोटॉनों का द्रव्यमान + न्यूट्रॉनों का द्रव्यमान) — नाभिक का द्रव्यमान



माना किसी परमाणु B की द्रव्यमान संख्या A तथा परमाणु क्रमांक Z है, तो इसके नाभिक में प्रोटॉनों की संख्या Z तथा न्यूट्रॉनों की संख्या (A - Z) होगी। यदि प्रोटॉन का द्रव्यमान m_p , न्यूट्रॉनों का द्रव्यमान m_n एवं नाभिक का द्रव्यमान M हो, तो द्रव्यमान क्षति $\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - M$ द्रव्यमान क्षति Δm का अर्थ है कि जब प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉन मिलकर नाभिक का निर्माण करते हैं तो Δm द्रव्यमान लुप्त हो जाता है तथा इसके तुल्य ऊर्जा $(\Delta m)c^2$ मुक्त हो जाती है। इस ऊर्जा के कारण ही प्रोटॉन व न्यूट्रॉन नाभिक में बाँधे रहते हैं।

बन्धन ऊर्जा तथा नाभिक के स्थायित्व में सम्बन्ध—किसी नाभिक की प्रति-न्यूक्लिऑन बन्धन ऊर्जा जितनी अधिक होती है वह उतना ही अधिक स्थायी होता है।

प्रश्न 3. प्राकृतिक रेडियोएक्टिवता में मिलने वाली तीनों प्रकार की किरणों के गुणों की तुलना कीजिए।

उत्तर— α -कण, β -कण तथा γ -किरणों के गुणों की तुलना

गुण	α -कण	β -कण	γ -किरणें
प्रकृति	हीलियम (${}_2\text{He}^4$) नाभिक	तीव्रगामी इलेक्ट्रॉन (β^-)	वैद्युत-चुम्बकीय तरंगें (फोटॉन) अथवा शून्य
विराम द्रव्यमान आवेश	6.6×10^{-27} किग्रा $+3.2 \times 10^{-19}$ कूलॉम	9.1×10^{-31} किग्रा -1.6×10^{-19} कूलॉम	शून्य
वेग	1.4×10^7 मी/से तथा 2.2×10^7 मी/से के बीच	प्रकाश की चाल के 1% से 99% तक	3×10^8 मी/से अर्थात् (प्रकाश के वेग से) न्यूनतम
आयनीकरण क्षमता	β -कणों से 100 गुना अधिक	γ -किरणों से 100 गुनी अधिक	न्यूनतम
वेधन-क्षमता	न्यूनतम	α -कणों से 100 गुनी	β -कण से 100 गुनी

प्रश्न 4. अर्द्ध-आयु तथा क्षय नियतांक में सम्बन्ध का सूत्र स्थापित कीजिए।

या किसी रेडियो-सक्रिय पदार्थ की अर्द्ध-आयु, माध्य आयु तथा क्षय नियतांक के बीच सम्बन्ध का निगमन कीजिए।

या रेडियोएक्टिव पदार्थ के लिए अर्द्ध-आयु काल एवं क्षय नियतांक में सम्बन्ध स्थापित कीजिए।

उत्तर— अर्द्ध-आयु तथा क्षय नियतांक में सम्बन्ध—यदि प्रारम्भ में ($t=0$) किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ की मात्रा (परमाणु की संख्या) N_0 तथा इसकी अर्द्ध-आयु T है तथा t समय पश्चात् पदार्थ की मात्रा N रह जाए, तो सूत्र $N = N_0 e^{-\lambda t}$ में $t = T$ तथा $N = N_0/2$ रखने पर,

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T} \quad \text{अथवा} \quad \frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$$

$$\text{अथवा} \quad e^{\lambda T} = 2 \quad \text{अथवा} \quad \lambda T = \log_e 2$$

$$\text{अथवा} \quad T = \frac{\log_e 2}{\lambda} = \frac{2.3026 \log_{10}(2)}{\lambda} = \frac{2.3026 \times 0.3010}{\lambda}$$

या $T = \frac{0.6931}{\lambda}$

उपर्युक्त समीकरण से स्पष्ट है कि किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ का क्षय-नियतांक जितना अधिक होगा, उस पदार्थ की अर्द्ध-आयु उतनी ही कम होगी।

$$\frac{1}{\lambda} = \text{माध्य आयु } (\tau)$$

$$\therefore T = \frac{0.6931}{\lambda} = 0.6931 \tau$$

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. समस्थानिक तथा समभारिक का अर्थ दो-दो उदाहरण देकर समझाइए।

उत्तर— 1. **समस्थानिक** अथवा **समप्रोटॉनिक** (Isotopes or Isoprotons)—किसी एक ही तत्व के ऐसे परमाणु जिनके नाभिकों में प्रोटॉनों की संख्या समान होती है, परन्तु न्यूट्रॉनों की संख्या भिन्न-भिन्न होती है, उस तत्व के 'समस्थानिक' या 'समप्रोटॉनिक' कहलाते हैं। इस प्रकार किसी तत्व के विभिन्न समस्थानिकों के परमाणु क्रमांक (Z) समान होते हैं,

परन्तु द्रव्यमान संख्या (A) भिन्न-भिन्न होती है। क्योंकि इनके परमाणु-क्रमांक समान हैं, अतः आवर्त सारणी में इनका स्थान समान होता है। इसी कारण इन्हें समस्थानिक भी कहते हैं।

उदाहरणार्थ— हाइड्रोजन : ${}_1\text{H}^1, {}_1\text{H}^2, {}_1\text{H}^3$
ऑक्सीजन : ${}_8\text{O}^{16}, {}_8\text{O}^{17}, {}_8\text{O}^{18}$

2. **समभारिक** (Isobaric)—ऐसे नाभिकों को जिनमें न्यूक्लिऑनों की कुल संख्या समान होती है, परन्तु प्रोटॉनों और न्यूट्रॉनों की संख्या भिन्न-भिन्न होती है, 'समभारिक' कहते हैं। इन नाभिकों का परमाणु क्रमांक (Z) भिन्न-भिन्न तथा द्रव्यमान संख्या (A) समान होती है। अतः आवर्त सारणी में इनका स्थान भिन्न-भिन्न होता है और इनके रासायनिक गुण भी एक जैसे नहीं होते।

उदाहरणार्थ— ${}_1\text{H}^3$ तथा ${}_2\text{He}^3$, ${}_7\text{N}^{14}$ तथा ${}_6\text{C}^{14}$, ${}_8\text{O}^{17}$ तथा ${}_9\text{F}^{17}$

प्रश्न 2. विभिन्न नाभिकों की बन्धन ऊर्जा प्रति न्यूक्लिऑन का द्रव्यमान संख्या (A) के साथ परिवर्तन, ग्राफ द्वारा निरूपित कीजिए। कारण बताते हुए समझाइए कि क्यों हल्के नाभिकों का सामान्यतः नाभिकीय संलयन होता है? (2014)

या एक ग्राफ पर प्रति न्यूक्लिऑन बन्धन ऊर्जा का द्रव्यमान संख्या A के साथ परिवर्तन दिखाइए। नाभिकीय विखण्डन में उत्पन्न ऊर्जा की, इस ग्राफ की सहायता से व्याख्या कीजिए। (2018)

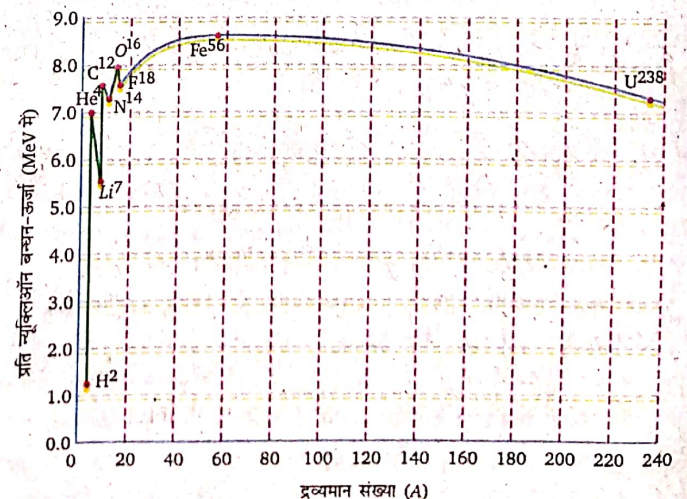
या बन्धन ऊर्जा वक्र बनाइए तथा इसके आधार पर निम्नलिखित को स्पष्ट कीजिए :

(i) नाभिकीय विखण्डन, (ii) नाभिकीय संलयन (2019)

उत्तर— विभिन्न परमाणुओं के नाभिकों के स्थायित्व की तुलना करने के लिये नाभिकों की 'प्रति न्यूक्लिऑन बन्धन-ऊर्जा' (binding energy per nucleon) ज्ञात करते हैं। किसी नाभिक की प्रति न्यूक्लिऑन बन्धन-ऊर्जा जितनी अधिक होती है, नाभिक उतना ही अधिक स्थायी होता है। विभिन्न परमाणुओं के नाभिकों के स्थायित्व का अध्ययन करने के लिये इनकी प्रति न्यूक्लिऑन बन्धन-ऊर्जा तथा द्रव्यमान-संख्या के बीच ग्राफ खींचा जाता है। प्राप्त वक्र को बन्धन-ऊर्जा वक्र कहते हैं।

इस वक्र से निम्न महत्वपूर्ण निष्कर्ष प्राप्त होते हैं—

(i) द्रव्यमान-संख्या लगभग $A=50$ से $A=80$ तक के बीच वक्र में एक सपाट शिखर (flat maximum) है जिसके संगत औसत प्रति न्यूक्लिऑन बन्धन-ऊर्जा लगभग 8.5 MeV है। अतः वे नाभिक जिनकी द्रव्यमान संख्याएँ 50 व 80 के बीच हैं, अधिक स्थायी हैं। इनमें Fe^{56} , जिसकी प्रति न्यूक्लिऑन बन्धन-ऊर्जा अधिकतम (लगभग 8.8 MeV) है, सबसे अधिक स्थायी है।



(ii) 80 से ऊँची द्रव्यमान-संख्या वाले नाभिकों के लिए प्रति न्यूक्लियॉन बन्धन-ऊर्जा धीरे-धीरे घटती जाती है तथा यूरेनियम नाभिक ($A = 238$) के लिए लगभग 7.6 MeV रह जाती है। अतः नाभिकों का स्थायित्व भी घटता जाता है। यही कारण है कि ${}_{83}\text{Bi}^{209}$ के आगे वाले भारी नाभिक रेडियोएक्टिव हैं।

(iii) 50 से नीची द्रव्यमान-संख्या वाले नाभिकों के लिए भी प्रति न्यूक्लियॉन बन्धन-ऊर्जा घटने लगती है, तथा 20 से नीचे बहुत तेजी से घट जाती है। उदाहरण के लिए, भारी हाइड्रोजन ($A = 2$) के लिए यह केवल 1.1 MeV होती है। इससे यह पता चलता है कि 20 से नीचे द्रव्यमान संख्या वाले नाभिक अपेक्षाकृत कम स्थायी हैं।

(iv) $A = 50$ से नीचे, वक्र सतत रूप से नहीं गिरता, बल्कि ${}_{8}\text{O}^{16}$, ${}_{6}\text{C}^{12}$ तथा ${}_{2}\text{He}^4$ नाभिकों पर गौण शिखर प्राप्त होते हैं। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि ये (सम-सम) नाभिक समीप की द्रव्यमान-संख्याओं वाले अन्य नाभिकों से अधिक स्थायी हैं।

(v) यह वक्र मोटे तौर पर बताता है कि बहुत भारी तथा बहुत हल्के नाभिकों की प्रति न्यूक्लियॉन बन्धन-ऊर्जा बाद वाले नाभिकों के सापेक्ष कम होती है। अतः यदि हम किसी बहुत भारी नाभिक (जैसे यूरेनियम) को किसी विधि द्वारा अपेक्षाकृत हल्के (अर्थात् बीच वाले) नाभिकों में तोड़ दें तो प्रति न्यूक्लियॉन बन्धन-ऊर्जा बढ़ जायेगी। अतः इस प्रक्रिया में ऊर्जा बहुत बड़ी मात्रा में मुक्त होगी। इस प्रक्रिया को 'नाभिकीय विखण्डन' (nuclear fission) कहते हैं।

इसी प्रकार, यदि हम दो अथवा अधिक बहुत हल्के नाभिकों (जैसे—भारी हाइड्रोजन ${}_{1}\text{H}^2$ के नाभिक) को किसी विधि द्वारा अपेक्षाकृत भारी नाभिक (जैसे— ${}_{2}\text{He}^4$) में संयुक्त कर दें तब भी प्राप्त न्यूक्लियॉन बन्धन-ऊर्जा बढ़ जायेगी। इस प्रक्रिया में भी अत्यधिक ऊर्जा मुक्त होगी। इस प्रक्रिया को 'नाभिकीय संलयन' (nuclear fusion) कहते हैं।

प्रश्न 3. यदि λ क्षय नियतांक है, तो सिद्ध कीजिए कि $N = N_0 e^{-\lambda t}$, जहाँ N_0 और N क्रमशः समय $t = 0$ तथा t समय के बाद परमाणुओं की संख्याएँ हैं। (2014)

या रेडियोएक्टिव क्षय से सम्बन्धित रदरफोर्ड-सोडी का नियम क्या है ? (2012, 16, 17)

या रदरफोर्ड-सोडी नियम क्या है ? सूत्र $N = N_0 e^{-\lambda t}$ का व्युत्क्रम कीजिए। (2018, 19)

उत्तर— रेडियोएक्टिव क्षय से सम्बन्धित रदरफोर्ड तथा सोडी का नियम—इस नियम के अनुसार, "किसी भी क्षण रेडियोएक्टिव परमाणुओं के क्षय होने की दर उस क्षण उपस्थित परमाणुओं की संख्या के अनुक्रमानुपाती होती है।"

माना किसी क्षण t पर उपस्थित परमाणुओं की संख्या N है तथा $(t + dt)$ क्षण पर यह संख्या घटकर $(N - dN)$ रह जाती हो, तो परमाणुओं के क्षय होने की दर $= -(dN/dt)$ तथा रदरफोर्ड-सोडी के नियमानुसार,

$$-\left(\frac{dN}{dt}\right) \propto N \text{ अथवा } \frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad \dots(1)$$

जहाँ λ एक नियतांक है, जिसे क्षय नियतांक (decay constant) कहते हैं। इसका मात्रक सेकण्ड^{-1} है। इसका मान प्रत्येक रेडियोएक्टिव पदार्थ के लिए अलग-अलग होता है। समीकरण (1) को इस प्रकार भी लिख सकते हैं—

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

इसका समाकलन करने पर

$$\log_e N = -\lambda t + A \quad \dots(2)$$

(जहाँ, A समाकलन नियतांक है)

यदि $t = 0$ पर रेडियोएक्टिव परमाणुओं की संख्या N_0 हो, तब समी० (2) से

$$\log_e N_0 = A$$

A का मान समी० (2) में रखने पर

$$\log_e N = -\lambda t + \log_e N_0$$

$$\text{अथवा } \log_e N - \log_e N_0 = -\lambda t$$

$$\text{अथवा } \log_e (N/N_0) = -\lambda t$$

$$\text{अथवा } \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\text{अथवा } N = N_0 e^{-\lambda t}$$

जहाँ, N_0 व N क्रमशः प्रारम्भ में ($t = 0$ क्षण पर) तथा t समय पश्चात् किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ में परमाणुओं की संख्याएँ हैं। इस समीकरण से स्पष्ट है कि किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ का क्षय **चर घातांक नियम** (exponential law) के अनुसार होता है, अर्थात् क्षय प्रारम्भ में तेजी से होता है तथा फिर इसकी दर लगातार घटती जाती है। अतः किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ को पूर्णतः क्षय होने में अनन्त समय लगता है।

प्रश्न 4. किसी रेडियोएक्टिव पदार्थ के α तथा β उत्सर्जन के लिए माध्य-आयु क्रमशः 1620 वर्ष तथा 405 वर्ष हैं। वह समय ज्ञात कीजिए, जिसमें पदार्थ से α तथा β के साथ-साथ उत्सर्जित होने से पदार्थ का तीन चौथाई भाग क्षय हो जाता है।

(दिया है, $\log_{10} 4 = 0.6021$)

(2018)

हल— सम्पूर्ण क्षय नियतांक, $\lambda = \lambda_a + \lambda_b$
 $= \left(\frac{1}{1620} + \frac{1}{405} \right)$ प्रतिवर्ष $= \frac{1}{324}$ प्रतिवर्ष

$\frac{3}{4}$ भाग क्षय होने पर अवशेष भाग (परमाणुओं की संख्या),

$$N = N_0 - \frac{3}{4} N_0 = \frac{N_0}{4}$$

सूत्र, $N = N_0 e^{-\lambda t}$ से,

$$\frac{N_0}{4} = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{1}{4} \Rightarrow e^{\lambda t} = 4$$

दोनों पक्षों का \log लेने पर,

$$\log_e (e^{\lambda t}) = \log_e (4)$$

$$\lambda t \log_e (e) = \log_e (4)$$

$$\lambda t = \log_e (4)$$

$$t = \frac{\log_e (4)}{\lambda} = \frac{1.386}{\left(\frac{1}{324} \right) \text{ प्रतिवर्ष}}$$

$$= 1.386 \times 324$$

$$= 449.064 \text{ वर्ष}$$

प्रश्न 5. हम जानते हैं कि हमें लाखों वर्षों से सूर्य से असीमित ऊर्जा प्राप्त हो रही है। सूर्य की इस असीमित ऊर्जा के स्रोत को नाभिकीय समीकरणों की सहायता से स्पष्ट कीजिए। (2010)

या नाभिकीय संलयन के आधार पर सौर ऊर्जा के स्रोत की व्याख्या आवश्यक समीकरणों के साथ कीजिए। (2011)

या ताप-नाभिकीय अभिक्रियाओं द्वारा सूर्य में नाभिकीय संलयन की प्रक्रिया समझाइए। ये अभिक्रियाएँ अति उच्च ताप पर ही क्यों होती हैं? (2013)

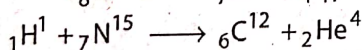
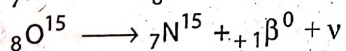
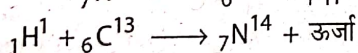
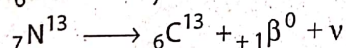
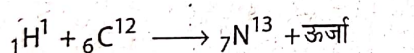
या सूर्य से ऊर्जा नाभिकीय संलयन द्वारा कैसे उत्पन्न होती है? आवश्यक समीकरणों की सहायता से समझाइए। (2014, 19)

उत्तर— सन् 1939 में अमेरिकी वैज्ञानिक एच.ए. बेथे (H.A. Bethe) ने बताया कि सूर्य पर लगातार नाभिकीय संलयन होता रहता है, जिससे वह अविरत रूप से ऊर्जा का उत्सर्जन कर रहा है। इस विषय में उन्होंने निम्नलिखित स्पष्टीकरण प्रस्तुत किया—

सूर्य की अपार ऊर्जा का स्रोत हल्के नाभिकों का संलयन (fusion) है। सूर्य के द्रव्य में 90% अंश तो हाइड्रोजन व हीलियम का है तथा शेष 10% अंश में अन्य तत्व हैं जिनमें अधिकांश हल्के तत्व हैं। सूर्य के बाहरी पृष्ठ का ताप लगभग 8000 K है तथा इसके भीतरी भाग का ताप लगभग 2×10^7 K है। इतने ऊँचे ताप पर सूर्य में उपस्थित समस्त तत्वों के परमाणुओं की कक्षाओं से इलेक्ट्रॉन निकल जाते हैं; अतः वे तत्व नाभिकीय अवस्था में रह जाते हैं। ये नाभिक इतने तीव्रगामी होते हैं कि इनकी परस्पर टक्कर से इनका स्वतः ही संलयन होता रहता है और अपार ऊर्जा विमुक्त होती रहती है।

वैज्ञानिक बेथे के अनुसार सूर्य पर नाभिकीय संलयन की प्रक्रिया निम्नलिखित दो प्रकार से पूर्ण होती है—

1. **कार्बन-साइकिल** (Carbon Cycle)—सन् 1939 में अमेरिकन वैज्ञानिक बेथे (Bethe) ने यह बताया कि सूर्य में चार हाइड्रोजन नाभिकों (चार प्रोटॉनों) का एक हीलियम नाभिक में संलयन सीधे न होकर, कई ताप-नाभिकीय अभिक्रियाओं (thermonuclear reactions) की एक साइकिल के द्वारा होता है जिसमें कार्बन एक उत्प्रेरक का कार्य करता है। इस साइकिल को 'कार्बन-साइकिल' कहते हैं। इस साइकिल में छः अभिक्रियाएँ निम्नलिखित क्रमानुसार होती हैं—

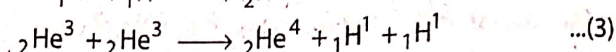
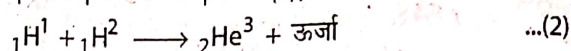
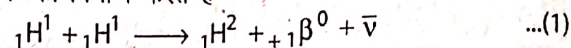


जोड़ने पर— ${}_1\text{H}^1 + {}_1\text{H}^1 + {}_1\text{H}^1 + {}_1\text{H}^1 \longrightarrow {}_2\text{He}^4 + 2{}_1\beta^0 + \text{ऊर्जा} + 2\nu$

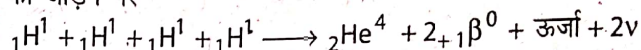
इस प्रकार, एक पूरी कार्बन-साइकिल में चार हाइड्रोजन के नाभिक संलयित होकर एक हीलियम नाभिक का निर्माण करते हैं तथा इसके साथ दो पॉजिट्रॉन (${}_1\beta^0$) व 24.7 MeV ऊर्जा उत्सर्जित होती है। ये पॉजिट्रॉन दो इलेक्ट्रॉनों से विनाशित (annihilate) होकर लगभग 2 MeV ऊर्जा की उत्पत्ति करते हैं। इस प्रकार एक कार्बन-साइकिल में कुल 26.7 MeV ऊर्जा उत्पन्न होती है। चूँकि सूर्य के द्रव्य के 1 ग्राम में लगभग 2×10^{23} प्रोटॉन होते हैं, अतः सूर्य के 1 ग्राम द्रव्य से अपार ऊर्जा की उत्पत्ति हो जाती है।

2. **प्रोटॉन-प्रोटॉन साइकिल** (H-H Cycle)—नये नाभिकीय आँकड़ों के आधार पर अब यह विश्वास किया जाता है कि सूर्य में कार्बन-साइकिल की अपेक्षा एक अन्य साइकिल की अधिक सम्भावना है जिसे

'प्रोटॉन-प्रोटॉन साइकिल' कहते हैं। इस साइकिल में भी कई अभिक्रियाओं के द्वारा हाइड्रोजन के नाभिक संलयित होकर हीलियम के नाभिक का निर्माण करते हैं—



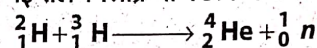
समी० (1) व (2) में से प्रत्येक को 2 से गुणा करके, तीनों समीकरणों को जोड़ने पर



स्पष्ट है कि इस साइकिल का नेट परिणाम ठीक वही है जो कार्बन-साइकिल का है। इस साइकिल की तीसरी अभिक्रिया होने के लिए यह आवश्यक है कि पहली दो अभिक्रियाएँ दो-दो बार हों।

सामान्य ताप व दाब पर संलयन असम्भव—इसका कारण यह है कि जब संलयन होने वाले धनावेशित नाभिक एक-दूसरे के निकट आते हैं तो उनके बीच वैद्युत प्रतिकर्षण बल अति तीव्र हो जाता है। इस बल के विरुद्ध संलयित होने के लिए उन्हें बहुत अधिक ऊर्जा (≈ 0.1 MeV) चाहिए। इन्हें इतनी अधिक ऊर्जा देने के लिए अति उच्च ताप $\approx 10^8$ K तथा अति उच्च दाब चाहिए। ताप व दाब की ये दशाएँ पृथ्वी पर साधारणतया प्राकृतिक रूप में उपलब्ध नहीं हैं।

प्रश्न 6. नाभिकीय विखण्डन तथा नाभिकीय संलयन में अन्तर स्पष्ट कीजिए। दी गई संलयन प्रक्रिया में उत्पन्न ऊर्जा की गणना कीजिए—



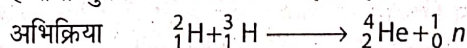
दिया है, $m({}_1^2\text{H}) = 2.014102 \text{ u}$, $m({}_1^3\text{H}) = 3.016049 \text{ u}$,

$m({}_2^4\text{He}) = 4.002603 \text{ u}$, $m({}_0^1\text{n}) = 1.008665 \text{ u}$

(NCERT) (2016)

उत्तर— नाभिकीय विखण्डन तथा नाभिकीय संलयन में अन्तर— नाभिकीय विखण्डन में एक 'भारी' नाभिक न्यूट्रॉनों की बमबारी से दो अपेक्षाकृत हल्के रेडियोएक्टिव नाभिकों में टूटता है जिनका सम्मिलित द्रव्यमान मूल नाभिक के द्रव्यमान से कम होता है। द्रव्यमान की यह क्षति ऊर्जा के रूप में मुक्त होती है।

इसके विपरीत, संलयन में दो अथवा अधिक 'हल्के' नाभिक एक अकेले नाभिक में संलयित (fuse) हो जाते हैं जिसका द्रव्यमान संलयित होने वाले नाभिकों के द्रव्यमानों के योग से कम होता है। पुनः, द्रव्यमान की यह क्षति ऊर्जा के रूप में मुक्त होती है। यह प्रक्रिया अत्यन्त उच्च ताप व दाब पर होती है तथा मुक्त ऊर्जा अनियन्त्रित होती है।



द्रव्यमान क्षति, $\Delta m = \{m({}_1^2\text{H}) + m({}_1^3\text{H})\} - \{m({}_2^4\text{He}) + m({}_0^1\text{n})\}$

$$= (2.014102 + 3.016049) - (4.002603 + 1.008665)$$

$$= 0.018863 \text{ u}$$

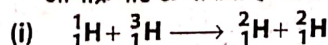
$$\text{उत्पन्न ऊर्जा, } Q = 0.018863 \times 931.5 \text{ MeV}$$

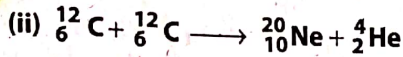
$$= 17.57 \text{ MeV}$$

प्रश्न 7. किसी नाभिकीय अभिक्रिया $A + b \rightarrow C + d$ का Q-मान निम्नलिखित समीकरण द्वारा परिभाषित होता है :

$$Q = [m_A + m_b - m_c - m_d]c^2$$

जहाँ दिए गए द्रव्यमान, नाभिकीय विराम द्रव्यमान (rest mass) हैं। दिए गए आँकड़ों के आधार पर बताइए कि निम्नलिखित अभिक्रियाएँ ऊष्माक्षेपी हैं या ऊष्माशोषी।





दिए गए परमाणु द्रव्यमान इस प्रकार हैं—

$$m({}^1_1\text{H}) = 2.014102\text{u}$$

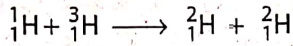
$$m({}^3_1\text{H}) = 3.016049\text{u}$$

$$m({}^{12}_6\text{C}) = 12.000000\text{u}$$

$$m({}^{20}_{10}\text{Ne}) = 19.992439\text{u}$$

(NCERT)

हल— (i) दी गई अभिक्रिया निम्नलिखित है—



इस अभिक्रिया का Q-मान निम्नलिखित है—

$$Q = [m_N({}^1_1\text{H}) + m_N({}^3_1\text{H}) - m_N({}^2_1\text{H}) - m_N({}^2_1\text{H})] c^2$$

यहाँ m_N का अर्थ नाभिकीय द्रव्यमान से है जबकि m का अर्थ परमाणु द्रव्यमान है।

$$\therefore m_N({}^1_1\text{H}) = m({}^1_1\text{H}) - m_e \quad [m_e = \text{इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान}]$$

$$m_N({}^3_1\text{H}) = m({}^3_1\text{H}) - m_e$$

$$m_N({}^2_1\text{H}) = m({}^2_1\text{H}) - m_e$$

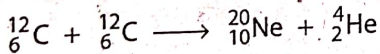
$$\begin{aligned} \therefore m_N({}^1_1\text{H}) + m_N({}^3_1\text{H}) - m_N({}^2_1\text{H}) - m_N({}^2_1\text{H}) \\ = m({}^1_1\text{H}) - m_e + m({}^3_1\text{H}) - m_e - m({}^2_1\text{H}) + m_e - m({}^2_1\text{H}) + m_e \\ = m({}^1_1\text{H}) + m({}^3_1\text{H}) - m({}^2_1\text{H}) - m({}^2_1\text{H}) \\ = 1.007825 + 3.016049 - 2.014102 - 2.014102 \\ = -0.004339\text{u} = -0.004339 \times 166 \times 10^{-27}\text{kg} \end{aligned}$$

$$[\therefore m({}^1_1\text{H}) = 1.007825\text{u व } 1\text{u} = 166 \times 10^{-27}\text{kg}]$$

$$\therefore Q = -0.004339 \times 166 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2\text{J} \\ = -6.48 \times 10^{-13}\text{J}$$

$\therefore Q$ मान ऋणात्मक है; अतः यह अभिक्रिया ऊष्माक्षेपी अभिक्रिया है।

(ii) दी गई अभिक्रिया निम्नलिखित है—



अभिक्रिया का Q-मान निम्नलिखित है—

$$Q = [2 \times m_N({}^{12}_6\text{C}) - m_N({}^{20}_{10}\text{Ne}) - m_N({}^4_2\text{He})]$$

$$\therefore m_N({}^{12}_6\text{C}) = m({}^{12}_6\text{C}) - 6m_e$$

$$m_N({}^{20}_{10}\text{Ne}) = m({}^{20}_{10}\text{Ne}) - 10m_e$$

$$m_N({}^4_2\text{He}) = m({}^4_2\text{He}) - 2m_e$$

$$\begin{aligned} \therefore 2 \times m_N({}^{12}_6\text{C}) - m_N({}^{20}_{10}\text{Ne}) - m_N({}^4_2\text{He}) \\ = 2 \times [m({}^{12}_6\text{C}) - 6m_e] - m({}^{20}_{10}\text{Ne}) + 10m_e - m({}^4_2\text{He}) + 2m_e \\ = 2 \times m({}^{12}_6\text{C}) - m({}^{20}_{10}\text{Ne}) - m({}^4_2\text{He}) \\ = 2 \times 12.000000 - 19.992439 - 4.002603 \end{aligned}$$

$$[\therefore m({}^4_2\text{He}) = 4.002603]$$

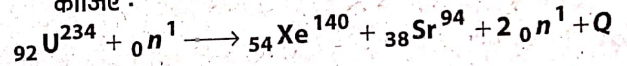
$$= 0.004958\text{u} = 0.004958 \times 166 \times 10^{-27}\text{kg}$$

$$Q = 0.004958 \times 166 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^8)^2\text{J}$$

$$= 7.41 \times 10^{-13}\text{J}$$

$\therefore Q$ -मान धनात्मक है; अतः यह अभिक्रिया ऊष्माक्षेपी अभिक्रिया है।

प्रश्न 8. नाभिकीय विखण्डन तथा नाभिकीय संलयन में अन्तर स्पष्ट कीजिए। दिए गए विखण्डन प्रक्रिया में उत्सर्जित ऊर्जा Q का मान ज्ञात कीजिए :



दिया है

$${}^{92}_{235}\text{U} \text{ का द्रव्यमान} = 235.0439\text{amu}$$

$${}^{54}_{140}\text{Xe} \text{ का द्रव्यमान} = 139.9054\text{amu}$$

$${}^{38}_{94}\text{Sr} \text{ का द्रव्यमान} = 93.9063\text{amu}$$

$${}^1_0\text{n} \text{ का द्रव्यमान} = 1.00867\text{amu}$$

$$1\text{amu} = 932\text{MeV.}$$

(2019)

उत्तर— अन्तर के लिए विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 6 का उत्तर देखें।

$${}^{92}_{235}\text{U} \text{ नाभिक तथा } {}^1_0\text{n} \text{ का द्रव्यमान}$$

$$= 235.0439 + 1.00867$$

$$= 236.05257\text{amu}$$

$$({}^{54}_{140}\text{Xe} + {}^{38}_{94}\text{Sr} + 2 {}^1_0\text{n}) \text{ का द्रव्यमान}$$

$$= 139.9054 + 93.9063 + 2 \times 1.00867$$

$$= 139.9054 + 93.9063 + 2.01734$$

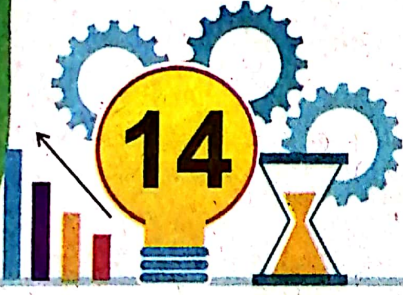
$$= 235.82904\text{amu}$$

$$\text{द्रव्यमान क्षति } (\Delta m) = 236.05257 - 235.82904$$

$$= 0.22353$$

$$\therefore \text{उत्सर्जित ऊर्जा, } Q = 0.22353 \times 932 = 208.32996$$

$$= 208\text{MeV (लगभग)}$$



अर्द्धचालक इलेक्ट्रॉनिक्स : पदार्थ, युक्तियाँ तथा सरल परिपथ

Quick Review

- **संयोजी बैंड**—वह ऊर्जा बैंड जिसमें संयोजक इलेक्ट्रॉनों के ऊर्जा-स्तर उपस्थित होते हैं, **संयोजी बैंड** कहलाते हैं।
- **चालन बैंड**—वह ऊर्जा बैंड जिसमें चालक इलेक्ट्रॉनों के ऊर्जा-स्तर उपस्थित होते हैं, **चालन बैंड** कहलाते हैं।
- **वर्जित ऊर्जा अन्तराल**—संयोजी बैंड तथा चालन बैंड के बीच एक रिक्ति होती है जिसमें कोई इलेक्ट्रॉन उपस्थित नहीं रहता है, इसे **वर्जित ऊर्जा अन्तराल** कहते हैं।
- **अग्र अभिनत**—यदि $p-n$ सन्धि के p -क्षेत्र को बैटरी के धन सिरे से एवं n -क्षेत्र को बैटरी के ऋण सिरे से जोड़ दें तो यह सन्धि **अग्र अभिनत** कहलाती है।
- **उत्क्रम अभिनत**—यदि $p-n$ सन्धि के p -क्षेत्र को बैटरी के ऋण सिरे से एवं n -क्षेत्र को बैटरी के धन सिरे से जोड़ दें तो यह सन्धि **उत्क्रम अभिनत** कहलाती है।
- **ऐवेलॉश भंजन**— $p-n$ सन्धि की उत्क्रम अभिनति में यदि लगाए गए उत्क्रम विभव को बहुत अधिक बढ़ा दें तो विभव के एक निश्चित मान पर सन्धि के निकट सहसंयोजक बन्ध टूट जाते हैं। अतः उत्क्रम धारा बहुत तेजी से बढ़ती है। यह घटना **ऐवेलॉश भंजन** कहलाती है।
- **ट्रांजिस्टर**—दो समान प्रकार के बाह्य अर्द्धचालक क्रिस्टलों के बीच दूसरे प्रकार के बाह्य अर्द्धचालक की पतली परत को दबाकर रखने से बनी ऐसी युक्ति जो ट्रायड वाल्व के स्थान पर प्रयुक्त की जा सकती है, **ट्रांजिस्टर** कहलाती है। ट्रांजिस्टर दो प्रकार के होते हैं—(i) $p-n-p$ ट्रांजिस्टर, (ii) $n-p-n$ ट्रांजिस्टर।
- यदि ट्रांजिस्टर में उत्सर्जक धारा I_E , आधार धारा I_B तथा संग्राहक धारा I_C हो, तब $I_E = I_B + I_C$
- ट्रांजिस्टर को उभयनिष्ठ उत्सर्जक प्रवर्धक के रूप में प्रयुक्त करने पर

$$A.C. \text{ धारा लाभ } \beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \text{ तथा वोल्टेज लाभ } A_V = \frac{V_0}{V_i} = \beta \frac{R_2}{R_1}$$

$$\text{शक्ति लाभ} = \text{धारा लाभ} \times \text{वोल्टेज लाभ} = \beta^2 \frac{R_2}{R_1}$$
जहाँ R_1 व R_2 क्रमशः निवेशी एवं निर्गत परिपथ में प्रयुक्त प्रतिरोध हैं।
- **लॉजिक गेट**—वे डिजिटल परिपथ जिनके निवेशी तथा निर्गत सिग्नलों के बीच एक तर्कपूर्ण सम्बन्ध होता है, **लॉजिक गेट** कहलाते हैं। लॉजिक गेट मूलतः तीन प्रकार के होते हैं—(i) OR गेट (ii) AND गेट (iii) NOT गेट।
- **बूलियन व्यंजक**—एक ऐसा व्यंजक जो दो बूलियन चरों के ऐसे संयोग को प्रदर्शित करता है जिससे एक नया बूलियन चर प्राप्त होता है, **बूलियन व्यंजक** कहलाता है।
- **सार्वत्रिक गेट**—NAND गेट तथा NOR गेट को **सार्वत्रिक गेट** कहते हैं क्योंकि इन गेटों की सहायता से तीनों मूल गेटों OR गेट, AND गेट तथा NOT गेट को प्राप्त किया जा सकता है।

बहुविकल्पीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. चालन एवं संयोजी बैंडों की ऊर्जाओं में अन्तर—

- चालकों में अधिकतम होता है
- चालकों में न्यूनतम होता है
- अर्द्धचालकों में चालकों से कम होता है
- कुचालकों में चालकों से कम होता है

उत्तर— (iii) अर्द्धचालकों में चालकों से कम होता है।

(2018)

प्रश्न 2. अर्द्धचालक में वैद्युत चालन होता है—

- कोटरों से
- इलेक्ट्रॉनों से
- कोटरों तथा इलेक्ट्रॉनों से
- न कोटरों से, न इलेक्ट्रॉनों से

उत्तर— (iii) कोटरों तथा इलेक्ट्रॉनों से

प्रश्न 3. 0 K ताप पर शुद्ध अर्द्धचालक है—

- चालक
- प्रतिरोधक
- शक्ति स्रोत
- विद्युतरोधी

उत्तर— (iv) विद्युतरोधी

(2010, 17)

(2019)

प्रश्न 4. अर्द्धचालकों की चालकता- (2017)

- (i) ताप पर निर्भर नहीं करती (ii) ताप बढ़ने पर घटती है
(iii) ताप बढ़ने पर बढ़ती है (iv) ताप घटने पर घटती है

उत्तर—

प्रश्न 5. निम्न में से कौन-सा कथन सत्य नहीं है? (2018)

- (i) अर्द्धचालक का प्रतिरोध तापमान बढ़ाने पर कम हो जाता है
(ii) वैद्युत क्षेत्र में कोटर (होल) इलेक्ट्रॉन की गति के विपरीत दिशा में गति करता है।
(iii) धातु का प्रतिरोध तापमान बढ़ाने पर कम हो जाता है।
(iv) N-टाइप के अर्द्धचालक उदासीन होते हैं

उत्तर—

प्रश्न 6. एक p-टाइप अर्द्धचालक होता है- (2018)

- (i) धनावेशित (ii) ऋणावेशित
(iii) उदासीन
(iv) धनावेशित या ऋणावेशित कोई

उत्तर—

प्रश्न 7. शुद्ध सिलिकॉन के n-टाइप अर्द्धचालक बनाने के लिए इसमें अपद्रव्य पदार्थ मिलाते हैं- (2014)

- (i) ऐलुमिनियम (ii) लोहा
(iii) बोरॉन (iv) ऐण्टीमनी

उत्तर—

प्रश्न 8. n-टाइप अर्द्धचालक में वैद्युत चालन का कारण है- (2016)

- (i) इलेक्ट्रॉन (ii) कोटर
(iii) प्रोटॉन (iv) पॉज़िट्रॉन

उत्तर—

प्रश्न 9. कोटर (छिद्र) अधिसंख्य आवेश वाहक होते हैं- (2017)

- (i) नैज अर्द्धचालकों में (ii) n-प्रकार के अर्द्धचालकों में
(iii) p-प्रकार के अर्द्धचालकों में (iv) धातुओं में

उत्तर—

प्रश्न 10. p-प्रकार का अर्द्धचालक बनाने के लिए शुद्ध जर्मेनियम में मिलाया जाने वाला अपद्रव्य होता है- (2011, 15, 17)

- (i) फॉस्फोरस (ii) ऐण्टीमनी
(iii) ऐलुमिनियम (iv) आर्सेनिक

उत्तर—

प्रश्न 11. p-टाइप चालक प्राप्त करने के लिए जर्मेनियम में थोड़ा अपद्रव्य मिलाया जाता है। अपद्रव्य की संयोजकता है- (2018)

- (i) 1 (ii) 2 (iii) 3 (iv) 5

उत्तर—

प्रश्न 12. p-n सन्धि डायोड के अवक्षय परत में होते हैं- (2012, 17, 19)

- (i) केवल कोटर (ii) केवल इलेक्ट्रॉन
(iii) इलेक्ट्रॉन तथा कोटर दोनों (iv) न इलेक्ट्रॉन तथा न कोटर

उत्तर—

प्रश्न 13. जब p-n सन्धि पर अग्रदिशिक बायस अनुप्रयुक्त किया जाता है, तब यह (NCERT)

- (i) विभव रोधक बढ़ाता है
(ii) बहुसंख्यक वाहक धारा को शून्य कर देता है
(iii) विभव रोधक को कम कर देता है
(iv) उपरोक्त में से कोई नहीं

उत्तर—

प्रश्न 14. एक n-p-n ट्रांजिस्टर में संग्राहक धारा 24 mA है। यदि संग्राहक की ओर 80% इलेक्ट्रॉन पहुँचते हैं तो आधार धारा है- (2014)

- (i) 3 mA (ii) 16 mA
(iii) 6 mA (iv) 36 mA

उत्तर—

प्रश्न 15. एक ट्रांजिस्टर के उभयनिष्ठ उत्सर्जक प्रवर्धक के लिए शक्ति प्रवर्धन A_p तथा वोल्टेज प्रवर्धन A_v हो, तब धारा प्रवर्धन होगा- (2018, 19)

- (i) $A_p \times A_v$ (ii) $\frac{A_p}{A_v}$
(iii) $\frac{A_v}{A_p}$ (iv) $\sqrt{A_p \times A_v}$

उत्तर—

प्रश्न 16. ट्रांजिस्टर के उत्सर्जक पर लगाया गया तीर संकेत करता है- (2019)

- (i) इलेक्ट्रॉन के प्रवाह की दिशा
(ii) धनात्मक वोल्टता बिन्दु
(iii) धनात्मक धारा प्रवाह की दिशा
(iv) भौम संबन्धन

उत्तर—

प्रश्न 17. दो निवेशी टर्मिनलों वाले OR गेट का निर्गत् केवल तब 0 होता है जब- (2013, 16)

- (i) कोई एक निवेशी 1 हो (ii) दोनों निवेशी 1 हों
(iii) कोई एक निवेशी 0 हो (iv) इसके दोनों निवेशी 0 हों

उत्तर—

प्रश्न 18. OR गेट में एक निवेश 0 एवं दूसरा 1 है, निर्गत् होगा- (2017)

- (i) 0 (ii) 1
(iii) 0 या 1 (iv) इनमें से कोई नहीं

उत्तर—

प्रश्न 19. निम्नांकित लॉजिक निकाय निरूपित करता है- (2016)



- (i) NAND गेट (ii) OR गेट
(iii) AND गेट (iv) NOT गेट

उत्तर—

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न 1 अंक

प्रश्न 1. ऊर्जा बैंड किसे कहते हैं? (2018)

उत्तर— किसी निश्चित लघु ऊर्जा परिसर में अत्यन्त निकट रूप से स्थित ऊर्जा स्तरों की एक बड़ी संख्या का समूह ऊर्जा बैंड कहलाता है।

प्रश्न 2. ठोसों में उपस्थित ऊर्जा बैंडों के नाम लिखिए। (2014, 15, 17, 19)

उत्तर— चालन बैंड तथा संयोजी बैंड।

प्रश्न 3. सिलिकॉन में वर्जित बैंड की ऊर्जा कितनी होती है?

उत्तर— 1.1 eV लगभग।

प्रश्न 4. अर्द्धचालक क्या होता है? किसी एक अर्द्धचालक का नाम लिखिए।

(2011)

उत्तर— वे ठोस पदार्थ जिनकी वैद्युत चालकता, चालकों से कम; परन्तु अचालकों से अधिक होती है, अर्द्धचालक कहलाते हैं। उदाहरण—जर्मेनियम।

प्रश्न 5. ताप बढ़ाने पर अर्द्धचालक के प्रतिरोध में क्या परिवर्तन होता है?

(2011)

या किसी अर्द्धचालक का ताप बढ़ाने से उसकी वैद्युत चालकता क्यों बढ़ जाती है?

उत्तर— ताप बढ़ाने पर सहसंयोजक बन्ध टूट जाने के कारण अर्द्धचालक के मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ जाती है जिससे अर्द्धचालक की चालकता बढ़ जाती है, अर्थात् उसका प्रतिरोध कम हो जाता है।

प्रश्न 6. जर्मेनियम को किस प्रकार से p -टाइप का अर्द्धचालक बनाया जाता है?

उत्तर— इसमें त्रिसंयोजी अपद्रव्य (ऐलुमिनियम) मिलाकर।

प्रश्न 7. p -क्रिस्टल तथा n -क्रिस्टल में बहुसंख्यक आवेश वाहकों के नाम बताइए।

(2013)

उत्तर— p -क्रिस्टल में बहुसंख्यक आवेश वाहक कोटर तथा n -क्रिस्टल में बहुसंख्यक आवेश वाहक इलेक्ट्रॉन होते हैं।

important FACTS

★ परम शून्य ताप (0 K) पर अर्द्धचालक के चालन बैंड में कोई इलेक्ट्रॉन नहीं होता है, अतः यह एक अचालक की भाँति व्यवहार करता है परन्तु ताप में वृद्धि होने पर ऊष्मीय विक्षोभ के कारण संयोजी बैंड में उपस्थित कुछ इलेक्ट्रॉन ऊर्जा प्राप्त कर चालन बैंड में चले जाते हैं, अतः संयोजी बैंड में इलेक्ट्रॉन के स्थान पर एक रिक्ति हो जाती है। इलेक्ट्रॉन की यह रिक्ति ही कोटर कहलाती है।

★ निज अर्द्धचालक में, $n_e = n_h = n_i$
जहाँ $n_e \rightarrow$ अर्द्धचालक के चालन बैंड में इलेक्ट्रॉन घनत्व, $n_h \rightarrow$ अर्द्धचालक के संयोजी बैंड में कोटर घनत्व तथा $n_i \rightarrow$ अर्द्धचालक में इलेक्ट्रॉन अथवा कोटर का घनत्व है।

★ किसी अर्द्धचालक पर वैद्युत क्षेत्र लगाने पर उसके चालन बैंड में उपस्थित इलेक्ट्रॉनों की वैद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में गति के कारण धारा I_e व संयोजी बैंड में उपस्थित कोटरों की वैद्युत क्षेत्र की दिशा में गति के कारण धारा I_h बहती है, अतः अर्द्धचालक में प्रवाहित कुल धारा $I = I_e + I_h$ होती है।

प्रश्न 8. अर्द्ध-तरंगी दिष्टकरण में, यदि निवेश आवृत्ति 50 Hz है तो निर्गम आवृत्ति क्या है? समान निवेश आवृत्ति हेतु पूर्ण तरंग दिष्टकारी की निर्गम आवृत्ति क्या है?

(NCERT)

उत्तर— अर्द्ध-तरंग दिष्टकारी के लिए निर्गम आवृत्ति 50 Hz ही रहेगी परन्तु पूर्ण-तरंग दिष्टकारी के लिए निर्गम आवृत्ति दोगुनी अर्थात् 100 Hz होगी।

प्रश्न 9. n -टाइप सिलिकॉन अर्द्धचालक बनाने के लिए शुद्ध सिलिकॉन में कौन-सा अपद्रव्य मिलाना चाहिए? इस अपद्रव्य तत्व की संयोजकता क्या होगी?

(2017)

उत्तर— आर्सेनिक (अथवा ऐन्टिमनी), संयोजकता—5

प्रश्न 10. p -प्रकार का अर्द्धचालक क्या है?

(2012)

उत्तर— शुद्ध जर्मेनियम अर्द्धचालक क्रिस्टल में त्रिसंयोजी अपद्रव्य मिलाने से बना वह बाह्य अर्द्धचालक जिसमें आवेश वाहक धनावेशित कोटर होते हैं, p -प्रकार का अर्द्धचालक कहलाता है।

प्रश्न 11. सन्धि डायोड में अवक्षय परत से आप क्या समझते हैं?

(2010)

या p - n डायोड में अवक्षय परत से आप क्या समझते हैं?

(2011)

या p - n संधि डायोड में अवक्षय परत का अर्थ समझाइए।

(2017)

उत्तर— अवक्षय परत—सन्धि डायोड में p - n सन्धि के निकट दोनों ओर वह क्षेत्र जिसमें कोई स्वतन्त्र आवेश वाहक उपलब्ध नहीं होते हैं, अवक्षय परत कहलाती है।

प्रश्न 12. सन्धि डायोड में विभव प्राचीर से क्या तात्पर्य है?

(2018)

उत्तर— सन्धि डायोड में अवक्षय परत के सिरों के मध्य उत्पन्न वि०वा० बल को विभव-प्राचीर या सम्पर्क विभव कहते हैं।

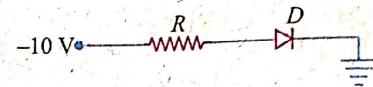
प्रश्न 13. अवक्षय परत की चौड़ाई पर क्या प्रभाव पड़ेगा, यदि अग्र-अभिनत विभव बढ़ा दिया जाए?

(2013)

उत्तर— कम हो जाएगी।

प्रश्न 14. दिए गये चित्र में सन्धि डायोड D अग्र अभिनत है अथवा उत्क्रम-अभिनत है?

(2014)



उत्तर— दिय गये चित्र में सन्धि डायोड D उत्क्रम अभिनत है।

प्रश्न 15. एक p - n संधि के सिरों के मध्य विभव प्राचीर (potential barrier) 0.40 वोल्ट है। यदि अवक्षय परत (depletion region) 0.3 माइक्रोमीटर चौड़ी हो तो इस क्षेत्र में विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

(2019)

हल— दिया है, विभव प्राचीर, $V = 0.40$ वोल्ट

अवक्षय परत की चौड़ाई $= 0.3 \mu\text{m}$

$$= 0.3 \times 10^{-6} \text{ मी} = 3 \times 10^{-7} \text{ मी}$$

$$\therefore \text{विद्युत क्षेत्र की तीव्रता, } E = \frac{V}{d} = \frac{0.40}{3 \times 10^{-7}} = 1.1 \times 10^{-6}$$

प्रश्न 16. जेनर डायोड का प्रतीक चिन्ह बनाइए।

(2017)

उत्तर—



प्रश्न 17. फोटो-डायोड में p - n सन्धि डायोड किस प्रकार से संयोजित किया जाता है? इसका क्या उपयोग है?

(2016)

उत्तर— फोटो डायोड प्रकाश संवेदनशील अर्द्धचालक से बना p - n सन्धि डायोड है, जो उत्क्रम अभिनति में कार्य करता है।

फोटो डायोड का उपयोग प्रकाश संसूचक के रूप में प्रकाश संचालित कुंजियों तथा कम्प्यूटर पंच कार्डों आदि के पढ़ने में किया जाता है।

प्रश्न 18. LED का पूरा नाम लिखिए।

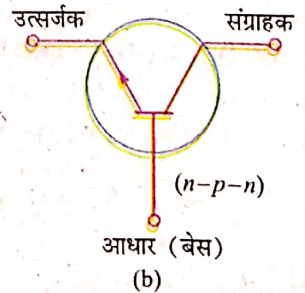
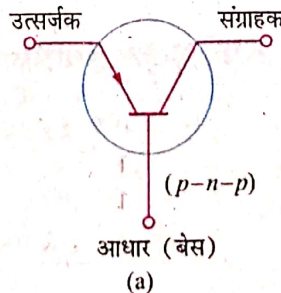
(2015)

उत्तर— Light Emitting Diode (प्रकाश उत्सर्जक डायोड)।

प्रश्न 19. p - n - p तथा n - p - n ट्रांजिस्टरों के नामांकित प्रतीक चिह्न (परिपथ प्रतीक) बनाइए।

(2010, 12, 16, 17, 19)

हल—



प्रश्न 20. $n-p-n$ ट्रांजिस्टर से आप क्या समझते हैं? (2012)

उत्तर— वह ट्रांजिस्टर जिसमें p -टाइप अर्द्धचालक की एक बहुत महीन तराश (slice) को n -टाइप अर्द्धचालकों के दो छोटे-छोटे गुटकों के बीच दबाकर बनाया जाता है, $n-p-n$ ट्रांजिस्टर कहलाता है।

प्रश्न 21. ट्रांजिस्टर की संग्राहक धारा, आधार धारा तथा उत्सर्जक धारा में क्या सम्बन्ध होता है? (2013, 16)

उत्तर— उत्सर्जक धारा = आधार धारा + संग्राहक धारा

प्रश्न 22. $n-p-n$ तथा $p-n-p$ ट्रांजिस्टरों में कौन-सा ट्रांजिस्टर अधिक श्रेष्ठ है और क्यों? (2010, 17)

उत्तर— $n-p-n$ ट्रांजिस्टर में आवेश वाहक मुक्त इलेक्ट्रॉन होते हैं तथा $p-n-p$ ट्रांजिस्टर में आवेश वाहक कोटर होते हैं। परन्तु कोटरों की गतिशीलता से मुक्त इलेक्ट्रॉनों की गतिशीलता अधिक होती है। इसीलिए $p-n-p$ की तुलना में $n-p-n$ ट्रांजिस्टर अधिक उपयोगी है।

प्रश्न 23. उभयनिष्ठ आधार परिपथ में किसी ट्रांजिस्टर का धारा लाभ 0.98 है। यदि उत्सर्जक धारा में 5.0 मिली ऐम्पियर का परिवर्तन हो तो संग्राहक धारा में परिवर्तन ज्ञात कीजिए। (2015, 18)

हल— $\alpha = 0.98$, $\Delta i_E = 5.0$ मिलीऐम्पियर, $\Delta i_C = ?$

$\Delta i_C = \alpha \cdot \Delta i_E = 0.98 \times 5 = 4.9$ मिली ऐम्पियर

प्रश्न 24. एक ट्रांजिस्टर प्रवर्धक के लिए $\beta = 30$, लोड प्रतिरोध $R_L = 4 \text{ k}\Omega$ तथा निवेशी प्रतिरोध $R_i = 400 \Omega$ है। इसका वोल्टता प्रवर्धन ज्ञात कीजिए। (NCERT)

हल— वोल्टता प्रवर्धनांक, $A = \beta \left(\frac{R_L}{R_i} \right) = 30 \left(\frac{4 \times 10^3 \cdot \Omega}{400 \Omega} \right) = 300$

प्रश्न 25. NOT गेट का परिपथ चिह्न बनाइए। (2010, 17)

उत्तर—

प्रश्न 26. NOT गेट में कितने निवेश तथा कितने निर्गम होते हैं?

उत्तर— 1 निवेश तथा 1 निर्गम।

प्रश्न 27. NOT गेट की सत्यता सारणी दीजिए। (2017)

उत्तर—

A	Y
0	1
1	0

प्रश्न 28. OR गेट का तर्क प्रतीक (लॉजिक प्रतीक) दीजिए। (2010, 15, 17, 19)

उत्तर—

प्रश्न 29. OR गेट की सत्यता सारणी दीजिए। (2010, 11, 15, 17, 19)

उत्तर—

A	B	$Y = A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

प्रश्न 30. OR गेट का बूलियन व्यंजक लिखिए। (2017)

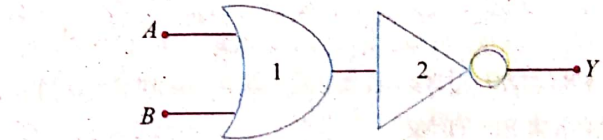
उत्तर— $A + B = Y$

प्रश्न 31. प्रदर्शित लॉजिक परिपथ के लिए निर्गत सिगनल Y का बूलियन व्यंजक लिखिए। (2018)



उत्तर— $Y = \overline{A + B}$

प्रश्न 32. नीचे दिये गये लॉजिक परिपथ में लॉजिक गेटों 1 व 2 को पहचानिए- (2011)



उत्तर— (1) OR गेट तथा (2) NOT गेट।

प्रश्न 33. AND गेट का लॉजिक प्रतीक बनाइए। (2010, 17)

उत्तर—

प्रश्न 34. AND गेट की सत्यता सारणी दीजिए। (2010, 12, 19)

उत्तर—

A	B	$Y = A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

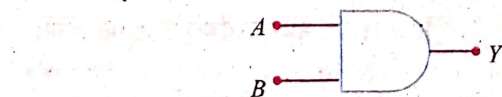
प्रश्न 35. AND गेट का प्रतीक चिह्न, बूलियन व्यंजक एवं सत्यता सारणी बनाइए। (2016, 18, 19)

उत्तर— बूलियन व्यंजक $Y = A \cdot B$

सत्यता सारणी

A	B	$Y = A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

प्रतीक चिह्न

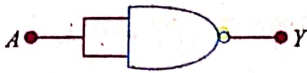


प्रश्न 36. NAND गेट का प्रतीक चिह्न बनाइए तथा इसका बूलियन व्यंजक लिखिए। (2015, 19)

उत्तर—

बूलियन व्यंजक $Y = \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

प्रश्न 37. नीचे दिए गए चित्र में संयोजित NAND गेट संयोजित परिपथ की सत्यमान सारणी बनाइए। (NCERT)



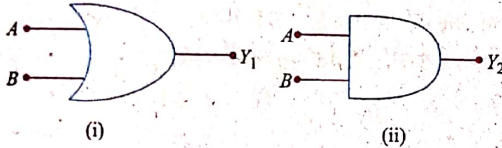
अतः इस परिपथ द्वारा की जाने वाली यथार्थ तर्क संक्रिया का अभिनिर्धारण कीजिए।

हल— यहाँ NAND गेट के दोनों निवेशी टर्मिनल एक साथ जोड़ दिये गये हैं। इस प्रकार एक निवेश के लिए एक ही निर्गम Y है। अतः दिए गये परिपथ की सत्यता सारणी निम्न प्रकार लिखी जा सकती है—

A	B = A	A · B	Y = A · B
0	0	0	1
1	1	1	0

अतः $Y = \bar{A}$ । इसलिए दिया गया परिपथ NOT तर्क संक्रिया पर कार्य करेगा।

प्रश्न 38. चित्र में प्रदर्शित लॉजिक गेटों के लिये यदि $A = 0$ तथा $B = 1$ तो Y_1 तथा Y_2 के मान लिखिए। (2018, 19)



उत्तर—दिया है, $A = 0$ तथा $B = 1$

(i) $Y_1 = 0 + 1 = 1$

(ii) $Y_2 = A \cdot B = 0 \cdot 1 = 0$

लघु उत्तरीय प्रश्न 2 अंक

प्रश्न 1. एक p-n सन्धि डायोड का अग्र अभिनत की स्थिति में प्रतिरोध 25Ω है। अग्र अभिनत विभव में कितना परिवर्तन किया जाए कि धारा में 2 मिली ऐम्पियर का परिवर्तन हो जाए? (NCERT)

हल— अग्र अभिनत स्थिति में p-n सन्धि डायोड का प्रतिरोध $R = 25 \Omega$ तथा धारा में परिवर्तन $\Delta I = 2$ मिली ऐम्पियर $= 2 \times 10^{-3}$ ऐम्पियर। माना अग्र अभिनत विभव में परिवर्तन ΔV है।

$$R = \frac{\Delta V}{\Delta I}$$

अतः $\Delta V = R \times \Delta I = 25 \text{ ओम} \times 2 \text{ मिली ऐम्पियर} = 50 \text{ मिली ऐम्पियर}$

प्रश्न 2. कोई p-n फोटोडायोड 2.8 eV बैंड अन्तराल वाले अर्द्धचालक से संविरचित है। क्या यह 6000 nm की तरंगदैर्घ्य का संसूचन कर सकता है? (NCERT)

हल— $\lambda = 6000 \text{ nm} = 6000 \times 10^{-9} \text{ मी. तरंगदैर्घ्य के संगत फोटॉन की ऊर्जा,}$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \left[\frac{(6.6 \times 10^{-34}) \times (3 \times 10^8)}{6000 \times 10^{-9}} \right] \text{ जूल}$$

$$= 3.3 \times 10^{-20} \text{ जूल}$$

$$= (3.3 \times 10^{-20} + 16 \times 10^{-19}) \text{ eV} \approx 0.2 \text{ eV}$$

यह फोटॉन ऊर्जा (0.2 eV) बैंड रिक्ति (2.8 eV) से काफी कम है। अतः फोटो डायोड दी गयी तरंगदैर्घ्य का संसूचन नहीं कर सकता है।

प्रश्न 3. एक n-p-n ट्रांजिस्टर में 10^{-6} सेकण्ड में 10^{10} इलेक्ट्रॉन उत्सर्जक में प्रवेश करते हैं। 2% इलेक्ट्रॉन आधार में क्षय हो जाते हैं। उत्सर्जक

धारा (I_E), आधार धारा (I_B) तथा संग्राहक धारा (I_C) के मान ज्ञात कीजिए। (NCERT)

हल— यहाँ $t = 10^{-6}$ सेकण्ड में उत्सर्जक में प्रवेश करने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या $n = 10^{10}$ तथा इलेक्ट्रॉन पर आवेश $e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

$$\therefore \text{उत्सर्जक धारा } I_E = \frac{ne}{t} = \left(\frac{10^{10} \times 1.6 \times 10^{-19}}{10^{-6}} \right) \text{ ऐम्पियर}$$

$$= 1.6 \times 10^{-3} \text{ ऐम्पियर} = 1.6 \text{ मिली ऐम्पियर}$$

यहाँ उतने ही समय में आधार में क्षय इलेक्ट्रॉनों की संख्या $n' = n$ का $2\% = 10^{10} \times \frac{2}{100} = 2 \times 10^8$

$$\therefore \text{आधार धारा } I_B = \frac{n'e}{t} = \left(\frac{(2 \times 10^8)(1.6 \times 10^{-19})}{10^{-6}} \right) \text{ ऐम्पियर}$$

$$= 0.032 \times 10^{-3} \text{ ऐम्पियर}$$

$$= 0.032 \text{ मिली ऐम्पियर}$$

उत्सर्जक धारा $I_E = I_B + I_C$

$$\therefore \text{संग्राहक धारा } I_C = I_E - I_B$$

$$= 1.6 \text{ मिली ऐम्पियर} - 0.032 \text{ मिली ऐम्पियर}$$

$$= 1.568 \text{ मिली ऐम्पियर}$$

प्रश्न 4. एक उभयनिष्ठ उत्सर्जक प्रवर्धक में आधार धारा में 50 माइक्रो-ऐम्पियर की वृद्धि होने पर संग्राहक धारा में 1.0 मिली-ऐम्पियर की वृद्धि हो जाती है। धारा लाभ β की गणना कीजिए। उत्सर्जक धारा में परिवर्तन भी ज्ञात कीजिए। (2017)

हल— दिया है, $\Delta I_B = 50 \text{ माइक्रो-ऐम्पियर} = 50 \times 10^{-6} \text{ ऐम्पियर}$
 $\Delta I_C = 1.0 \text{ मिली ऐम्पियर} = 10 \times 10^{-3} \text{ ऐम्पियर}$

$$\text{धारा लाभ, } \beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} = \frac{10 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-6}} = 20$$

उत्सर्जक धारा $I_E = I_B + I_C$

अतः $\Delta I_E = \Delta I_B + \Delta I_C$

$$= 50 \times 10^{-6} + 10 \times 10^{-3} = 50 \times 10^{-6} + 1000 \times 10^{-6}$$

$$= 1050 \times 10^{-6} \text{ ऐम्पियर} = 1050 \text{ माइक्रो-ऐम्पियर}$$

$$= 1.05 \text{ मिली-ऐम्पियर}$$

प्रश्न 5. उभयनिष्ठ उत्सर्जक ट्रांजिस्टर प्रवर्धक के लिए धारा लाभ 59 है। यदि उत्सर्जक धारा 6.0 mA हो तो ज्ञात कीजिए—(a) संग्राहक धारा, (b) आधार धारा। (NCERT)

हल— यहाँ, $\beta = 59$; $I_E = 6.0 \text{ mA}$

(a) $\therefore \alpha = \frac{\beta}{1 + \beta} = \frac{59}{1 + 59} = \frac{59}{60}$

परन्तु $\alpha = \frac{I_C}{I_E} \Rightarrow \frac{I_C}{I_E} = \frac{59}{60}$

या $I_C = \frac{59}{60} \times I_E$

$$\therefore I_C = \frac{59}{60} \times 6.0 \text{ mA} = 5.9 \text{ mA}$$

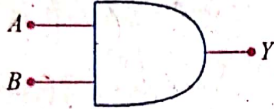
(b) $I_B = I_E - I_C = (6.0 - 5.9) \text{ mA} = 0.1 \text{ mA}$

प्रश्न 6. तर्क (लॉजिक) गेट से आप क्या समझते हैं? लॉजिक गेट क्या होते हैं?

निम्नलिखित सत्यता सारणी एक-एक निवेशी लॉजिक गेट के निर्गम को दिखाती है। प्रयुक्त तर्क गेट को पहचानिए तथा इसका तर्क प्रतीक बनाइए। (2012, 16)

A	B	निर्गम
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

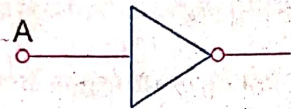
उत्तर— तर्क (लॉजिक) गेट—“वह डिजिटल परिपथ जो निवेश (input) तथा निर्गम (output) के बीच तर्कपूर्ण सम्बन्धों के अनुसार कार्य करता है, लॉजिक गेट कहलाता है।”



दी गयी सत्यता सारणी AND गेट की है। इसका तर्क प्रतीक चित्र 14.28 में दिखाया गया है।

प्रश्न 7. NOT गेट का प्रतीक, बूलियन व्यंजक तथा इसकी सत्यता सारणी दीजिए। (2019)

उत्तर— NOT गेट का प्रतीक

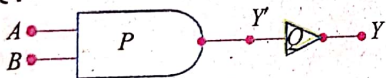


बूलियन व्यंजक, $Y = \bar{A}$

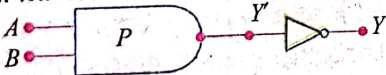
सत्यता सारणी

A	Y
0	1
1	0

प्रश्न 8. चित्र में प्रदर्शित P व Q गेटों के संयोजन से किस प्रकार का गेट प्राप्त होता है? (2017)



या दिए गए लॉजिक परिपथ का बूलियन व्यंजक तथा सम्पूर्ण सत्यता सारणी लिखिए। (2018, 19)



उत्तर— NAND गेट सत्यता सारणी—

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

दिए गए लॉजिक परिपथ का बूलियन व्यंजक निम्न है— $Y = \overline{A \cdot B}$ तथा इसे 'A AND B negated equal Y' पढ़ा जाता है।

प्रश्न 9. दर्शाइए कि दिया गया परिपथ OR गेट की भाँति व्यवहार करता है—



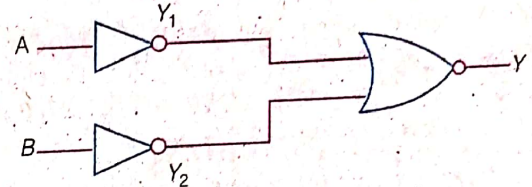
उत्तर— चित्र में पहला गेट NOR गेट है। इसके निर्गत को NOT गेट का निवेशी बनाया गया है जिसका निर्गत Y है।

NOR गेट का निर्गत, $C = \overline{A + B}$
NOT गेट का निर्गत, $Y = \bar{C} = \overline{\overline{A + B}} = A + B$

यह OR गेट का बूलियन व्यंजक है।

अतः दिया गया परिपथ OR गेट की भाँति व्यवहार करता है।

प्रश्न 10. आरेख में दर्शाये गए परिपथ के तुल्य गेट को पहचान कर उसका नाम लिखिए। इस गेट की सत्यता सारणी तथा बूलियन व्यंजक लिखिए।



(2019)

हल— AND गेट

सत्यता सारणी

A	B	$Y_1 = \bar{A}$	$Y_2 = \bar{B}$	Y
0	0	1	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1

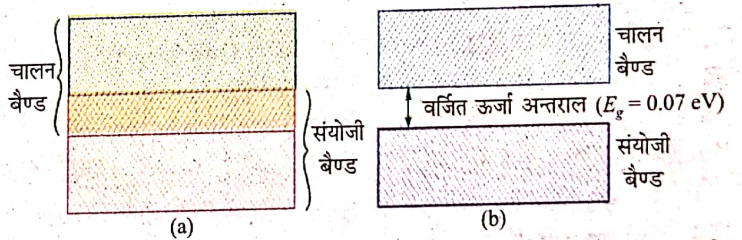
बूलियन व्यंजक

यहाँ, $Y_1 = \bar{A}$, $Y_2 = \bar{B}$ तथा $Y = \overline{\bar{A} + \bar{B}} = \bar{A} \cdot \bar{B} = A \cdot B$

लघु उत्तरीय प्रश्न 3 अंक

प्रश्न 1. ऊर्जा बैंड के आधार पर चालक, अचालक एवं अर्द्धचालकों में अन्तर स्पष्ट कीजिए। (2017, 18, 19)

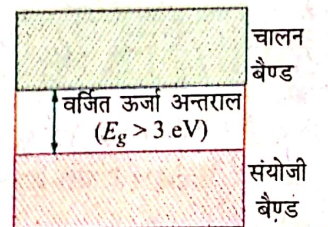
उत्तर— चालक (Conductors)—“वे पदार्थ जिनमें वैद्युत आवेश आसानी से प्रवाहित हो सके तथा जिनमें मुक्त इलेक्ट्रॉन बड़ी संख्या में उपस्थित रहते हों, चालक कहलाते हैं।” जैसे—चाँदी, ताँबा, ऐलुमिनियम, सोना, पारा इत्यादि। चालकों का प्रतिरोध ताप-गुणांक धनात्मक होता है इसीलिए ताप के बढ़ने पर इनका वैद्युत प्रतिरोध बढ़ता है, परन्तु वैद्युत चालकता कम होती है।



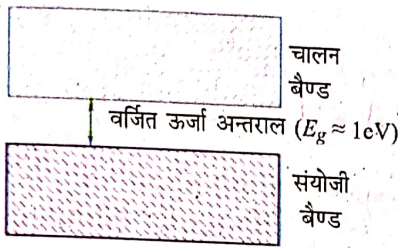
अचालक (Insulators)—“वे पदार्थ जिनमें वैद्युत आवेश कठिनता से प्रवाहित हो तथा जिनमें मुक्त इलेक्ट्रॉन नहीं होते अथवा कम संख्या में होते हैं, अचालक कहलाते हैं।” इन पदार्थों के बाहरी कक्षा के इलेक्ट्रॉन दृढ़तापूर्वक नाभिक से बँधे रहते हैं इसलिए वैद्युत-क्षेत्र लगाने पर इनमें वैद्युत आवेशों का प्रवाह कठिनता से होता है। इनकी प्रतिरोधकता बहुत अधिक अर्थात् लगभग अनन्त होती है; जैसे—लकड़ी, ऐबोनाइट, काँच, अभ्रक आदि।

अर्द्ध-चालक (Semi-conductors)—

“वे पदार्थ जिनकी वैद्युत-चालकता चालकों एवं अचालकों के मध्य होती है, अर्द्ध-चालक कहलाते हैं।” जैसे—कार्बन, सिलिकॉन (Silicon) तथा जर्मेनियम अर्द्ध-चालक हैं। ये पदार्थ न तो पूर्ण रूप से चालक ही होते हैं और न ही पूर्ण रूप से



अचालक। अर्द्ध-चालकों में बाहरी इलेक्ट्रॉन न तो परमाणु से इतनी दृढ़ता से बंधे होते हैं जितने कि अचालकों में और न इतने ढीले बंधे होते हैं जितने कि चालकों में। इनका प्रतिरोध ताप-गुणांक ऋणात्मक होता है।



इसीलिए ताप के बढ़ने पर इनका वैद्युत प्रतिरोध घटता है, परन्तु इनकी वैद्युत-चालकता ताप बढ़ने पर बढ़ती है तथा ताप घटने पर घटती है। परम शून्य ताप पर अर्द्ध-चालक एक आदर्श अचालक की भाँति व्यवहार करता है।

Important FACTS

★ अपद्रव्य दो प्रकार के होते हैं—

(i) दाता अपद्रव्य—वे अपद्रव्य जो अर्द्धचालक को चालक इलेक्ट्रॉन प्रदान करते हैं, दाता अपद्रव्य कहलाते हैं। ये अपद्रव्य 5 संयोजकता वाले पदार्थ होते हैं। जैसे—आर्सेनिक, ऐन्टिमनी आदि।

(ii) ग्राही अपद्रव्य—वे अपद्रव्य जो अर्द्धचालक से एक इलेक्ट्रॉन ग्रहण करने की प्रवृत्ति रखते हैं, ग्राही अपद्रव्य कहलाते हैं। ये अपद्रव्य 3 संयोजकता वाले पदार्थ होते हैं; जैसे—ऐलुमिनियम, बोरॉन आदि।

प्रश्न 2. अर्द्धचालक क्या है? नैज अर्द्धचालक और बाह्य अर्द्धचालक में अन्तर लिखिए। (2019)

उत्तर— उपर्युक्त लघुउत्तरीय प्रश्न 1 का उत्तर देखें।

नैज अर्द्धचालक और बाह्य अर्द्धचालक में अन्तर—

नैज अर्द्धचालक—शुद्ध अर्द्धचालक जिसमें कोई अपद्रव्य या अशुद्धि न मिली हो, नैज अर्द्धचालक कहलाता है। जैसे—शुद्ध जर्मेनियम तथा सिलिकॉन आदि।

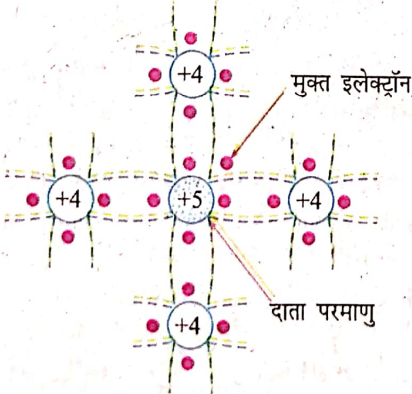
बाह्य अर्द्धचालक—नैज अर्द्धचालकों की वैद्युत चालकता बहुत कम होती है परन्तु यदि उसमें संयोजकता 5 अथवा 3 वाले किसी पदार्थ की अल्प मात्रा अपद्रव्य या अशुद्धि (impurity) के रूप में मिला दी जाए तो अर्द्धचालक की चालकता बहुत अधिक बढ़ जाती है। निज अर्द्धचालक में अपद्रव्य मिलाने की यह क्रिया अपमिश्रण अथवा मादित (doping) करना कहलाती है तथा अपद्रव्य मिले ऐसे अर्द्धचालक को बाह्य अर्द्धचालक कहते हैं।

प्रश्न 3. n -प्रकार का अर्द्धचालक क्या है? इसकी रचना समझाइए। (2010)

या n -टाइप अर्द्धचालक से क्या तात्पर्य है? (2012)

उत्तर— n -टाइप अर्द्धचालक (n -Type Semi-conductor)—जब 5 संयोजकता वाला (अर्थात् पंच संयोजी) कोई अपद्रव्य; जैसे—आर्सेनिक, फॉस्फोरस, ऐन्टिमनी आदि

शुद्ध जर्मेनियम अर्द्धचालक में मिला दिया जाता है, तो इस अशुद्ध अर्द्धचालक में अपद्रव्य पदार्थ के परमाणु के पाँच संयोजक इलेक्ट्रॉनों में से चार इलेक्ट्रॉन इसके निकटतम चार जर्मेनियम परमाणुओं में प्रत्येक के एक-एक इलेक्ट्रॉन के साथ साझेदारी करके सह-संयोजक बन्ध बना लेते हैं तथा शेष पाँचवाँ संयोजक इलेक्ट्रॉन अशुद्ध क्रिस्टल में गति करने के लिए स्वतन्त्र रह जाता है। यह ऋण आवेश वाहक ही अर्द्धचालक में वैद्युत चालन के लिए उत्तरदायी है।



इस प्रकार शुद्ध जर्मेनियम में पंच संयोजी अपद्रव्य मिलाने से मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ जाती है जिससे अर्द्धचालक की वैद्युत चालकता भी बढ़ जाती है।

अशुद्ध अर्द्धचालक के सिरों के बीच वैद्युत विभवान्तर स्थापित करने से अर्द्धचालक में वैद्युत-क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। इसके कारण मुक्त इलेक्ट्रॉन, क्षेत्र की विपरीत दिशा में गति करने लगते हैं, जिससे अर्द्धचालक में धारा प्रवाह होने लगता है।

इस प्रकार के अपद्रव्य मिले अशुद्ध अर्द्धचालक में आवेशवाहक ऋणावेशित मुक्त इलेक्ट्रॉन ही होते हैं, इसीलिए इस प्रकार के अशुद्ध अर्द्धचालक को n -टाइप अर्द्धचालक कहते हैं।

n -टाइप अर्द्धचालक में मिला पंच संयोजी अपद्रव्य परमाणु मुक्त इलेक्ट्रॉन देता है। अतः इस प्रकार के अपद्रव्य परमाणुओं को दाता परमाणु (donor atoms) कहते हैं तथा n -टाइप शुद्ध अर्द्धचालक को दाता प्रकार का (donor type) अर्द्धचालक भी कहते हैं।

n -प्रकार अर्द्धचालक क्रिस्टल में जितने चलनशील इलेक्ट्रॉन होते हैं उतनी ही संख्या में स्थिर धनात्मक अपद्रव्यदाता आयन होते हैं।

प्रश्न 4. फोटो डायोड प्रकाश संसूचक के रूप में कार्य करता है। इस कथन की पुष्टि कीजिए। (2017)

या फोटो डायोड क्या है? प्रकाश संसूचक के रूप में इसके अनुप्रयोग को समझाइए। (2018)

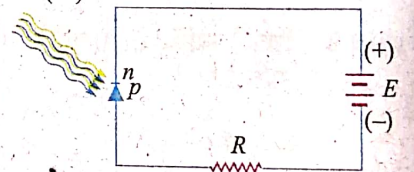
उत्तर— फोटो-डायोड एक प्रकाश संवेदनशील अर्द्धचालक से बनी ऐसी p - n सन्धि है जो पश्च-दिशिक होती है। यह डायोड सन्धि प्रकाश-प्रभाव (junction photo effect) अर्थात् किसी p - n सन्धि पर आपतित प्रकाश के प्रभाव पर आधारित है।

फोटो-डायोड का निर्माण करने हेतु एक p - n सन्धि जिसका p -क्षेत्र काफी पतला (thin) व पारदर्शी हो, प्रकाश ($h\nu$) को एक काँच या प्लास्टिक के आवरण में इस प्रकार रखते हैं कि सन्धि के ऊपरी भाग पर प्रकाश सरलता से पहुँच सके।

आवरण में प्रयुक्त प्लास्टिक के शेष बचे भागों पर कालिख अथवा काला पेन्ट कर देते हैं। कभी-कभी इन भागों को धातु की चादरों से भी ढक दिया जाता है। यह सम्पूर्ण इकाई (unit) काफी सूक्ष्म लगभग 2 से 3 मिमी की कोटि की होती है।

फोटो-डायोड का कार्यकारी विद्युतीय परिपथ उपर्युक्त चित्र में प्रदर्शित है। जब p - n सन्धि पर बिना प्रकाश डाले पर्याप्त वोल्टेज (लगभग 0.1 वोल्ट) लगाकर पश्च दिशिक किया जाता है, तो सन्धि के दोनों ओर के अल्पसंख्यक वाहक सन्धि को पार करते हैं (क्योंकि पश्च दिशिक सन्धि अल्पसंख्यक वाहकों को सन्धि पार करने में सहयोग करती है)।

जिसके फलस्वरूप एक संतृप्त (saturated) परन्तु लघु धारा (कुछ μA की) प्रवाहित होने लगती है। जिसकी दिशा सन्धि पर n -क्षेत्र से p -क्षेत्र की ओर होती है। इस धारा को अदीप्त धारा (dark current) कहते हैं। अब यदि इसी समय p - n सन्धि पर इतनी ऊर्जा का प्रकाश जिसका परिमाण सन्धि के निषिद्ध ऊर्जा-अन्तराल E_g से अधिक ($h\nu > E_g$) हो, डाला जाये, तो p - n सन्धि पर आपतित फोटॉन अर्द्धचालक पदार्थ के सहसंयोजी बन्धों (covalent bonds) को तोड़कर इलेक्ट्रॉन-कोटर युग्म उत्पन्न करने में सक्षम हो जाते हैं। अतः सन्धि के समीप अल्पसंख्यक वाहकों का घनत्व बढ़ जाने के कारण सन्धि के पश्च दिशिक होने के फलस्वरूप भी जब ये वाहक सन्धि को पार करेंगे तो यह सन्धि पर पश्च दिशिक के कारण उत्पन्न धारा की प्रबलता को बढ़ा देगे। जिसके परिणामस्वरूप परिपथ की कुल धारा का मान बढ़ जायेगा। इस धारा को प्रकाश-धारा (photo current or photoconductive current) कहते हैं तथा यह आपतित प्रकाश के फ्लक्स के साथ लगभग समानुपात में बढ़ती है।



अर्द्धचालक इलेक्ट्रॉनिक्स : पदार्थ, युक्तियाँ तथा सरल परिपथ

फोटो-डायोड की सन्धि को प्रदीप्त करने के पश्चात् सन्धि पर पहले से ही उपलब्ध संतृप्त धारा के मान में हुए परिवर्तन को ज्ञात करके सन्धि पर आपतित प्रकाश की तीव्रता की गणना की जा सकती है। इस प्रकार यह डायोड प्रकाश संसूचक (light detector) की भाँति व्यवहार करता है।

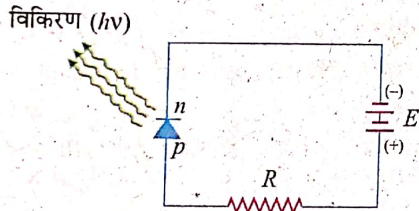
इस डायोड का उपयोग प्रकाश संचालित कुंजियों (light operated switches), कम्प्यूटर पंच कार्डों (computer punched cards) आदि को पढ़ने में किया जाता है।

प्रश्न 5. प्रकाश उत्सर्जक डायोड (LED) क्या है। एक परिपथ आरेख खींचिए और इसकी क्रियाविधि समझाइए। प्रचलित लैम्पों की तुलना में इसके लाभ बताइए।

या LED क्या है? परिपथ बनाकर इसके (V-I) अभिलाक्षणिक को प्रदर्शित कीजिए। (2016)

या LED क्या होता है? इसका सिद्धान्त समझाइए। LED में प्रयोग में आने वाले किसी अर्द्धचालक का नाम लिखिए। (2018)

उत्तर— 'LED' एक ऐसी युक्ति है जो बायसिंग बैटरी की विद्युतीय ऊर्जा का विकिरण ऊर्जा (दृश्य व अदृश्य प्रकाश व अवरक्त विकिरण) में परिवर्तन करती है।



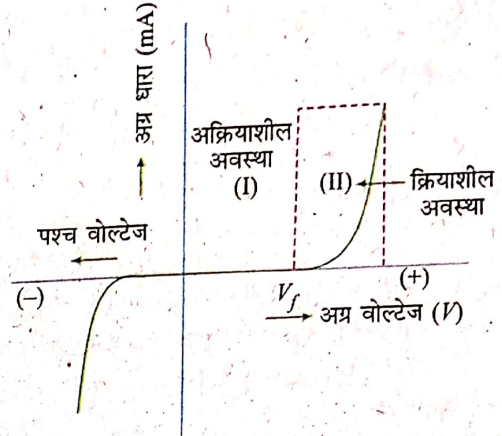
LED का प्रतीक चिन्ह तथा परिपथ आरेख नीचे दिए गए चित्र में प्रदर्शित किया गया है। LED के p -क्षेत्र को बायसिंग (अभिनत) बैटरी के धन सिरे से तथा n -क्षेत्र को बैटरी के ऋण सिरे से सम्बन्धित किया जाता है। परिपथ में एक धारा सीमा (current limiting) प्रतिरोध R लगाते हैं जो LED में प्रवाहित धारा को सुरक्षित सीमा से बढ़ जाने पर क्षतिग्रस्त होने से बचाता है।

क्रियाविधि—जब LED को अग्र दिशिक किया जाता है, तो n -क्षेत्र के इलेक्ट्रॉन कोटर सन्धि के पार करके p -क्षेत्र में तथा p -क्षेत्र के बहुसंख्यक वाहक n -क्षेत्र में पहुँच जाते हैं। इस प्रकार सन्धि सीमा पर अल्पसंख्यक वाहकों का सान्द्रण साम्यावस्था से अधिक हो जाता है। अतः पुनः साम्य स्थापित करने के लिए सन्धि सीमा के दोनों ओर ये अतिरिक्त अल्पसंख्यक वाहक बहुसंख्यक वाहकों से संयोजित हो जाते हैं। संयोजन की इस प्रक्रिया में मुक्त हुई ऊर्जा, विद्युत चुम्बकीय तरंगों (फोटॉनों) के रूप में बाहर आती है। अब ऐसे फोटॉन जिनकी ऊर्जा LED के पदार्थ के निषिद्ध ऊर्जा-बैण्ड की ऊर्जा के बराबर या उससे थोड़ी कम ($h\nu \leq E_g$) होती है, डायोड के बाहर आ जाते हैं। जैसे-जैसे अग्र धारा (forward current) का मान बढ़ता है उत्सर्जित प्रकाश की तीव्रता भी धीरे-धीरे बढ़कर महत्तम मान प्राप्त कर लेती है।

वे डायोड जिनका उपयोग संसूचन तथा शक्ति दिष्टकरण के लिए किया जाता है, अर्द्धचालकों, जैसे : जर्मेनियम व सिलिकॉन के बने होते हैं। परन्तु इन अर्द्धचालकों से बने LED दृश्य क्षेत्र (visible region) के विकिरणों का उत्सर्जन करने में असमर्थ होते हैं।

दृश्य प्रकाश उत्सर्जित करने वाले LED का निषिद्ध ऊर्जा-अन्तराल कम से कम 1.8 eV का होना चाहिए। जो कि अर्द्धचालकों में जर्मेनियम या सिलिकॉन किसी का भी नहीं होता।

LED के अभिलक्षण—LED का वोल्टता धारा (V-I) अभिलक्षणिक वक्र, किसी सामान्य p - n सन्धि डायोड की भाँति ही होता है, जिसे अग्रांकित चित्र में प्रदर्शित किया गया है।



वक्र में V_f , LED की आन्तरिक अवरोध वोल्टता को प्रदर्शित करता है जिसका मान बैटरी की उस वोल्टता के बराबर होता है जिस पर या जिससे अधिक वोल्टता पर LED में सुचारु रूप से धारा का प्रवाह होता है। अतः वक्र क्षेत्र-I, LED की अक्रियाशील अवस्था (non-active state) को तथा क्षेत्र-II, LED की क्रियाशील अवस्था (active state) को प्रदर्शित करता है।

प्रचलित लैम्पों की तुलना में लाभ

प्रचलित लैम्पों की तुलना में इसके निम्नलिखित लाभ हैं—

- LED की दक्षता प्रचलित लैम्पों से कई गुना अधिक होती है, क्योंकि इनके संचालन हेतु काफी कम वैद्युत शक्ति की आवश्यकता होती है।
- आकार में ये अपेक्षाकृत काफी छोटे होते हैं, अतः ये अधिक स्थान नहीं घेरते।
- प्रचलित लैम्पों की तुलना में इनका जीवन काल काफी अधिक होता है।
- इनके पूर्ण प्रदीपन (full illumination) के लिए लगभग नगण्य समय की आवश्यकता होती है।
- अन्य प्रचलित लैम्पों की तुलना में LED से उत्सर्जित प्रकाश में ऊष्मीय ऊर्जा लगभग नगण्य होती है। इस प्रकार कहा जा सकता है कि LED ठण्डा प्रकाश (cool light) देता है। साथ-ही-साथ यह पर्यावरण तथा पारिस्थितिक तन्त्र (ecosystem) को भी अधिक क्षति नहीं पहुँचाता है।

प्रश्न 6. एक n - p - n ट्रांजिस्टर को उभयनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास में जोड़ा गया है। इसमें संग्राहक संभरण 8 वोल्ट है तथा 800Ω के लोड प्रतिरोध के ऊपर जो संग्राहक परिपथ में जोड़ा गया है वोल्टता पात 0.8 वोल्ट है। यदि धारा प्रवर्धन गुणांक 25 हो, तो संग्राहक उत्सर्जक वोल्टता और आधार धारा ज्ञात कीजिए। यदि ट्रांजिस्टर का आन्तरिक प्रतिरोध 200Ω है, तो वोल्टता लाभ एवं शक्ति लाभ की गणना कीजिए। परिपथ आरेख भी खींचिए। (NCERT) (2019)

हल— परिपथ आरेख अग्र पृष्ठ पर चित्र में प्रदर्शित है।

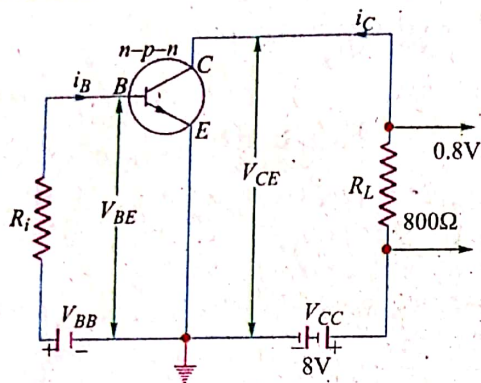
$$\text{संग्राहक धारा } i_C = \frac{V_{RL}}{R_L}$$

$$= \frac{0.8 \text{ वोल्ट}}{800 \text{ ओम}} = 10 \times 10^{-3} \text{ ऐम्पियर}$$

$$\text{संग्राहक उत्सर्जक वोल्टता } V_{CE} = V_{CC} - i_C R_L \\ = (8 - 0.8) = 7.2 \text{ वोल्ट}$$

$$\text{आधार धारा } i_B = \frac{i_C}{\beta} = \frac{10 \text{ mA}}{25}$$

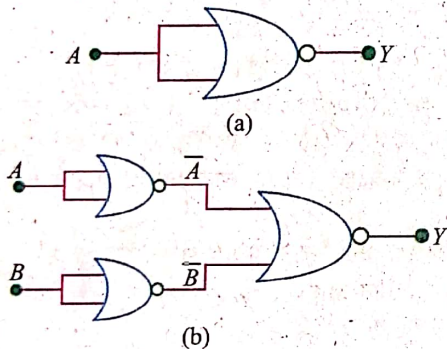
$$= 0.04 \text{ मिली ऐम्पियर}$$



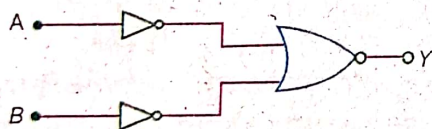
$$\text{वोल्टता लाभ } A = \beta \left(\frac{R_L}{R_i} \right) = 25 \times \frac{800}{200} = 100$$

$$\text{शक्ति लाभ } P = \beta \times A_V = 25 \times 100 = 2500$$

प्रश्न 7. चित्र में दर्शाए गए केवल NOR गेटों से बने परिपथ की सत्यमान सारणी बनाइए। दोनों परिपथों द्वारा अनुपालित तर्क संक्रियाओं (OR, AND, NOT) को अभिनिर्धारित कीजिए। (NCERT)



या यह दर्शाइये कि दिया गया लाजिक परिपथ AND गेट की भाँति कार्य करता है।



(2019)

हल— चित्र (a) में दिया गया परिपथ NOR गेट है जिसके दोनों निवेशी टर्मिनल एक साथ जोड़ दिये गए हैं।

अतः इसकी सत्यता सारणी निम्नवत् होगी—

A	B=A	A+B	$Y = A+B$
0	0	0	1
1	1	1	0

स्पष्ट है कि $Y = A+B = \bar{A}$, अतः दिया गया परिपथ NOT संक्रिया को निरूपित करता है।

चित्र (b) में NOR गेट से बने दो NOT गेटों द्वारा दोनों निवेशी A व B को उल्टम करके उनको तीसरे NOR गेट के निवेश बनाया गया है जिसका निर्गम Y है। अतः सत्यता सारणी निम्नवत् होगी—

A	B	\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A} + \bar{B}$	$Y = \bar{A} + \bar{B}$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	0	1

यहाँ से स्पष्ट है कि $Y = \bar{A} + \bar{B} = \overline{A \cdot B}$, अतः चित्र (b) में प्रदर्शित परिपथ AND संक्रिया का अनुपालन करेगा।

विस्तृत उत्तरीय प्रश्न 5 अंक

प्रश्न 1. किसी सन्धि डायोड की अग्र-अभिनति तथा उत्क्रम-अभिनति की अवस्थाओं में धारा प्रवाह की व्याख्या कीजिए। (2011, 18)

या उत्क्रम अभिनत सन्धि डायोड द्वारा अल्प धारा क्यों प्रवाहित होती है? (2014, 18, 19)

या p-n सन्धि डायोड के लिए अग्र-अभिनति तथा उत्क्रम-अभिनति अवस्था में परिपथ चित्र खींचिए। (2012, 19)

या उपयुक्त परिपथों की सहायता से p-n सन्धि डायोड में विद्युत धारा प्रवाह की व्याख्या कीजिए। (2013)

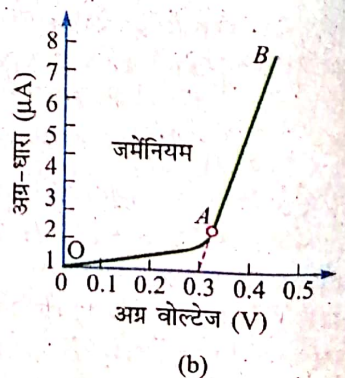
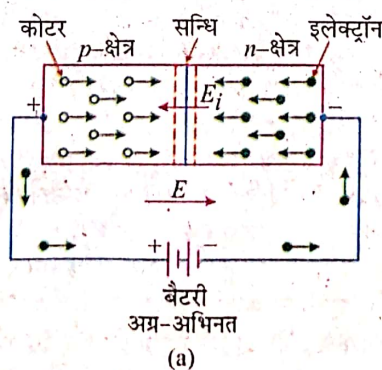
या p-n सन्धि डायोड के लिए अग्र-दिशिक तथा पश्च-दिशिक अवस्था में परिपथ आरेख खींचिए। दो अवस्थाओं हेतु प्राप्त अभिलक्षण वक्रों को समझाइए। (2015, 17, 18, 19)

या p-n सन्धि डायोड के लिए अग्र-दिशिक परिपथ आरेख बनाइए। (2017)

उत्तर— सन्धि डायोड को बाह्य बैटरी से दो विभिन्न प्रकारों से जोड़ा जा सकता है, जिन्हें 'अग्र- अभिनति' तथा 'उत्क्रम-अभिनति' कहते हैं।

अग्र-अभिनति (Forward Biasing)—जब सन्धि डायोड के p-क्षेत्र को बाह्य बैटरी के धन सिरे से तथा n-क्षेत्र को ऋण सिरे से जोड़ा जाता है तो सन्धि 'अग्र-अभिनत' (forward biased) कहलाती है [चित्र (a)]। इस स्थिति में डायोड में एक बाह्य वैद्युत-क्षेत्र E स्थापित हो जाता है जोकि p-क्षेत्र से n-क्षेत्र की ओर को दिष्ट होता है। क्षेत्र E, आन्तरिक वैद्युत-क्षेत्र E_i से कहीं अधिक प्रबल होता है। अतः p-क्षेत्र में (धन) कोटर तथा n-क्षेत्र में इलेक्ट्रॉन दोनों ही सन्धि की ओर को चलने लगते हैं। (कोटर क्षेत्र E की दिशा में तथा इलेक्ट्रॉन E की विपरीत दिशा में चलते हैं।) ये कोटर तथा इलेक्ट्रॉन सन्धि के समीप पहुँचकर परस्पर संयोग करके विलुप्त हो जाते हैं। प्रत्येक इलेक्ट्रॉन-कोटर संयोग (combination) के लिए, p-क्षेत्र में बैटरी के धन सिरे के समीप एक सह-संयोजक बन्ध टूट जाता है। इससे उत्पन्न कोटर तो सन्धि की ओर चलता है, जबकि इलेक्ट्रॉन, जोड़ने वाले तार (connecting wire) में से होकर बैटरी के धन सिरे में प्रवेश कर जाता है। ठीक इसी समय बैटरी के ऋण सिरे से एक इलेक्ट्रॉन मुक्त होकर n-क्षेत्र में प्रवेश करता है तथा सन्धि के समीप संयोग द्वारा विलुप्त हुए इलेक्ट्रॉन का स्थान ले लेता है।

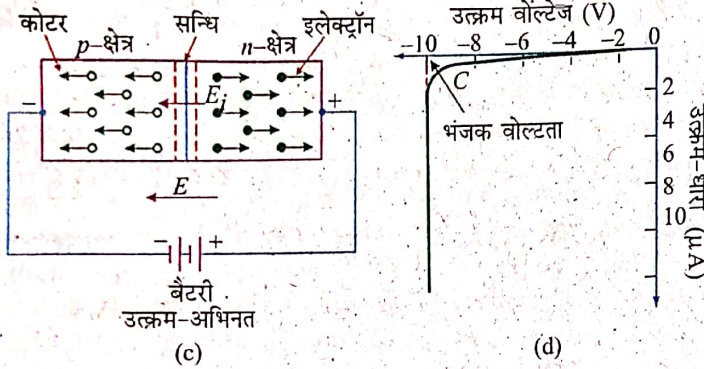
इस प्रकार, बहुसंख्यक वाहकों की गति से सन्धि डायोड में वैद्युत धारा स्थापित हो जाती है। इसे 'अग्र-धारा' (forward current) कहते हैं। (इस बड़ी धारा के अतिरिक्त, अल्पसंख्यक वाहकों की गति से भी एक अल्प उत्क्रम-धारा स्थापित होती है, परन्तु यह लगभग नगण्य ही होती है।) जैसा कि चित्र (a) से स्पष्ट है, बाह्य परिपथ में धारा केवल इलेक्ट्रॉनों की गति से स्थापित होती है। सन्धि पर आरोपित अग्र वोल्टेज तथा प्राप्त अग्र-धारा का ग्राफ चित्र (b) में दिखाया गया है।



अर्द्धचालक इलेक्ट्रॉनिकी : पदार्थ, युक्तियाँ तथा सरल परिपथ

उत्क्रम-अभिनति (Reverse Biasing)—जब सन्धि डायोड के p -क्षेत्र को बाह्य बैटरी के ऋण सिरे से तथा n -क्षेत्र को धन सिरे से जोड़ा जाता है तो सन्धि 'उत्क्रम-अभिनत' (reverse biased) कहलाती है।

[चित्र (c)]। इस स्थिति में बाह्य वैद्युत-क्षेत्र E , n -क्षेत्र से p -क्षेत्र की ओर को दिष्ट होता है तथा इस प्रकार यह आन्तरिक प्राचीर क्षेत्र E_i की सहायता करता है। अब, p -क्षेत्र में कोटर तथा n -क्षेत्र में इलेक्ट्रॉन दोनों ही सन्धि से दूर जाने लगते हैं। अतः वे कभी भी सन्धि के समीप संयोग नहीं कर सकते (cannot combine)। स्पष्ट है कि डायोड में बहुसंख्यक वाहकों के कारण कोई धारा नहीं होती।



परन्तु जब सन्धि उत्क्रम-अभिनत होती है तब सन्धि के आर-पार एक अति-अल्प उत्क्रम धारा (\approx कुछ माइक्रोएम्पियर) बहती है। यह ऊष्मीय-जनित (thermally generated) अल्पसंख्यक वाहकों (p -क्षेत्र में इलेक्ट्रॉन तथा n -क्षेत्र में कोटर) से उत्पन्न होती है जोकि वैद्युत क्षेत्र E के अन्तर्गत सन्धि को पार करते हैं। चूँकि अल्पसंख्यक वाहकों की संख्या ऊष्मीय विक्षोभ पर निर्भर करती है, अतः उत्क्रम-धारा ताप पर बहुत अधिक निर्भर करती है तथा सन्धि का ताप बढ़ने पर बढ़ती है। उत्क्रम वोल्टेज तथा उत्क्रम-धारा के बीच ग्राफ चित्र (b) में दिखाया गया है।

प्रश्न 2. p - n सन्धि डायोडों का प्रयोग करते हुए पूर्ण-तरंग दिष्टकारी का परिपथ चित्र बनाइए। इसकी कार्यविधि समझाइए।

या p - n सन्धि डायोड किसे कहते हैं? दो p - n सन्धि डायोडों को पूर्ण तरंग दिष्टकारी के रूप में कैसे प्रयुक्त किया जाता है? निवेशी व निर्गत वोल्टताओं के तरंग रूपों को देते हुए, सरल परिपथ आरेख बनाकर इसकी कार्यविधि समझाइए।

या परिपथ आरेख खींचकर समझाइए कि एक सन्धि डायोड पूर्ण तरंग दिष्टकारी की भाँति कैसे कार्य करता है?

या p - n सन्धि डायोड का उपयोग पूर्ण तरंग दिष्टकारी के रूप में समझाइए। सम्बन्धित परिपथ भी खींचिए।

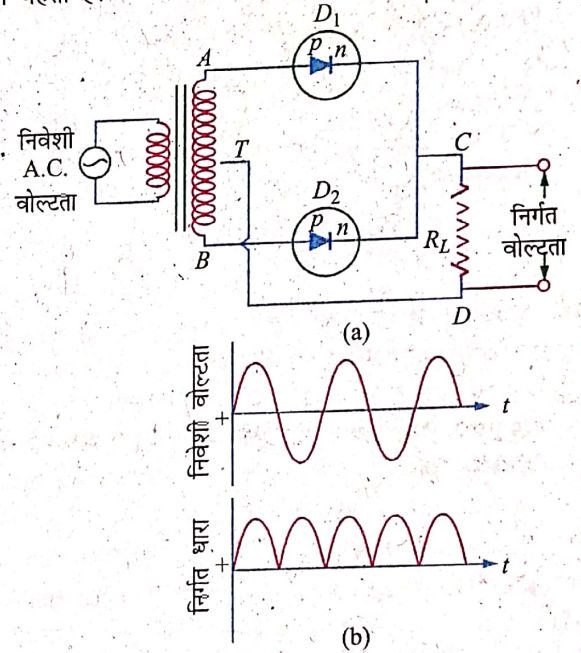
या परिपथ आरेख खींचकर p - n सन्धि डायोड की पूर्ण तरंग दिष्टकारी के रूप में कार्यविधि समझाइए।

या दो p - n सन्धि डायोडों का उपयोग करके पूर्ण तरंग दिष्टकारी का परिपथ चित्र बनाइए तथा इसकी कार्य-विधि समझाइए। निवेशी तथा निर्गत तरंग रूप भी प्रदर्शित कीजिए।

या प्रत्यावर्ती धारा को दिष्ट धारा में परिवर्तित करने हेतु पूर्ण तरंग दिष्टकारी का परिपथ चित्र बनाकर इसकी क्रिया विधि संक्षेप में समझाइए।

उत्तर— p - n सन्धि डायोड—“जब एक p -प्रकार के अर्द्धचालक क्रिस्टल को किसी विशेष विधि द्वारा n -प्रकार के अर्द्धचालक क्रिस्टल के साथ जोड़ दिया जाता है, तो जिस स्थान पर क्रिस्टल एक-दूसरे से जुड़ते हैं, वह सन्धि कहलाती है।” इस संयोजन के वैद्युत लक्षण डायोड वाल्व की भाँति होते हैं, अतः इस संयोजन को सन्धि डायोड कहते हैं। पूर्ण-तरंग दिष्टकरण में निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज के दोनों अर्द्ध-चक्रों के दौरान निर्गत धारा प्राप्त होती है।

इसमें दो सन्धि डायोड इस तरह प्रयुक्त किये जाते हैं कि पहला डायोड धारा के पहले आधे चक्र का दिष्टकरण करता है और दूसरा डायोड दूसरे आधे चक्र का। इसका परिपथ चित्र में दिखाया गया है। A.C. स्रोत को एक ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली से जोड़ते हैं तथा द्वितीयक कुण्डली के सिरो A व B के बीच दोनों डायोडों 1 तथा 2 के p -क्षेत्रों को जोड़ा जाता है तथा n -क्षेत्रों को आपस में जोड़ दिया जाता है। लोड प्रतिरोध R_L को द्वितीयक कुण्डली के केन्द्रीय निष्कास (centre tap) T तथा n -क्षेत्रों के बीच जोड़ते हैं। निवेशी वोल्टेज के पहले आधे चक्र के दौरान जब ट्रांसफॉर्मर का A सिरा, T के सापेक्ष धनात्मक तथा B सिरा T के सापेक्ष ऋणात्मक होता है तब डायोड 1 अग्र-अभिनत होता है और धारा प्रवाहित होने देता है, जबकि डायोड 2 उत्क्रम-अभिनत होता है और धारा प्रवाहित नहीं होने देता। अतः लोड-प्रतिरोध R_L में धारा C से D की ओर बहती है। दूसरे आधे चक्र के दौरान A सिरा T के सापेक्ष ऋणात्मक होता है तथा B सिरा धनात्मक होता है। अतः अब डायोड 1 उत्क्रम-अभिनत तथा डायोड 2 अग्र-अभिनत होता है। अब धारा डायोड 2 में से प्रवाहित होती है तथा R_L में पुनः धारा C से D की ओर को बहती है।



R_L में धारा की दिशा दोनों अर्द्धचक्रों में एक ही ओर रहती है; अतः R_L पर निर्गत वोल्टता की दिशा एक ही प्राप्त होती है तथा पूर्ण-तरंग के लिए वोल्टता प्राप्त होती रहती है।

प्रश्न 3. p - n सन्धि डायोड का उपयोग करके अर्द्धतरंग दिष्टकारी का परिपथ चित्र खींचिए तथा इसकी कार्यविधि समझाइए।

या p - n सन्धि का उपयोग करके अर्द्धतरंग दिष्टकारी का परिपथ चित्र खींचिए। निवेशी तथा निर्गत वोल्टताओं के तरंगरूप दिखाइए। क्या निर्गत वोल्टता शुद्ध दिष्ट वोल्टता होती है?

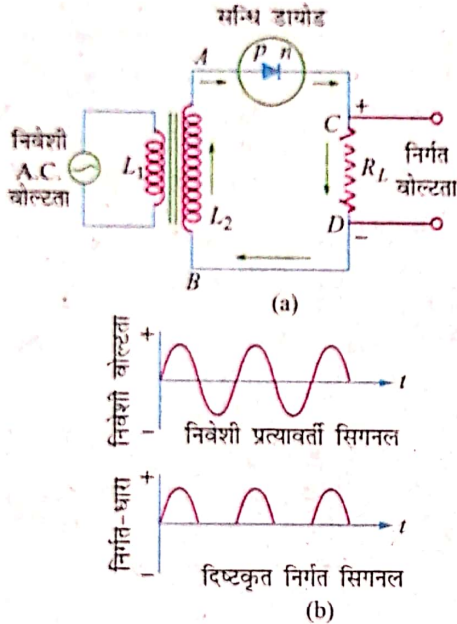
या p - n सन्धि डायोड को अर्द्धतरंग दिष्टकारी के रूप में कैसे प्रयोग में लाया जाता है? सरल परिपथ आरेख बनाकर कार्यविधि समझाइए। निवेशी तथा निर्गत वोल्टताओं के तरंग-रूप दिखाइए।

या p - n सन्धि डायोड क्या होता है? परिपथ आरेख खींचकर p - n सन्धि डायोड का अर्द्ध तरंग दिष्टकारी के रूप में कार्यविधि समझाइए। निवेशी तथा निर्गत वोल्टताओं के तरंग रूपों को दर्शाइए।

उत्तर— p - n सन्धि डायोड—“जब एक p प्रकार के अर्द्धचालक क्रिस्टल को किसी विशेष विधि द्वारा n -प्रकार के अर्द्धचालक क्रिस्टल के साथ जोड़ दिया जाता है, तो जिस स्थान पर क्रिस्टल एक-दूसरे से जुड़ते हैं, वह सन्धि

कहलाती है।" इस संयोजन के वैद्युत लक्षण डायोड वाल्व की भाँति होते हैं, अतः इस संयोजन को $p-n$ सन्धि डायोड कहते हैं।

$p-n$ सन्धि डायोड एक अर्द्धतरंग दिष्टकारी (Half wave rectifier) के रूप में— $p-n$ सन्धि डायोड का अर्द्धतरंग दिष्टकारी परिपथ चित्र (a) में तथा निवेशी (input) एवं निर्गत (output) तरंग रूपों को चित्र (b) में प्रदर्शित किया गया है।



इसमें जिस प्रत्यावर्ती वोल्टता को दिष्टीकृत करना होता है, उसे एक ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली के सिरों के बीच जोड़ देते हैं। ट्रांसफॉर्मर की द्वितीयक कुण्डली का एक सिरा सन्धि डायोड के p -प्रकार के क्रिस्टल अर्थात् p -क्षेत्र से तथा दूसरा सिरा लोड प्रतिरोध R_L के द्वारा सन्धि डायोड के n -प्रकार के क्रिस्टल अर्थात् n -क्षेत्र से जोड़ दिया जाता है। दिष्ट निर्गत वोल्टेज लोड R_L के सिरों के बीच प्राप्त किया जाता है।

कार्यविधि (Working)—जब निवेशी AC वोल्टेज के आधे चक्र में ट्रांसफॉर्मर की द्वितीयक कुण्डली का A सिरा B सिर के सापेक्ष धनात्मक होता है तो सन्धि डायोड अग्र-अभिनत (forward biased) होता है। इसके परिणामस्वरूप लोड प्रतिरोध R_L में प्राप्त निर्गत वोल्टता में केवल धन भाग ही प्राप्त होते हैं। इस स्थिति में लोड प्रतिरोध में धारा C से D की ओर प्रवाहित होती है। निवेशी AC वोल्टेज के अगले आधे चक्र में ट्रांसफॉर्मर की द्वितीयक कुण्डली का A सिरा B सिर के सापेक्ष ऋणात्मक होता है, तो सन्धि डायोड उल्टम-अभिनत (reverse biased) हो जाता है। इस दशा में प्रतिरोध R_L में धारा शून्य रहती है। इस प्रकार मुख्यतः धारा निवेशी वोल्टता के पहले आधे चक्र में ही प्रवाहित होती है तथा शेष आधे चक्र कट जाते हैं। इस प्रकार उच्चावचित (fluctuating) दिष्टधारा लोड प्रतिरोध के आर-पार (across) प्राप्त होती रहती है। चित्र (b) के निचले भाग में धारा का तरंग रूप दर्शाया गया है जिसमें थोड़ी-थोड़ी दूर पर (अर्थात् थोड़ी-थोड़ी देर में) धारा के एकदिशीय स्पन्द (pulses) दिखाई देते हैं। इस प्रकार सन्धि डायोड एक अर्द्धतरंग दिष्टकारी की भाँति कार्य करता है। निर्गत वोल्टता शुद्ध दिष्ट वोल्टता नहीं होती है बल्कि एक दिशीय स्पन्दों के रूप में होती है।

दिष्टकरण क्षमता 40.6% तथा पूर्ण तरंग दिष्टकारी के रूप में प्रयुक्त करने पर दिष्टकरण क्षमता 81.2% होती है।

प्रश्न 4. जेनर डायोड क्या है? जेनर डायोड का उपयोग वोल्टेज रेगुलेटर के रूप में परिपथ आरेख की सहायता से समझाइए। (2014)

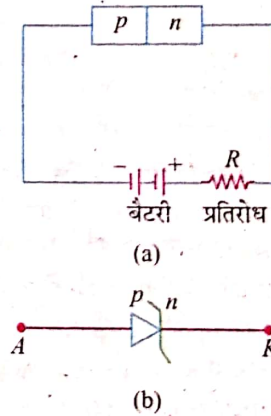
या जेनर डायोड क्या होता है? इसका प्रतीक चिन्ह प्रदर्शित कीजिए। जेनर डायोड का वोल्टता नियंत्रक के रूप में प्रयोग परिपथ बनाकर समझाइए। (2015, 16, 17)

या जेनर डायोड क्या होता है? इसको वोल्टेज रेगुलेशन में किस प्रकार प्रयोग करते हैं? परिपथ आरेख बनाकर समझाइए। (2018)

या जेनर डायोड क्या होता है? उपयुक्त परिपथ का चित्र बनाकर इसका वोल्टेज रेगुलेटर के रूप में उपयोग समझाइए। (2018, 19)

या जेनर डायोड की कार्य विधि चित्र सहित समझाइए तथा इसके उपयोग लिखिए। (2019)

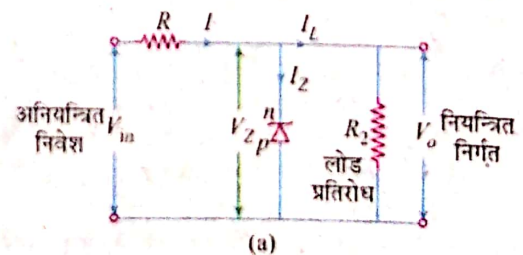
उत्तर— जेनर डायोड उत्कृष्ट अभिनत गहन अपमिश्रित सिलिकॉन अथवा जर्मेनियम $p-n$ सन्धि डायोड होता है जो भंजक क्षेत्र में कार्य करता है। इसका यह नाम इसके आविष्कारक वैज्ञानिक क्लारेन्स जेनर (Clarence Zener) के नाम पर ही रखा गया है। इसके परिपथ में पश्च धारा (reverse current) को बाहरी प्रतिरोध और डायोड के ऊर्जा क्षय द्वारा सीमित किया जाता है। इसमें सिलिकॉन को उसके उच्च ताप स्थायित्व और धारा क्षमता के कारण जर्मेनियम की तुलना में वरीयता दी जाती है। इसका परिपथ चित्र एवं संकेत चित्र में दर्शाया गया है।



जेनर डायोड एक ऐसा डायोड है, जो सामान्य डायोडों की भाँति अग्र दिशिक होने पर अग्रधारा (forward current) को अपने में से प्रवाहित होने की अनुमति प्रदान तो करता ही है इसके साथ ही उत्कृष्ट अभिनति होने पर भी पश्च धारा आसानी से बह सकती है यदि आरोपित वोल्टता एक निश्चित मान से अधिक हो।

वोल्टता नियन्त्रक के रूप में जेनर डायोड

सिद्धान्त—जब जेनर डायोड को उत्कृष्ट अभिनत भंजक क्षेत्र में प्रचालित करते हैं तो धारा में अधिक परिवर्तन के लिए इसके सिरों पर वोल्टता नियत बनी रहती है। यह भंजक विभवान्तर V_Z के बराबर होती है। यही विभव नियन्त्रक (नियामक) के रूप में इसके प्रयोग का सिद्धान्त है।



★ दिष्टकरण क्षमता $\pm \frac{\text{निर्गत दिष्टधारा शक्ति}}{\text{निवेशी प्रत्यावर्ती धारा शक्ति}} \times 100\%$

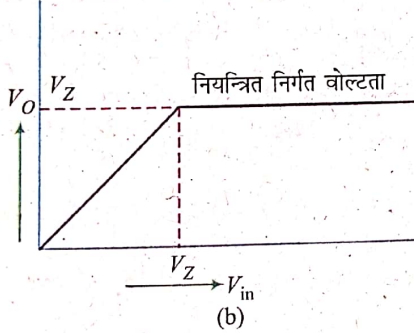
$p-n$ सन्धि डायोड को अर्द्ध-तरंग दिष्टकारी के रूप में प्रयुक्त करने पर

अर्द्धचालक इलेक्ट्रॉनिक्स : पदार्थ, युक्तियाँ तथा सरल परिपथ

परिपथ आरेख एवं कार्यविधि—चित्र (a) में जेनर डायोड को विभव नियामक के रूप में प्रयुक्त करने का परिपथ आरेख दर्शाया गया है। यह लोड प्रतिरोध R_L के सिरो के बीच उत्क्रम अभिनति अवस्था में जोड़ा जाता है। इसके श्रेणीक्रम में प्रतिरोध R जोड़ते हैं। यदि निवेशी वोल्टता बढ़ती है तो R तथा जेनर डायोड में धारा बढ़ेगी। इससे R के सिरो की वोल्टता बढ़ती है, जबकि जेनर डायोड की वोल्टता में कोई परिवर्तन नहीं होता क्योंकि भंजक क्षेत्र में होने के कारण इसकी जेनर वोल्टता नियत रहती है, भले ही इसमें धारा बढ़ती हो। इसी प्रकार यदि निवेशी वोल्टता घटती है तो R के सिरो की वोल्टता घटेगी तथा जेनर डायोड की वोल्टता में कोई परिवर्तन नहीं आयेगा। इस प्रकार निवेशी वोल्टता में किसी भी प्रकार का परिवर्तन R की वोल्टता में वैसा ही परिवर्तन कर देता है जबकि जेनर डायोड की वोल्टता नियत रहती है। इस प्रकार जेनर डायोड एक विभव नियामक (voltage regulator) के रूप में कार्य करता है। चित्र (b) में,

$$V_O = V_Z = I_Z \cdot R_Z = I_L R_L \quad \dots(1)$$

$$V_Z = V_{in} - IR \quad \dots(2)$$



चित्र (b) में जेनर डायोड विभव नियामक के लिए निर्गत वोल्टता तथा निवेशी वोल्टता के बीच ग्राफ प्रदर्शित किया गया है। ग्राफ से स्पष्ट है कि उत्क्रम भंजक वोल्टता V_Z के पश्चात् निर्गत वोल्टता नियत रहती है।

प्रश्न 5. ट्रांजिस्टर क्या होता है? आवश्यक चित्र बनाकर $p-n-p$ ट्रांजिस्टर की रचना तथा कार्यविधि समझाइए। (2019)

या $p-n-p$ ट्रांजिस्टर में विद्युत चालन की क्रिया को समझाइए। इसमें आधार पतला क्यों रखा जाता है? (2011)

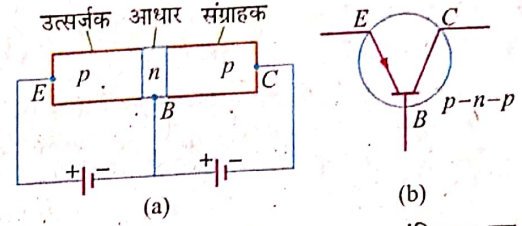
या हलायनिष्ठ उत्सर्जक $p-n-p$ ट्रांजिस्टर प्रवर्धक की कार्यविधि परिपथ आरेख खींचकर समझाइए। (2014, 17, 18)

या $p-n-p$ ट्रांजिस्टर की संरचना का वर्णन कीजिए तथा परिपथ चित्र देते हुए समझाइए कि यह उभयनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास में वोल्टता प्रवर्धक का कार्य कैसे करता है? (2017)

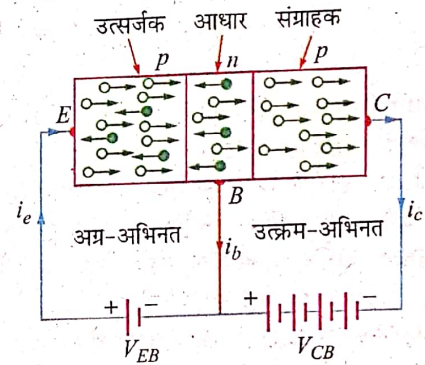
उत्तर— ट्रांजिस्टर—दो $p-n$ सन्धियों को सम्पर्क में रखकर बनायी गयी वह युक्ति जो एक ट्रायोड वाल्व की भाँति व्यवहार करती है, ट्रांजिस्टर कहलाती है।

$p-n-p$ ट्रांजिस्टर

रचना—इसमें n -टाइप अर्द्धचालक की एक पतली परत दो p -टाइप अर्द्धचालकों के छोटे-छोटे क्रिस्टलों के बीच में दबाकर रखी होती है [चित्र (a)]। इस पतली परत को 'आधार' (base) कहते हैं तथा इसके बायें तथा दायें वाले क्रिस्टलों को क्रमशः 'उत्सर्जक' (emitter) और 'संग्राहक' (collector) कहते हैं। आधार के सापेक्ष उत्सर्जक को धन-विभव पर तथा संग्राहक को ऋण-विभव पर रखा जाता है। स्पष्ट है कि उत्सर्जक-आधार ($p-n$) सन्धि अग्र-अभिनत अर्थात् अल्प प्रतिरोध वाली सन्धि है, जबकि आधार-संग्राहक ($n-p$) सन्धि उत्क्रम-अभिनत अर्थात् उच्च प्रतिरोध वाली सन्धि है। चित्र (b) में ट्रांजिस्टर का प्रतीक प्रदर्शित है। इसमें बाण की दिशा विद्युत धारा (अर्थात् कोटरों की गति) की दिशा बताती है।



कार्यविधि—नीचे दिए गए चित्र में एक $p-n-p$ ट्रांजिस्टर का उभयनिष्ठ आधार परिपथ प्रदर्शित है। उत्सर्जक-आधार ($p-n$) सन्धि अग्र-अभिनत विभव आधार परिपथ प्रदर्शित है। उत्सर्जक-आधार ($p-n$) सन्धि अग्र-अभिनत विभव V_{EB} (1 वोल्ट से कम) पर रखते हैं और आधार-संग्राहक ($n-p$) सन्धि को कुछ अधिक उत्क्रम-अभिनत विभव V_{CB} (कुछ वोल्ट) पर रखते हैं। चूँकि उत्सर्जक (p -क्षेत्र) अग्र-अभिनत है; अतः इसमें उपस्थित धन 'कोटर' आधार की ओर चलते हैं और 'आधार' (n -क्षेत्र) में उपस्थित इलेक्ट्रॉन उत्सर्जक की ओर चलते हैं। आधार के पतला होने के कारण इसमें प्रवेश करने वाले कोटरों में अधिकांश (लगभग 98%) इसे पार करके संग्राहक तक पहुँच जाते हैं, जबकि अवशेष (लगभग 2%) कोटर आधार में उपस्थित इलेक्ट्रॉनों से संयोग करते हैं। कोटर के इलेक्ट्रॉन से संयोग करते ही एक नया इलेक्ट्रॉन बैटरी V_{EB} के ऋण सिरे से निकलकर आधार में प्रवेश करता है। ठीक इसी क्षण एक इलेक्ट्रॉन उत्सर्जक में से टर्मिनल E के द्वारा निकलकर V_{CB} के धन सिरे पर पहुँचता है। इससे उत्सर्जक E में एक कोटर उत्पन्न हो जाता है जो आधार की ओर चलना प्रारम्भ कर देता है। स्पष्ट है कि आधार-उत्सर्जक परिपथ में एक क्षीण-धारा बहने लगती है।



○ कोटर (+) ● इलेक्ट्रॉन (-)

संग्राहक (उत्क्रम-अभिनत है तथा कोटरों के चलने में सहायक है) में प्रवेश कर जाने वाले कोटर C टर्मिनल तक पहुँच जाते हैं। किसी कोटर के C पर पहुँचते ही, बैटरी V_{EB} के ऋण सिरे से एक इलेक्ट्रॉन आकर इसे उदासीन कर देता है। पुनः ठीक इसी क्षण एक इलेक्ट्रॉन उत्सर्जक में से टर्मिनल E के द्वारा निकलकर बैटरी V_{CB} के धन सिरे पर पहुँचता है। इससे उत्सर्जक में एक कोटर उत्पन्न हो जाता है जो आधार की ओर चलना प्रारम्भ कर देता है। स्पष्ट है कि संग्राहक-उत्सर्जक परिपथ में विद्युत धारा बहती है। अतः $p-n-p$ ट्रांजिस्टर के भीतर धारा-प्रवाह कोटरों के उत्सर्जक से संग्राहक की ओर चलने के कारण होता है और बाह्य परिपथ में इलेक्ट्रॉनों के चलने के कारण होता है। टर्मिनल B से चलने वाली धारा को 'आधार-धारा' i_B तथा टर्मिनल C से बाहर जाने वाली धारा को 'संग्राहक-धारा' i_C कहते हैं। i_B तथा i_C मिलकर टर्मिनल E में प्रवेश करती हैं; अतः इसे 'उत्सर्जक-धारा' i_E कहते हैं। स्पष्ट है कि

$$i_E = i_B + i_C$$

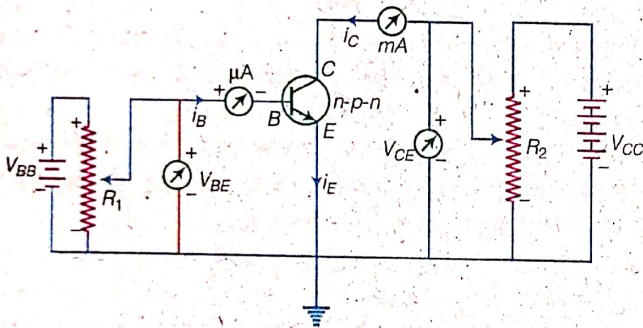
अतः $p-n-p$ ट्रांजिस्टर के अन्दर धारा-प्रवाह कोटरों के उत्सर्जक से संग्राहक की ओर चलने के कारण होता है।

आधार के बहुत पतला होने के कारण इसमें संयुक्त होने वाले कोटर-इलेक्ट्रॉनों की संख्या बहुत कम होती है। इस कारण लगभग सभी कोटर जो उत्सर्जक से आधार में प्रवेश करते हैं, संग्राहक तक पहुँच जाते हैं। अतः i_C (संग्राहक-धारा), i_E (उत्सर्जक-धारा) से कुछ ही कम होती है।

आधार को पतला लिये जाने का कारण है कि कोटर तथा इलेक्ट्रॉन इसमें कम-से-कम संयोग कर सके।

प्रश्न 6. $p-n-p$ ट्रांजिस्टर के उभयनिष्ठ उत्सर्जक व्यवस्था का परिपथ आरेख बनाकर निर्गत अभिलाक्षणिक वक्र खींचिये और व्याख्या कीजिए। (2019)

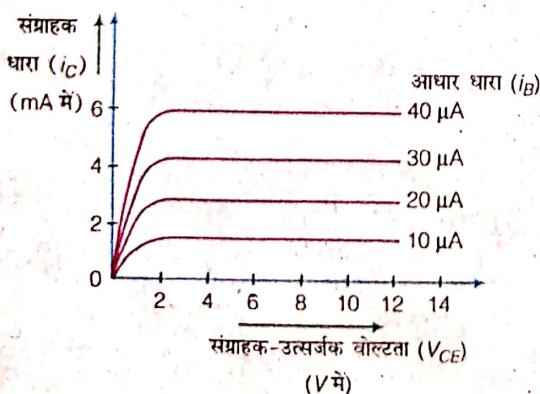
उत्तर— किसी $n-p-n$ ट्रांजिस्टर के उभयनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास को चित्र में प्रदर्शित किया गया है। इस विन्यास में आधार-उत्सर्जक परिपथ को निम्न विभव बैटरी V_{BB} की सहायता से अग्र-अभिनत तथा संग्राहक-उत्सर्जक परिपथ को उच्च विभव बैटरी V_{CC} की सहायता से उत्क्रम-अभिनत करते हैं। इस विन्यास में संग्राहक टर्मिनल का विभव सर्वाधिक, उत्सर्जक टर्मिनल का विभव सबसे कम तथा आधार टर्मिनल का विभव इन दोनों टर्मिनलों के विभवों के मध्य होना चाहिए। इस विन्यास में निवेशी (input) आधार तथा उत्सर्जक के बीच लगाते हैं तथा निर्गत (output) संग्राहक व उत्सर्जक के बीच प्राप्त होता है।



निर्गत अभिलक्षण (Output Characteristics)—ट्रांजिस्टर के उभयनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास में संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टता (V_{CE}) में परिवर्तन के साथ संग्राहक धारा (i_C) में परिवर्तन होना निर्गत अभिलक्षण कहलाता है तथा नियत आधार धारा (i_B) के लिए संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टता (V_{CE}) तथा संग्राहक धारा (i_C) के बीच खींचा गया वक्र, निर्गत अभिलाक्षणिक वक्र कहलाता है।

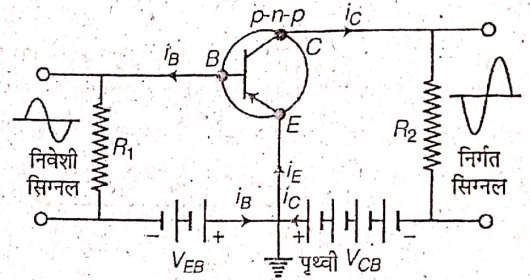
आधार-उत्सर्जक वोल्टता (V_{BE}) में सूक्ष्म वृद्धि करने पर उत्सर्जक क्षेत्र से कोटर धारा तथा आधार क्षेत्र से इलेक्ट्रॉन धारा दोनों में वृद्धि होती है, जिसके परिणामस्वरूप आधार धारा i_B तथा संग्राहक धारा i_C में अनुपातिक रूप में वृद्धि हो जाती है। अतः स्पष्ट है कि आधार धारा i_B में वृद्धि होने पर संग्राहक धारा i_C में भी वृद्धि हो जाती है। आधार धारा को $10\mu A$ मान पर नियत रखते हुए संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टता को धीरे-धीरे बढ़ाते हुए संगत संग्राहक धारा का मान पढ़ते हैं।

इस प्रकार संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टता तथा संग्राहक धारा के बीच प्राप्त वक्र ही निर्गत अभिलाक्षणिक वक्र है। इसी प्रकार अन्य वक्र आधार धारा को $20\mu A$, $30\mu A$, ... आदि मानों पर स्थिर रखकर प्राप्त किए जा सकते हैं।



प्रश्न 7. उभयनिष्ठ उत्सर्जक (CE) प्रवर्धक के रूप में प्रयुक्त ट्रांजिस्टर को परिपथ चित्र द्वारा प्रदर्शित कीजिए। इसके धारा लाभ तथा वोल्टेज लाभ का सूत्र प्राप्त कीजिए। (2018, 19)

उत्तर— उभयनिष्ठ उत्सर्जक (CE) प्रवर्धक के रूप में प्रयुक्त ट्रांजिस्टर—नीचे दिए गए चित्र में $p-n-p$ ट्रांजिस्टर प्रवर्धक का उभयनिष्ठ उत्सर्जक परिपथ प्रदर्शित है। यहाँ उत्सर्जक E के सापेक्ष, आधार ऋणात्मक है तथा उत्सर्जक E व आधार B दोनों के सापेक्ष, संग्राहक ऋणात्मक है। उत्सर्जक टर्मिनल उभयनिष्ठ होने के साथ-साथ भू-सम्पर्कित है। इसमें निवेशी सिग्नल C पर प्राप्त किया जाता है। चूँकि ट्रांजिस्टर में क्षीण आधार धारा के संगत प्रबल संग्राहक धारा प्राप्त होती है, अतः निवेशी सिग्नल को आधार धारा के संगत से आधार धारा में अल्प परिवर्तन, संग्राहक धारा में बहुत अधिक परिवर्तन कर देता है। इस प्रकार इस परिपथ से पर्याप्त 'धारा प्रवर्धन' प्राप्त होता है, जबकि उभयनिष्ठ आधार परिपथ में धारा की हानि होती है।



A.C. धारा लाभ (A.C. current gain)—“एक नियत संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टेज पर, संग्राहक धारा में परिवर्तन Δi_C तथा इसके संगत आधार धारा में परिवर्तन Δi_B के अनुपात को ट्रांजिस्टर का **A.C. धारा लाभ** कहते हैं।” इसे ' β ' से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{A.C. धारा लाभ, } \beta = \frac{\Delta i_C}{\Delta i_B}$$

सामान्यतः β का मान 15 से 50 तक होता है। इसका अधिकतम मान 200 तक हो सकता है।

वोल्टेज लाभ (Voltage gain)—“निर्गत वोल्टेज में परिवर्तन तथा निवेशी वोल्टेज में परिवर्तन के अनुपात को वोल्टेज लाभ अथवा वोल्टेज प्रवर्धन कहते हैं।” इसे ' A_V ' से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{वोल्टेज लाभ, } A_V = \beta \times \frac{R_2}{R_1}$$

[जहाँ R_1 व R_2 क्रमशः निवेशी तथा निर्गत प्रतिरोध हैं।]

प्रश्न 8. $n-p-n$ ट्रांजिस्टर की रचना एवं कार्यविधि समझाइए।

या नामांकित परिपथ आरेख बनाकर $n-p-n$ ट्रांजिस्टर की कार्यविधि समझाइए। (2015, 16, 18)

या उपयुक्त परिपथ की सहायता से $n-p-n$ ट्रांजिस्टर की कार्यविधि का उल्लेख कीजिए। (2011)

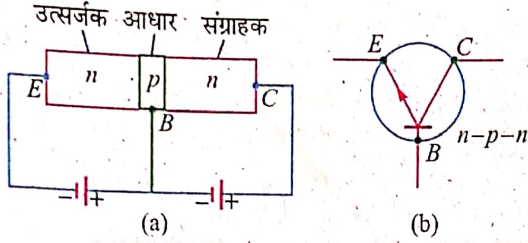
या $n-p-n$ ट्रांजिस्टर में वैद्युत चालन की क्रिया को समझाइए। इसमें आधार पतला क्यों होता है? (2012)

उत्तर— $n-p-n$ ट्रांजिस्टर की रचना—इसमें p -टाइप अर्द्धचालक की

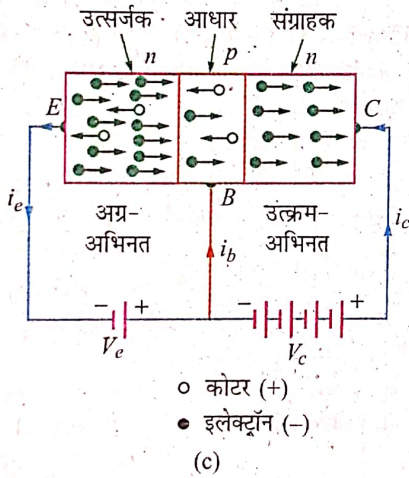
एक पतली परत दो n -टाइप अर्द्धचालकों के छोटे-छोटे क्रिस्टलों के बीच में दबाकर रखी जाती है, [चित्र (a)]। आधार के सापेक्ष उत्सर्जक को ऋण-विभव पर तथा संग्राहक को धन-विभव पर रखा जाता है। स्पष्ट है कि उत्सर्जक-धारा ($n-p$) सन्धि अग्र-अभिनत है और आधार-संग्राहक ($p-n$) सन्धि उत्क्रम-अभिनत है। [चित्र (b)] में ट्रांजिस्टर का प्रतीक प्रदर्शित है जिसमें बाण की दिशा वैद्युत धारा अर्थात् इलेक्ट्रॉनों की गति के विपरीत की दिशा बताती है।

कार्यविधि—चित्र में $n-p-n$ ट्रांजिस्टर का हलायनिष्ठ आधार परिपथ प्रदर्शित किया गया है। इसके दोनों n -क्षेत्रों में चलनशील इलेक्ट्रॉन हैं, जबकि बीच के

पतले p -क्षेत्र में $+ve$ कोटर होते हैं। इसमें बायीं ओर के उत्सर्जक आधार $(n-p)$ सन्धि को बैटरी से अग्र-अभिनत विभव V_e अल्प मात्रा में दिया जाता है, जबकि दायीं ओर के आधार संग्राहक $(p-n)$ सन्धि को बैटरी से उत्क्रम-अभिनत विभव V_c अधिक मात्रा में दिया जाता है।



अग्र-अभिनत होने के कारण उत्सर्जक $(n$ -क्षेत्र) से इलेक्ट्रॉन आधार की ओर गति करते हैं, जबकि आधार से कोटर उत्सर्जक की ओर। आधार के पतले होने के कारण अधिकतर इलेक्ट्रॉन, जो इसमें प्रवेश करते हैं, संग्राहक C तक पहुँच जाते हैं। इनमें से कुछ ही इलेक्ट्रॉन आधार में उपस्थित कोटरों से संयोग करते हैं। जैसे ही कोई इलेक्ट्रॉन किसी कोटर से संयोग करता है वैसे ही एक नया इलेक्ट्रॉन बैटरी V_e के $-ve$ सिरे से निकलकर टर्मिनल E के द्वारा उत्सर्जक में प्रवेश करता है। ठीक इसी समय V_e का $+ve$ सिरा आधार से एक इलेक्ट्रॉन प्राप्त करता है। इससे आधार में एक कोटर उत्पन्न हो जाता है तथा संयोग के कारण नष्ट हुए कोटर की क्षतिपूर्ति हो जाती है। इस प्रकार आधार उत्सर्जक परिपथ में धारा प्रवाहित होने लगती है।



जो इलेक्ट्रॉन संग्राहक में प्रवेश कर जाते हैं वे उत्क्रम-अभिनत के कारण टर्मिनल C को छोड़कर बैटरी V_c के धन सिरे में प्रवेश करता है वैसे ही बैटरी V_e के ऋण सिरे से एक इलेक्ट्रॉन उत्सर्जक में प्रवेश करता है। इस प्रकार संग्राहक-उत्सर्जक परिपथ में भी धारा प्रवाहित होने लगती है। आधार टर्मिनल B में प्रवेश करने वाली क्षीण धारा को आधार-धारा i_B तथा संग्राहक टर्मिनल C में प्रवेश करने वाली धारा को संग्राहक-धारा i_C कहा जाता है। ये दोनों धाराएँ मिलकर उत्सर्जक टर्मिनल E से निकलती हैं जो कि उत्सर्जक-धारा i_E है।

अतः $i_E = i_B + i_C$

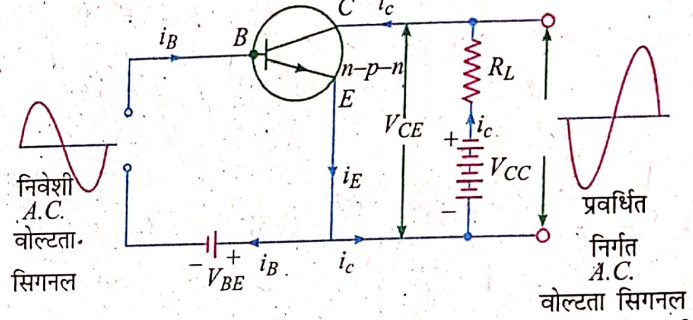
अतः $n-p-n$ ट्रांजिस्टर के अन्दर तथा बाह्य परिपथ में धारा का प्रवाह इलेक्ट्रॉनों के कारण ही होता है।

प्रश्न 9. $n-p-n$ ट्रांजिस्टर की प्रवर्धक के रूप में कार्यों की संक्षिप्त व्याख्या कीजिए। (2015, 16, 17)

या हलायनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास में $n-p-n$ ट्रांजिस्टर का अभिलाक्षणिक वक्र प्राप्त करने हेतु आवश्यक परिपथ आरेख बनाइए। निवेशी एवं निर्गत अभिलाक्षणिक वक्रों से प्राप्त निष्कर्षों का उल्लेख कीजिए। (2017)

परिपथ देते हुए समझाइए कि $n-p-n$ ट्रांजिस्टर वोल्टेज प्रवर्धक के रूप में कैसे कार्य करता है। (2019)

उत्तर— $n-p-n$ ट्रांजिस्टर उभयनिष्ठ-उत्सर्जक प्रवर्धक की भाँति— इसका परिपथ आरेख नीचे चित्र में दर्शाया गया है। आधार-उत्सर्जक $(B-E)$ परिपथ को अग्र दिशिक तथा संग्राहक-उत्सर्जक $(C-E)$ परिपथ को उत्क्रम अभिनत करने के लिये, बैटरियों V_{BE} तथा V_{CC} की ध्रुवताएँ (polarities), $p-n-p$ ट्रांजिस्टर परिपथ के सापेक्ष विपरीत हैं।



$n-p-n$ ट्रांजिस्टर परिपथ का मूल सिद्धान्त, प्रतिरोध तथा विभिन्न लाभ वही हैं जो कि $p-n-p$ ट्रांजिस्टर परिपथ के हैं।

उभयनिष्ठ-उत्सर्जक $n-p-n$ ट्रांजिस्टर प्रवर्धक परिपथ में भी निर्गत वोल्टेज सिगनल तथा निवेशी वोल्टेज सिगनल के बीच 180° का कलान्तर है। इसे निम्न प्रकार समझाया जा सकता है—

माना कि निवेशी वोल्टेज सिगनल का पहला अर्द्ध-चक्र धनात्मक है। चूँकि आधार उत्सर्जक के सापेक्ष धनात्मक है, अतः पहले अर्द्ध-चक्र के दौरान आधार-उत्सर्जक परिपथ का अग्र दिशिक वोल्टेज बढ़ता है। इससे उत्सर्जक-धारा i_E , और इस कारण संग्राहक-धारा i_C बढ़ती है। i_C के बढ़ने से संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टेज V_{CE} घटता है (क्योंकि $V_{CE} = V_{CC} - i_C R_L$)। चूँकि संग्राहक बैटरी V_{CC} के धन टर्मिनल से जुड़ा है, अतः संग्राहक वोल्टेज के घटने का अर्थ है कि संग्राहक कम धनात्मक हो जाता है। इस प्रकार, निवेशी a.c. वोल्टेज सिगनल के धनात्मक अर्द्ध-चक्र के दौरान संग्राहक पर प्राप्त निर्गत वोल्टेज सिगनल का अर्द्ध-चक्र ऋणात्मक होता है।

निवेशी वोल्टेज सिगनल के ऋणात्मक अर्द्ध-चक्र के दौरान आधार-उत्सर्जक परिपथ का अग्र दिशिक वोल्टेज घटता है। इससे उत्सर्जक-धारा i_E , और इस कारण संग्राहक-धारा i_C घटती है। i_C के घटने से संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टेज V_{CE} बढ़ता है, अर्थात् संग्राहक अधिक धनात्मक हो जाता है। इस प्रकार, निवेशी a.c. वोल्टेज सिगनल के ऋणात्मक अर्द्ध-चक्र के दौरान संग्राहक पर प्राप्त निर्गत वोल्टेज सिगनल का अर्द्ध-चक्र धनात्मक होता है।

स्पष्ट है कि उभयनिष्ठ-उत्सर्जक प्रवर्धक में, निर्गत वोल्टेज सिगनल तथा निवेशी वोल्टेज सिगनल में 180° का कलान्तर होता है।

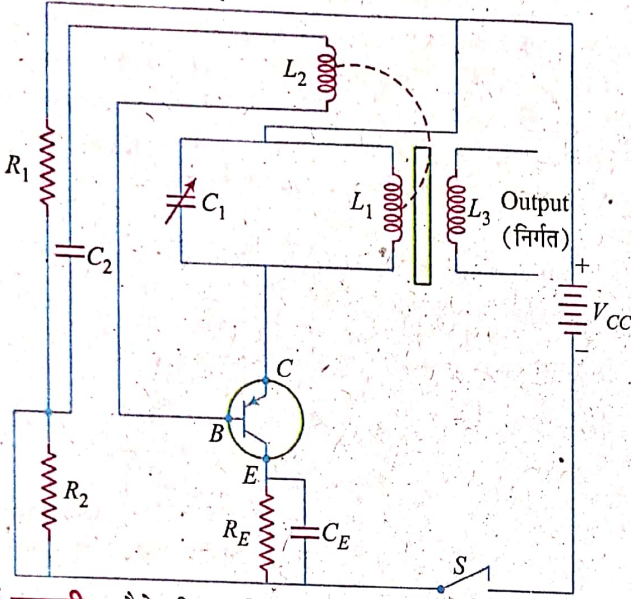
प्रश्न 10. परिपथ चित्र की सहायता से $n-p-n$ ट्रांजिस्टर की दोलनी क्रिया समझाइए। (2014)

या $n-p-n$ ट्रांजिस्टर का दोलित्र के रूप में प्रयोग परिपथ बनाकर समझाइए। (2017)

उत्तर— चित्र में उभयनिष्ठ उत्सर्जक विन्यास में एक $n-p-n$ ट्रांजिस्टर के एक दोलित्र की तरह उपयोग का परिपथ आरेख प्रदर्शित है।

चित्र में $L_1 C_1$ एक टैंक परिपथ तथा L_2 एक पुनर्भरण कुण्डली है। संधारित्र C_2 दोलन के लिए एक निम्न प्रतिघात पथ (low reactance path) प्रदान करता है। श्रेणी क्रम में जुड़े प्रतिरोधों R_1 व R_2 की सहायता से ट्रांजिस्टर को आवश्यक अभिनति (necessary biasing) प्रदान की जाती है। R_E उत्सर्जक प्रतिरोध है जो ट्रांजिस्टर सन्धि के ताप को नियन्त्रित करता है। C_E एक संधारित्र है जो प्रवर्धित संकेतों का आधार-उत्सर्जक परिपथ में ऋणात्मक पुनर्भरण (negative feedback) रोकता है। बैटरी V_{CC} पूरे परिपथ को d.c.

शक्ति प्रदान करती है। परिपथ में उत्पन्न दोलों को प्रेरण कुण्डली L_3 के सिरों पर प्राप्त किया जाता है।



कार्य प्रणाली—जैसे ही कुन्जी (switch) S को बन्द किया जाता है टैंक परिपथ का संधारित्र C_1 आवेशित होना शुरू हो जाता है। जब यह पूर्णवैशित हो जाता है तो यह प्रेरण कुण्डली L_1 के कारण अनावेशित होना शुरू कर देता है जिसके परिणामस्वरूप $L_1 C_1$ टैंक परिपथ में अवमन्दित दोलन प्रारम्भ हो जाते हैं। यह दोलन पुनर्भरण कुण्डली L_2 में (जोकि L_1 के ही साथ हलायनिष्ठ लौह क्रोड पर लपेटी है) चित्र में बिन्दुवत् चाप का यही अभिप्राय है) $L_1 C_1$ परिपथ के ही समान आवृत्ति का एक विद्युत वाहक बल (फैराडे के नियमानुसार) उत्पन्न कर देती है। L_2 में उत्पन्न इस वि० वा० बल का परिमाण इस कुण्डली में फेरों की संख्या तथा इस कुण्डली का कुण्डली L_1 के सापेक्ष कपलिंग (coupling) पर निर्भर करता है। अब L_2 के सिरों पर उत्पन्न इस विभवान्तर को ट्रांजिस्टर प्रवर्धक के आधार व उत्सर्जक ($B-E$) टर्मिनलों के बीच लगा देते हैं जहाँ यह प्रवर्धित होकर पुनर्भरण की प्रक्रिया के माध्यम से टैंक परिपथ $L_1 C_1$ को पुनः प्राप्त हो जाता है जिससे जो भी क्षतियाँ हुई होती हैं उनकी पूर्ति हो जाती है।

इस प्रकार परिपथ बिना अवमन्दित हुए दोलन करता रहता है जिसकी आवृत्ति समीकरण $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}$ से दी जाती है। यहाँ ज्ञात हो कि पुनर्भरण की क्रिया

में टैंक परिपथ को प्राप्त फीडबैक विभव निवेशी विभव के साथ समान कला में होता है।

व्याख्या—फैराडे के नियमानुसार $(e = -L \frac{di}{dt})$, L_1 व L_2 के बीच उत्पन्न

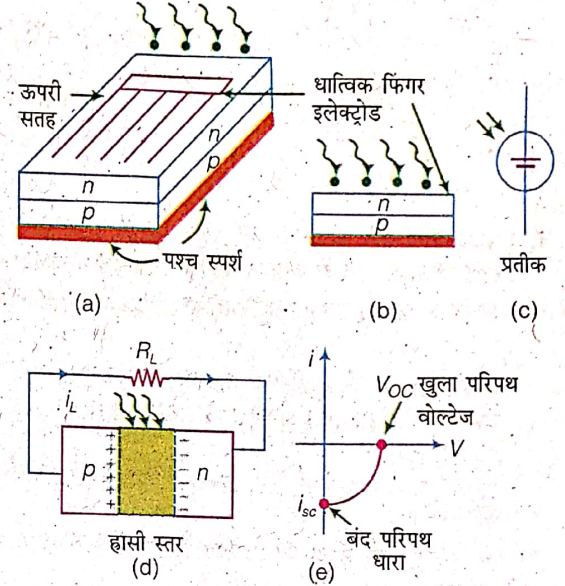
वि० वा० बल के विपरीत कलाओं (180° का कलान्तर) में होते हैं। पुनः L_2 के सिरों पर उत्पन्न यह विभवान्तर उभयनिष्ठ उत्सर्जक ट्रांजिस्टर प्रवर्धक के आधार व उत्सर्जक सन्धियों के बीच प्रवर्धन के लिए लगा दिया जाता है। इस प्रकार ट्रांजिस्टर के निर्गत विभव व निवेशी विभव में पुनः 180° का कलान्तर हो जाता है। अतः प्रवर्धक से निर्गत विभव को टैंक परिपथ का निवेशी विभव बनने तक इसमें हुआ कुल कलान्तर $= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ का हो जाता है। अर्थात् टैंक परिपथ को पुनर्भरित विभव टैंक परिपथ के निवेशी विभव के साथ समान कला में होता है।

प्रश्न 11. सौर सेल की कार्य प्रणाली समझाइए तथा उसके उपयोग लिखिए।

(2019)

उत्तर—सौर सेल $p-n$ सन्धि वाली एक ऐसी युक्ति होती है जो सौर-विकिरणों के आपतित होने पर emf उत्पन्न करती है। यह फोटोडायोड

के सिद्धांत (फोटोवोल्टीय प्रभाव) पर कार्य करता है। अंतर केवल इतना है कि इसमें कोई बाह्य बायस प्रयुक्त नहीं की जाती तथा अधिक ऊर्जा प्राप्त करने के लिए संधि का क्षेत्रफल अधिक रखा जाता है जिससे अधिक मात्रा में सौर विकिरण सन्धि पर आपतित हो। यह अधिकतर सिलिकॉन का बना होता है।



चित्र (a) में एक सरल $p-n$ सन्धि सौर सेल दर्शाया गया है इसमें लगभग $300\mu m$ मोटी $p-Si$ पटलिका के, एक फलक पर $n-Si$ की एक पतली ($\sim 0.3\mu m$) परत ग्राही पंच संयोजक अपद्रव्य के विसरण प्रक्रिया या वाष्प के द्वारा बनायी जाती है। जिसमें से प्रकाश बिना किसी ऊर्जा हानि के पार हो जाता है तथा इस पर एक एण्टी परावर्तक परत (antireflection coating) लगी होती है। $p-Si$ के दूसरे फलक पर किसी धातु का लेपन (पश्च स्पर्श) किया जाता है। $n-Si$ सतह के शीर्ष पर धातु फिंगर इलेक्ट्रोड [metallised finger electrode अथवा धात्विक ग्रिड (कंधा नुमा)] निक्षेपित करते हैं। यह अग्र संपर्क की भाँति कार्य करता है। धात्विक ग्रिड सेल के क्षेत्रफल का बहुत थोड़ा भाग ($< 15\%$) घेरती है ताकि सेल पर अधिक प्रकाश, शीर्ष से आपतित हो सके चित्र (b)। इसका प्रतीक चित्र (c) में दर्शाया गया है।

प्रकाश पड़ने पर सौर सेल द्वारा emf उत्पन्न होना निम्नलिखित तीन मूल प्रक्रियाओं के कारण है, ये तीन प्रक्रियाएँ हैं—जनन, पृथक्कन तथा संग्रह—(i) संधि के निकट प्रकाश ($h\nu > E_g$ के साथ) के कारण इलेक्ट्रॉन होल ($e-h$) युगलों का जनन; (ii) अवक्षय परत पर वैद्युत क्षेत्र के कारण इलेक्ट्रॉनों व होलों का पृथक्कन। प्रकाश जनित इलेक्ट्रॉन n -फलक की ओर तथा होल p -फलक की ओर चलते हैं; (iii) n -फलक पर पहुँचने वाले इलेक्ट्रॉन अग्र संपर्क द्वारा संग्रह किए जाते हैं तथा p -फलक पर पहुँचने वाले होल पश्च सम्पर्क द्वारा संग्रह किए जाते हैं। इस प्रकार p -फलक धनात्मक तथा n -फलक ऋणात्मक हो जाता है, जिसके फलस्वरूप फोटोवोल्टता प्राप्त (उत्पन्न) होती है।

जब चित्र (d) में दर्शाए अनुसार कोई बाह्य लोड R_L संयोजित किया जाता है तो लोड से एक प्रकाश धारा i_L प्रवाहित होती है। चित्र (e) में किसी सौर सेल का प्रतिरूपी $i-V$ अभिक्षणिक वक्र दर्शाया गया है।

यह तथ्य महत्वपूर्ण है कि सौर सेल के $i-V$ अभिलक्षणिक को निर्देशांक अक्षों के चौथे चतुर्थांश में खींचा गया है। इसका कारण यह है कि सौर सेल कोई विद्युत धारा नहीं लेता बल्कि यह लोड को विद्युत धारा की आपूर्ति करता है।

सौर सेलों के निर्माण के लिए आदर्श पदार्थ के रूप में उन अर्द्धचालकों को लेते हैं, जिनका बैंड अंतराल $1.5 eV$ के निकट होता है, जैसे— Si ($E_g = 1.1 eV$), $GaAs$ ($E_g = 1.43 eV$), $CdTe$ ($E_g = 1.45 eV$), $CuInSe_2$ ($E_g = 1.04 eV$) आदि हैं। सौर सेलों के निर्माण के लिए पदार्थों के चयन के

अर्द्धचालक इलेक्ट्रॉनिक्स : पदार्थ, युक्तियाँ तथा सरल परिपथ

लिए मुख्य कसौटियाँ हैं: (i) बैंड अंतराल (~ 10 से 1.8 eV), (ii) अधिक प्रकाश अवशोषण क्षमता, (iii) वैद्युत चालकता, (iv) कच्चे पदार्थ की उपलब्धता तथा (v) लागत। सौर सेलों को सदैव ही तेज सूर्य के प्रकाश की आवश्यकता नहीं होती। कोई भी प्रकाश जिसकी, ऊर्जा बैंड अंतराल से अधिक हो, उपयोगी हो सकता है।

सौर सेलों का उपयोग उपग्रहों में उपयोग होने वाली इलेक्ट्रॉनिक युक्तियाँ उद्भासनमापी (Exposuremeter), अंतरिक्ष यानों तथा कुछ कैलकुलेटर्स की वैद्युत आपूर्ति के लिए भी किया जाता है। वृहत पैमाने पर सौर ऊर्जा का उपयोग करने के लिए कम लागत व कम द्रव्यमान के फोटोवोल्टीय सेलों का उत्पादन उपयोगी होता है।

प्रश्न 12. NOT गेट की परिभाषा दीजिए। इसके बूलियन व्यंजक तथा सांकेतिक रूप लिखिए। इस गेट को व्यवहार में किस प्रकार प्रयुक्त किया जाता है? इसका तर्क प्रतीक एवं सत्यता-सारणी दीजिए।

(2011, 18)

या NOT गेट के लिए लॉजिक प्रतीक, सत्यता सारणी एवं बूलियन व्यंजक लिखिए तथा बताइए कि व्यवहार में यह गेट किस प्रकार प्रयुक्त होता है? (2010, 12, 18)

या NOT गेट का प्रतीक चिह्न बनाइए तथा इसका बूलियन व्यंजक लिखिए। (2012, 14, 17)

या NOT गेट की उपयुक्त आरेख की सहायता से सत्यता सारणी बनाइए। (2013)

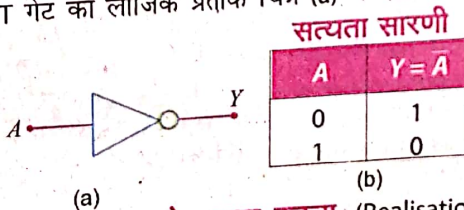
या NOT गेट का लॉजिक चिह्न, बूलियन व्यंजक एवं सत्यता सारणी दीजिए। (2014, 15)

या NOT गेट का संकेत चिह्न बनाकर इसकी सत्यता सारणी भी बनाइए। (2016)

उत्तर— NOT गेट—इसमें केवल एक निवेश (input) तथा एक निर्गत (output) होता है। इसका बूलियन व्यंजक इस प्रकार है—

$$\bar{A} = Y$$

जिसे 'NOT A equals Y' पढ़ा जाता है। इसका अर्थ है कि Y, A का ऋणक्रमण (negation) अथवा उल्टक्रमण (inversion) है। चूँकि बाइनरी पद्धति में केवल दो अंक 0 तथा 1 होते हैं, अतः $Y = 0$ यदि $A = 1$ तथा $Y = 1$ यदि $A = 0$ । NOT गेट का लॉजिक प्रतीक चित्र (a) में दर्शाया गया है।



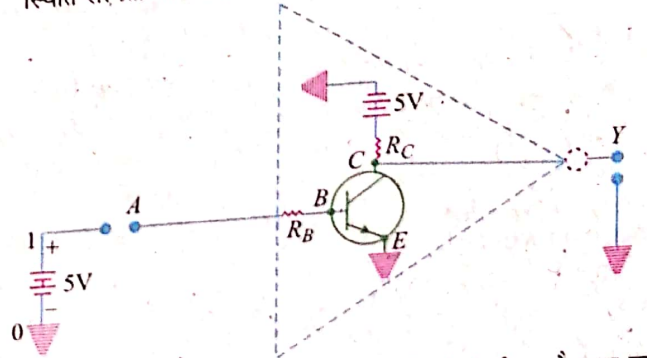
व्यवहार में NOT गेट प्राप्त करना (Realisation of NOT Gate)—व्यवहार में, हम NOT गेट को डायोडों को प्रयुक्त करके प्राप्त नहीं कर सकते। इसके लिए ट्रांजिस्टर प्रयुक्त करना होगा। चित्र में NOT गेट का वैद्युत परिपथ दर्शाया गया है जिसमें $n-p-n$ ट्रांजिस्टर प्रयुक्त किया गया है। ट्रांजिस्टर के आधार B को एक प्रतिरोधक R_B के द्वारा निवेशी टर्मिनल A से जोड़ा गया है तथा उत्सर्जक E को भू-सम्पर्कित कर दिया गया है। संग्राहक C को एक अन्य प्रतिरोधक R_C तथा 5V बैटरी के द्वारा भू-सम्पर्कित किया गया है। निर्गत Y, संग्राहक C का पृथ्वी के सापेक्ष वोल्टेज है।

NOT गेट की कार्य-प्रणाली की दो सम्भव स्थितियाँ निम्न प्रकार हैं—

- (i) जब निवेशी टर्मिनल A भू-सम्पर्कित होता है ($A = 0$), तब ट्रांजिस्टर का आधार B भी भू-सम्पर्कित हो जाता है। इसका अर्थ है कि आधार-उत्सर्जक ($B \sim E$) सन्धि अवअभिनत (unbiased) रहती है परन्तु आधार-संग्राहक ($B-C$) सन्धि उत्क्रम-अभिनत हो जाती है। चूँकि उत्सर्जक-धारा शून्य है तथा आधार-धारा भी शून्य है, अतः संग्राहक-धारा भी शून्य होगी। इस स्थिति में, ट्रांजिस्टर संस्तब्ध (cut-off) अवस्था में होता है। अतः संग्राहक C पर वोल्टेज, पृथ्वी के

सापेक्ष, +5V होगा जो कि संग्राहक परिपथ में जुड़ी बैटरी का वोल्टेज है। अतः $Y = 1$ यह स्थिति सत्यता सारणी [चित्र (b)] की पहली पंक्ति में व्यक्त की गयी है।

- (ii) जब निवेशी टर्मिनल A को 5V बैटरी के धन टर्मिनल से जोड़ा जाता है ($A = 1$), तब आधार-उत्सर्जक ($B-E$) सन्धि अग्र-अभिनत हो जाती है। इस दशा में उत्सर्जक-धारा, आधार-धारा तथा संग्राहक-धारा तीनों विद्यमान होती हैं। प्रतिरोधक R_B व R_C इस प्रकार चुने जाते हैं कि इस व्यवस्था में बड़ी संग्राहक-धारा प्राप्त हो। इस स्थिति में ट्रांजिस्टर संतृप्तता (saturation) की अवस्था में होता है। अग्र-अभिनति के कारण, R_C में विभव-पतन ठीक 5V होता है, जो कि संग्राहक-परिपथ में जुड़ी 5V बैटरी के कारण होने वाले विभव-पतन के ठीक बराबर तथा विपरीत है। इस प्रकार C पर वोल्टेज शून्य है। अतः $Y = 0$, यह स्थिति सत्यता सारणी [चित्र (b)] की दूसरी पंक्ति में व्यक्त की गयी है।



स्पष्ट है कि NOT गेट में यदि निवेशी 0 है, तो निर्गत 1 है तथा इसका उल्टा। इसकी सत्यता सारणी चित्र (b) में प्रदर्शित है।

प्रश्न 13. बूलियन बीजगणित में AND गेट को किस प्रकार प्रकट किया जाता है? इसका लॉजिक संकेत बताइए। इसे व्यवहार में किस प्रकार प्रयुक्त किया जाता है? (2011, 18)

या 'AND' गेट का लॉजिक प्रतीक, बूलियन व्यंजक एवं सत्यता-सारणी बनाइए। (2012, 14, 17)

या 'AND' गेट के लिए सत्यता सारणी बनाइए। यह गेट व्यवहार में सन्धि डायोड प्रयुक्त करके किस प्रकार प्राप्त किया जा सकता है? (2013)

या AND गेट का प्रतीक चिह्न एवं सत्यता सारणी बनाइए। (2017)

या NAND गेटों का प्रयोग कर (i) AND गेट (ii) OR गेट, किस प्रकार बनाते हैं? चित्र बनाकर समझाइए। (2018)

उत्तर— AND गेट—यह एक द्वि-निवेशी (two-input) तथा एकल-निर्गत (one-output) लॉजिक गेट है। यह दो निवेशी चरों A तथा B को संयुक्त करके एक निर्गत चर Y देता है। इसका बूलियन व्यंजक इस प्रकार है—

$$A \cdot B = Y$$

जिसे 'A AND B equals Y' पढ़ा जाता है। इसका लॉजिक संकेत चित्र (a) में दर्शाया गया है।

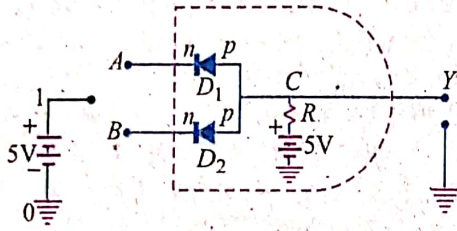
सत्यता सारणी (Truth Table)

A	B	$Y = A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(a) (b)

व्यवहार में AND गेट प्राप्त करना (Realisation of AND Gate)—व्यवहार में, AND गेट दो $p-n$ सन्धि डायोडों D_1 व D_2 से निर्मित वैद्युत परिपथ से प्राप्त किया जा सकता है। प्रतिरोधक R एक 5V बैटरी के धन

टर्मिनल से स्थायी रूप से जुड़ा है। निवेशी टर्मिनल A व B एक अन्य 5V बैटरी की सहायता से 0V (स्तर 0) अथवा 5V (स्तर 1) पर रखे जा सकते हैं। इस बैटरी का ऋण टर्मिनल भू-सम्पर्कित है।



निवेशियों A व B के चार सम्भव संयोग हैं—

- जब निवेशी टर्मिनल A व B दोनों भू-सम्पर्कित हैं ($A=0, B=0$), तब दोनों डायोड D_1 व D_2 अग्र-अभिनत होने के कारण चालित होते हैं। यदि डायोड आदर्श हैं, तब इनमें कोई विभव-पतन नहीं होता। अतः प्रतिरोधक R में 5V का विभव-पतन होता है तथा इसका सिरा C, पृथ्वी के सापेक्ष शून्य विभव पर होता है। इस प्रकार, निर्गत Y, जो कि प्रतिरोधक R के सिरे C पर वोल्टेज है, शून्य होता है ($Y=0$)। यह स्थिति सत्यता सारणी [चित्र (b)] की पहली पंक्ति में व्यक्त की गयी है।
- जब निवेशी टर्मिनल A भू-सम्पर्कित है तथा B, 5V बैटरी के धन टर्मिनल से जुड़ा है ($A=0, B=1$), तब डायोड D_1 चालित होता है परन्तु D_2 चालित नहीं होता (क्योंकि यह अग्र-अभिनत नहीं है)। यदि D_1 आदर्श है, तब इसमें कोई विभव-पतन नहीं होता। अतः प्रतिरोधक R में 5V का विभव-पतन होता है तथा इसका सिरा C, पृथ्वी के सापेक्ष, शून्य विभव पर होता है। अतः निर्गत Y पुनः शून्य होता है ($Y=0$)। यह स्थिति सत्यता सारणी [चित्र (b)] की दूसरी पंक्ति में व्यक्त की गयी है।
- जब निवेशी टर्मिनल A, 5V बैटरी के धन टर्मिनल से जुड़ा है तथा B भू-सम्पर्कित है ($A=1, B=0$), तब डायोड D_2 चालित होता है। यदि यह डायोड आदर्श है, तब इसमें कोई विभव-पतन नहीं होता। अतः पुनः प्रतिरोधक R में 5V का विभव-पतन होता है तथा इसका सिरा C, पृथ्वी के सापेक्ष, शून्य विभव पर होता है। अतः निर्गत Y अब भी शून्य होता है ($Y=0$)। यह स्थिति सत्यता सारणी [चित्र (b)] की तीसरी पंक्ति में व्यक्त की गयी है।
- जब टर्मिनल A व B दोनों 5V बैटरी के धन टर्मिनल से जोड़े जाते हैं ($A=1, B=1$), तब कोई भी डायोड चालित नहीं होता तथा प्रतिरोधक R में धारा नहीं होती। अतः प्रतिरोधक का ऊपरी सिरा C उसी विभव पर होता है जिस पर कि उसका निचला सिरा होता है, अर्थात् पृथ्वी के सापेक्ष, +5V पर। इस प्रकार, अब निर्गत सिरा Y भी +5V पर होता है ($Y=1$)। यह स्थिति सत्यता सारणी [चित्र (b)] की अन्तिम पंक्ति में व्यक्त की गयी है।

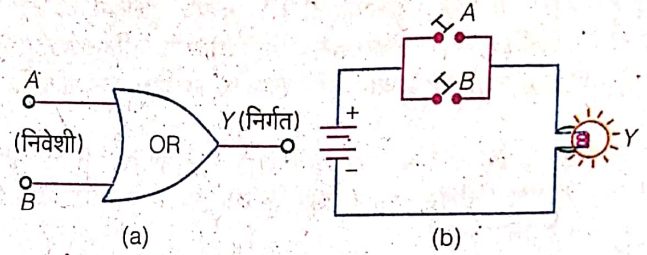
स्पष्ट है कि AND गेट में, यदि दोनों निवेशी 1 हैं तभी निर्गत भी 1 होता है, अन्यथा निर्गत 0 होता है।

OR गेट (OR Gate)

OR गेट एक ऐसी युक्ति है जिसमें दो अथवा दो से अधिक निवेशी सिग्नल (input signal) तथा केवल एक निर्गत सिग्नल (output signal) होता है। दो निवेशी सिग्नल A तथा B तथा एक निर्गत सिग्नल Y वाला OR गेट चित्र (a) में प्रदर्शित किया गया है। इसका बूलियन व्यंजक $A+B=Y$ है, जिसे 'A OR B equals Y' पढ़ा जाता है। OR गेट के सभी सम्भव निवेशी संयोगों तथा उनके संगत निर्गतों को आगे सत्यता सारणी में प्रदर्शित किया गया है।

OR गेट की सत्यता सारणी

निवेशी (Input)		निर्गत (Output) $Y = (A + B)$
A	B	
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



OR गेट की क्रिया पद्धति को चित्र (b) में प्रदर्शित वैद्युत परिपथ की सहायता से समझा जा सकता है। इस परिपथ में एक बैटरी, एक बल्ब व दो स्विचों के समान्तर संयोजन को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। स्पष्ट है कि स्विचों के खुले अथवा बन्द होने का परिणाम हमें बल्ब में देखने को मिलता है, अतः दोनों स्विच A, B निवेशी टर्मिनल हैं तथा बल्ब Y निर्गत टर्मिनल है। जब कोई स्विच बन्द (ON) होता है, अर्थात् धारा को गुजरने देता है तो उसकी अवस्था को बाइनरी अंक 1 से प्रदर्शित किया जाता है तथा जब कोई स्विच खुला (OFF) होता है, अर्थात् धारा के प्रवाह को रोक देता है तो उसकी अवस्था को बाइनरी अंक 0 से प्रदर्शित किया जाता है। इसी प्रकार जब बल्ब जला होता है तो उसकी अवस्था $Y=1$ होगी, जबकि बल्ब के बुझे होने पर उसकी अवस्था $Y=0$ होगी।

परिपथ से स्पष्ट है कि यदि

- $A=0, B=0$, दोनों स्विच खुले (OFF) हैं तो बल्ब बुझा रहेगा, अर्थात् $Y=0$
- $A=1, B=0$, A बन्द (ON) है, B खुला (OFF) है तो बल्ब जल जाएगा, अर्थात् $Y=1$
- $A=0, B=1$, A खुला (OFF) है, B बन्द (ON) है तो बल्ब जल जाएगा, अर्थात् $Y=1$
- $A=1, B=1$, दोनों स्विच बन्द (ON) हैं तो बल्ब जल जाएगा, अर्थात् $Y=1$

इस प्रकार इस परिपथ का निर्गत $Y=1$ होता है, जबकि कम-से-कम एक निवेशी (input) 1 है, अतः इस परिपथ के निर्गत और निवेशी में सम्बन्ध OR गेट के समान है, इसलिए यह OR गेट का तुल्य परिपथ है।

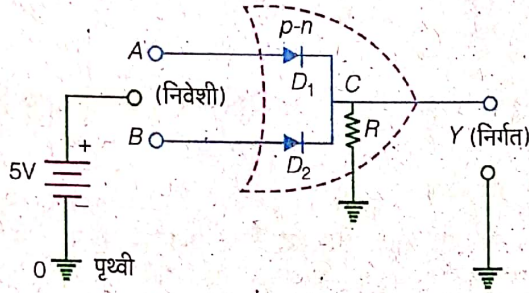
OR गेट प्राप्त करना (Realisation of OR Gate)

प्रायोगिक रूप से OR गेट को p-n सन्धि डायोडों की सहायता से भी प्राप्त किया जा सकता है, जिसकी व्यवस्था चित्र (a) व (b) में प्रदर्शित की गई है। इस परिपथ में एक +5 वोल्ट की बैटरी का ऋण सिरा भू-सम्पर्कित रखा गया है, जो 0 स्थिति को प्रदर्शित करता है। बैटरी का धन सिरा (+5 वोल्ट) 1 स्थिति को प्रदर्शित करता है। सत्यता सारणी के अनुसार निवेश के चार सम्भव संयोजन हैं जिन्हें बारी-बारी से नीचे समझाया गया है।

1. प्रथम स्थिति, $A=B=0$ —यदि दोनों निवेश शून्य हैं, अर्थात् दोनों डायोडों के सिरों A तथा B को भू-सम्पर्कित रखा जाए (अर्थात् $A=B=0$) तो दोनों में से कोई भी डायोड अग्र अभिनत नहीं होगा, अतः प्रतिरोध R में कोई धारा नहीं बहेगी तथा निर्गत विभव Y शून्य होगा (अर्थात् $Y=0$)।

अर्थात् $0+0=0$

2. द्वितीय स्थिति, $A=1, B=0$ —यदि B को भू-सम्पर्कित करें ($B=0$) तथा A को बैटरी के धन सिरे से जोड़ें तो A पर +5 वोल्ट का विभव होगा, अर्थात् ($A=1$), तब डायोड D_1 अग्र अभिनत होगा, जबकि डायोड D_2 पश्च अभिनत होगा। D_1 से धारा प्रवाहित होगी तथा अग्र अभिनति के कारण D_1 का प्रतिरोध लगभग नगण्य होगा। प्रतिरोध R में धारा प्रवाहित होने के कारण इसके सिरे के बीच 5 वोल्ट का विभवान्तर होगा, अतः Y पर निर्गत विभव 5 वोल्ट होगा (अर्थात् $Y=1$) अर्थात् $1+0=1$



3. तृतीय स्थिति, $A=0, B=1$ —यह स्थिति A को भू-सम्पर्कित करके तथा B को बैटरी के धन सिरे से जोड़कर प्राप्त होगी। इस स्थिति में केवल डायोड D_2 से धारा प्रवाहित होगी। द्वितीय स्थिति के समान ही इस स्थिति में भी निर्गत विभव 5 वोल्ट होगा (अर्थात् $Y=1$)।
अर्थात् $0+1=1$

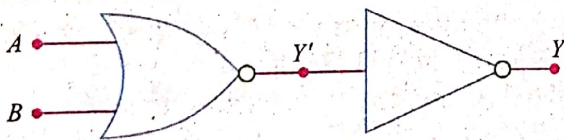
4. चतुर्थ स्थिति, $A=B=1$ —यह स्थिति A तथा B दोनों को बैटरी के धन सिरे से जोड़ने पर प्राप्त होती है। इस स्थिति में दोनों डायोड D_1 तथा D_2 अग्र अभिनत होते हैं, अतः बैटरी से चलने वाली धारा अब D_1 व D_2 में बँट जाती है तथा पुनः संयुक्त होकर प्रतिरोध R से होकर गुजरती है। R के सिरे के बीच पुनः 5 वोल्ट का विभवान्तर उत्पन्न होता है, अतः निर्गत विभव पुनः +5 वोल्ट होगा (अर्थात् $Y=1$)।
अर्थात् $1+1=1$

प्रश्न 14. NAND गेट और NOR गेट क्या हैं? इनके लॉजिक प्रतीक तथा सत्यता सारणी दीजिए। (2017)

या NOR गेट का लॉजिक प्रतीक बनाइए और इसका बूलियन व्यंजक लिखिए। (2014, 16, 17)

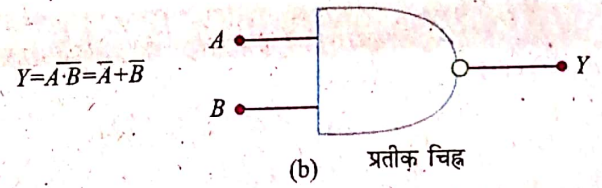
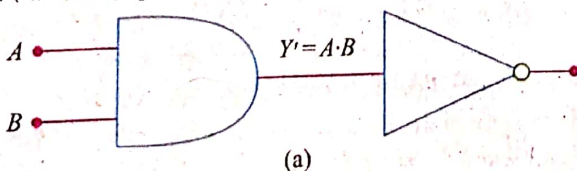
या NOR गेट का लॉजिक चिह्न, बूलियन व्यंजक एवं सत्यता सारणी दीजिए। (2014, 17)

या चित्र में एक लॉजिक परिपथ दिया गया है। दिखाइए कि यह परिपथ OR गेट की तरह कार्य करता है। (2018)



उत्तर— NAND गेट तथा NOR गेट को सार्वत्रिक गेट भी कहते हैं। इनका प्रयोग करके पुनः मूल लॉजिक गेट (OR, AND तथा NOT) भी प्राप्त किये जा सकते हैं।

1. NAND गेट—यह मूल लॉजिक गेट AND गेट तथा NOT गेट का संयोजन है। इसमें AND गेट के निर्गम को NOT गेट का निवेश बना दिया जाता है [चित्र (a)]। इसका तर्क प्रतीक [चित्र (b)] में प्रदर्शित है।



अतः इसका बूलियन व्यंजक : $Y = \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ है।

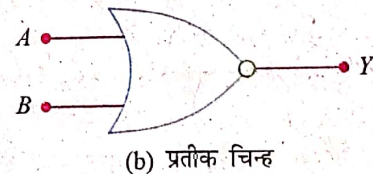
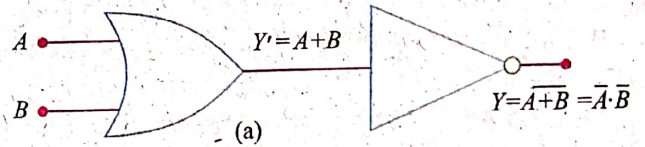
NAND गेट की सत्यता सारणी

A	B	Y'	$Y = \overline{Y'}$
0	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	1	0

\Rightarrow

A	B	Y
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

2. NOR गेट—यह मूल लॉजिक गेट OR गेट तथा NOT गेट का संयोजन है। इसमें OR गेट के निर्गम को NOT गेट का निवेश बना दिया जाता है [चित्र (a)]। इसका तर्क प्रतीक [चित्र (b)] में प्रदर्शित है।



अतः इसका बूलियन व्यंजक : $Y = \overline{A + B}$ है।

NOR गेट की सत्यता सारणी

A	B	Y'	$Y = \overline{Y'}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

\Rightarrow

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

प्रश्न 15. चित्र में दिये गये गेटों P तथा Q के नाम बताइए तथा निर्गत सिग्नल Y की सत्यता सारणी बनाइए। (2019)



उत्तर— P—OR गेट तथा Q—AND गेट
सत्यता सारणी

A	B	Y'	Y
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	1	1

प्रयोगात्मक कार्य

प्रयोग संख्या 1

उद्देश्य

समतल दर्पण तथा उत्तल लेन्स की सहायता से जल का अपवर्तनांक ज्ञात करना।

आवश्यक उपकरण

समतल दर्पण, उत्तल लेन्स, क्लैम्प सहित ऊर्ध्वाधर स्टैंड, नुकीला व लम्बा ऑप्टिकल पिन, जल, मीटर पैमाना तथा चॉक का टुकड़ा।

सिद्धान्त

यदि एक ऐसा उत्तल लेन्स लिया जाये जिसकी दोनों वक्रता त्रिज्याएँ बराबर तथा उसके पदार्थ (काँच) का अपवर्तनांक 1.5 हो तो ऐसी दशा में यदि काँच के लेन्स की फोकस दूरी f_g तथा जल एवं काँच से बने संयुक्त लेन्स की फोकस दूरी F हों तो वायु के सापेक्ष जल का अपवर्तनांक ${}_a n_w$ निम्नलिखित सूत्र से व्यक्त किया जाता है—

$${}_a n_w = 2 - \left(\frac{f_g}{F} \right)$$

प्रेक्षण

उत्तल-लेन्स की फोकस-दूरी f_g तथा संयुक्त लेन्स की फोकस-दूरी F के लिये सारणी—

क्र० सं०	बिना जल डाले पाठ्यांक				समतल दर्पण पर जल डालकर पाठ्यांक	
	लेन्स से पिन की दूरी a (सेमी में)	समतल दर्पण से पिन की दूरी b (सेमी में)	लेन्स की फोकस दूरी $f_g = \frac{a+b}{2}$ (सेमी में)	उत्तल लेन्स की माध्य फोकस दूरी f_g (सेमी में)	समतल दर्पण से पिन तक की दूरी, अर्थात् संयुक्त लेन्स की फोकस दूरी F (सेमी में)	संयुक्त लेन्स की माध्य फोकस-दूरी F (सेमी में)
1.	17.0	17.4	17.2		25.3	
2.	16.7	17.3	17.0	17.20	25.2	25.27
3.	17.1	17.5	17.3		25.3	

परिकलन

वायु के सापेक्ष जल का अपवर्तनांक

$${}_a n_w = 2 - \left(\frac{f_g}{F} \right) = 2 - \left(\frac{17.20}{25.27} \right) = 2 - 0.67 = 1.32$$

परिणाम

वायु के सापेक्ष जल का अपवर्तनांक ${}_a n_w = 1.32$

सावधानियाँ

- (1) पिन को क्षैतिज अवस्था में इस प्रकार रखना चाहिए कि उसकी नोक लेन्स की मुख्य अक्ष पर पड़े।
- (2) आँख को पिन से काफी ऊपर रखकर प्रतिबिम्ब देखना चाहिए।
- (3) जल की कुछ बूँदें ही (अल्प मात्रा) दर्पण पर डालनी चाहिए।
- (4) उत्तल लेन्स की फोकस दूरी अधिक होनी चाहिए।

सम्भावित त्रुटियाँ

- (1) हो सकता है कि कमरे का ताप बदल जाये जिससे द्रव के ताप में अन्तर आने से अपवर्तनांक के मान से त्रुटि आ जाये तथा
- (2) ऊर्ध्वाधर स्टैंड का आधार क्षैतिज न हो।

प्रयोग संख्या 2

उद्देश्य

विभवमापी द्वारा किसी प्राथमिक सेल (लेक्लांशे सेल) का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करना।

आवश्यक उपकरण

विभवमापी, संचायक सेल, लेक्लांशे सेल, प्रतिरोध बक्स, धारामापी, धारा नियन्त्रक, दो प्लग-कुँजी तथा सम्बन्धक तार आदि।

सूत्र

विभवमापी द्वारा किसी सेल का आन्तरिक प्रतिरोध r , निम्नलिखित सूत्र से ज्ञात किया जा सकता है—

$$r = \left[\frac{E}{V} - 1 \right] = R \left[\frac{I_1}{I_2} - 1 \right]$$

जहाँ, r = सेल का आन्तरिक प्रतिरोध

R = प्रतिरोध बक्स द्वारा सेल परिपथ में लगाया हुआ प्रतिरोध

E = द्वितीयक परिपथ में प्रयुक्त सेल का वि०वा० बल

I_1 = अविक्षेप बिन्दु तक तार की लम्बाई जब प्रतिरोध R सेल के द्वितीयक परिपथ में नहीं है।

I_2 = अविक्षेप बिन्दु तक तार की लम्बाई जब प्रतिरोध R सेल के द्वितीयक परिपथ में है।

V = द्वितीयक परिपथ में धारा प्रवाहित होने पर सेल का टर्मिनल विभवान्तर।

प्रयोग विधि

- (1) चित्र के अनुसार, विभवमापी के सिरे A से दो तार जोड़ लेते हैं। एक तार को संचायक सेल B , के धन ध्रुव से जोड़ देते हैं। सेल के ऋणात्मक ध्रुव को धारा नियन्त्रक के नीचे वाले (स्थिर) एक संयोजक पेंच से तथा धारा नियन्त्रक के ऊपर वाले (चलनशील) संयोजक पेंच को कुँजी K_1 के एक सिरे से तथा कुँजी K_1 के दूसरे सिरे को विभवमापी के सिरे B से जोड़ देते हैं। कुँजी K_1 से प्लग बाहर निकाल लेते हैं।
- (2) सिरे A से जुड़े दूसरे तार को प्राथमिक सेल (लेक्लांशे सेल E) के धन ध्रुव से जोड़ देते हैं। इस धन ध्रुव से एक तार और जोड़ देते हैं जिसका दूसरा सिरा प्रतिरोध बक्स के एक पेंच से जोड़ देते हैं। सेल E के ऋणात्मक ध्रुव से दो तार जोड़ते हैं। एक तार के दूसरे सिरे को शन्ट युक्त धारामापी के एक पेंच से तथा धारामापी के दूसरे पेंच को जौकी J से जोड़ देते हैं। सेल E के ऋणात्मक ध्रुव से जुड़े दूसरे तार को कुँजी K_2 के एक पेंच से तथा कुँजी K_2 के दूसरे पेंच को प्रतिरोध बक्स के दूसरे पेंच से जोड़ देते हैं। कुँजी K_2 से प्लग बाहर निकाल लेते हैं।
- (3) वैद्युत परिपथ के ठीक होने की जाँच करते हैं। इसके लिए प्लग-कुँजी K_1 में प्लग लगा देते हैं ताकि संचायक सेल का परिपथ पूर्ण हो जाये और प्राथमिक विद्युत परिपथ में धारा प्रवाहित होने लगे। कुँजी K_2 का प्लग बाहर रखकर जौकी को तार के उस सिरे A की ओर लाते हैं जिस सिरे पर सेलों के धनात्मक सिरे जुड़े हैं। जब जौकी को क्रमशः पहले तथा अन्तिम तार पर स्पर्श कराकर धारामापी में विक्षेप की दिशा देखते हैं। यदि पहले

मॉडल पेपर-1

भौतिक विज्ञान

केवल प्रश्न-पत्र

कक्षा-12

■ समय : 3 घण्टे 15 मिनट ■

■ पूर्णांक : 70 ■

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं।

निर्देश : (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(2) इस प्रश्न-पत्र में 5 खण्ड हैं: खण्ड 'अ', खण्ड 'ब', खण्ड 'स', खण्ड 'द', खण्ड 'य'।

(3) खण्ड 'अ' बहुविकल्पीय है तथा प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

(4) खण्ड 'ब' अतिलघु उत्तरीय है तथा प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

(5) खण्ड 'स' लघु उत्तरीय है तथा प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

(6) खण्ड 'द' लघु उत्तरीय है तथा प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।

(7) खण्ड 'य' विस्तृत उत्तरीय है तथा प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है। इस खण्ड के चारों प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प का चयन प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों में आपको दिए गए चयन में से केवल 1 प्रश्न ही करना है।

खण्ड-'अ'

- (क) निम्नलिखित में से धारिता का मात्रक कौन-सा है? 1
(i) कूलॉम (ii) ऐम्पियर (iii) वोल्ट (iv) कूलॉम/वोल्ट
- (ख) 50Ω प्रतिरोध के धात्विक तार को खींचकर उसकी लम्बाई दोगुनी कर देते हैं। इसका नया प्रतिरोध है— 1
(i) 25Ω (ii) 50Ω (iii) 100Ω (iv) 200Ω
- (ग) हेनरी/मीटर मात्रक है— 1
(i) वैद्युतशीलता का (ii) चुम्बकशीलता का
(iii) परावैद्युतांक का (iv) स्वप्रेरकत्व का
- (घ) ध्रुवण कोण (p) तथा क्रांतिक कोण (c) में सम्बन्ध व्यक्त होता है— 1
(i) $\tan p = \operatorname{cosec} c$ (ii) $\tan p = \sin c$
(iii) $\tan p = \sec c$ (iv) $\tan p = \cos c$
- (ङ) यदि किसी कण का संवेग दोगुना कर दिया जाए तो इसकी डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य होगी— 1
(i) अपरिवर्तित (ii) चार गुनी (iii) दोगुनी (iv) आधी
- (च) n - टाइप अर्द्धचालक में वैद्युत चालन का कारण है— 1
(i) इलेक्ट्रॉन (ii) कोटर (iii) प्रोटॉन (iv) पॉजिट्रॉन

खण्ड-'ब'

- (क) आवेश के पृष्ठ घनत्व से क्या तात्पर्य है? 1
- (ख) उस भौतिक राशि का नाम बताइए जिसका मात्रक बेबर-मी⁻² है। 1
- (ग) चुम्बकीय फ्लक्स से आप क्या समझते हैं? 1
- (घ) ऐसी दो भौतिक घटनाओं का उल्लेख कीजिए जो प्रकाश की तरंग प्रकृति की पुष्टि करती हैं। 1
- (ङ) किसी धातु के लिए कार्य फलन 3.3 इलेक्ट्रॉन वोल्ट है। धातु के लिए देहली आवृत्ति की गणना कीजिए। 1
- (च) द्विअपवर्तन से आप क्या समझते हैं? 1

खण्ड-'स'

- (क) $1.0\mu\text{C}$ के दो बराबर एवं विपरीत प्रकार के आवेश 2.0 मिमी दूर रखे हैं। इस वैद्युत द्विध्रुव का द्विध्रुव आघूर्ण ज्ञात कीजिए। 2
- (ख) एक कुण्डली का स्वप्रेरण गुणांक 10 मिली हेनरी है। इसमें वैद्युत धारा 5 मिली सेकण्ड में 5 ऐम्पियर से 15 ऐम्पियर हो जाती है। कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक बल ज्ञात कीजिए। 2
- (ग) रेडियोऐक्टिव क्षय का नियम क्या है? 2
- (घ) अर्द्धचालक क्या होता है? किसी एक अर्द्धचालक का नाम लिखिए। 2

अथवा LED का पूरा नाम बताइए। 2

खण्ड-'द'

- (क) धातुओं में इलेक्ट्रॉनों के अनियमित (मुक्त) वेग और उनके अनुगमन वेग में क्या अन्तर है? 3
- (ख) 8 ओम के मोटे तार को खींचकर इसकी लम्बाई दोगुनी कर दी जाती है। तार के नये प्रतिरोध की गणना कीजिए। 3
- (ग) किसी वैद्युत द्विध्रुव को एकसमान विद्युत क्षेत्र में सन्तुलन की स्थिति से 8° कोण घुमाने के लिए किये गये कार्य का सूत्र प्राप्त कीजिए। 3
- (घ) प्राकृतिक रेडियोऐक्टिवता में मिलने वाली तीनों प्रकार की किरणों के गुणों की तुलना कीजिए। 3
- (ङ) विद्युत-चुम्बकीय स्पेक्ट्रम के अलग-अलग क्षेत्रों की किन्हीं चार प्रकार की तरंगों के नाम लिखिए। उनकी तरंगदैर्घ्य के औसत मान तथा कोई एक उपयोग लिखिए। 3
- (क) परस्पर सम्पर्क में रखे दो पतले लेन्सों के संयोजन की फोकस दूरी के लिए सूत्र की स्थापना कीजिए। 3
- (ख) दूरदर्शी की विभेदन क्षमता का सूत्र लिखिए तथा प्रयुक्त प्रतीकों के अर्थ बताइए। इसको कैसे बढ़ाया जा सकता है? 3
- (ग) 300 वाट तथा 600 A तरंगदैर्घ्य के एकवर्णीय प्रकाश स्रोत से प्रति सेकण्ड कितने फोटॉन का उत्सर्जन होता है? 3
[प्लांक नियतांक (h) = $6.6 \times 10^{-34} \text{ Js}$ तथा प्रकाश की चाल (c) = $3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$]

अथवा

- बॉमर श्रेणी की द्वितीय रेखा की तरंगदैर्घ्य 4860Å है। ज्ञात कीजिए— 3
(i) रिडबर्ग नियतांक,
(ii) बॉमर श्रेणी की प्रथम रेखा की तरंगदैर्घ्य।
- (घ) फोटो डायोड प्रकाश संसूचक के रूप में कार्य करता है। इस कथन की पुष्टि कीजिए। 3
- (ङ) p - n सन्धि डायोड के लिए अग्र-दिशिक परिपथ आरेख बनाइए। 3

खण्ड-'य'

- सिद्ध कीजिए कि किसी बन्द पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत-फ्लक्स ϕ उस पृष्ठ द्वारा परिवर्द्ध कुल आवेश q का $1/\epsilon_0$ गुना होता है, जहाँ ϵ_0 मुक्त आकाश की वैद्युतशीलता है। 5
- अथवा अनन्त लम्बाई के समान रूप से आवेशित सीधे तार के निकट वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक गौस के प्रमेय की सहायता से प्राप्त कीजिए। 5
- लॉरेंज बल के आधार पर वैद्युत-चुम्बकीय प्रेरण की व्याख्या कीजिए। 5
- अथवा 220 वोल्ट आपूर्ति से किसी आदर्श ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली द्वारा उस समय कितनी धारा ली जाती है जब यह 110 V - 550 W के रेफ्रिजरेटर को शक्ति प्रदान करता है। 5

8. ध्रुवित तथा अध्रुवित प्रकाश में अन्तर बताइए।
अथवा निकट दृष्टि दोष क्या है? इसके क्या कारण हो सकते हैं? इसका निवारण किस प्रकार किया जा सकता है?

5
5
5

9. उभयनिष्ठ उत्सर्जक धारा-लाभ (β) एवं उभयनिष्ठ आधार धारा-लाभ (α) के बीच सम्बन्ध स्थापित कीजिए।
अथवा NOR गेट का लॉजिक चिह्न बूलियन व्यंजक एवं सत्यता सारणी दीजिए।

मॉडल पेपर-2

भौतिक विज्ञान

केवल प्रश्न-पत्र

कक्षा-12

■ पूर्णांक : 70 ■

■ समय : 3 घण्टे 15 मिनट ■

निर्देश : मॉडल पेपर-1 के अनुसार।

खण्ड-'अ'

- (क) 100 माइक्रोफैरड धारिता वाले संधारित्र को 10 वोल्ट तक आवेशित करने पर उसमें संचित ऊर्जा होगी—
(i) 5.0×10^{-3} जूल (ii) 0.5×10^{-3} जूल
(iii) 0.5 जूल (iv) 5.0 जूल
- (ख) समान्तर क्रम में जुड़े 10 ओम के दो प्रतिरोधों का तुल्य प्रतिरोध है—
(i) 20 ओम (ii) 10 ओम (iii) 15 ओम (iv) 5 ओम
- (ग) एक कुण्डली के लिए स्वप्रेरकत्व 2mH है। उसमें वैद्युत धारा प्रवाह की दर 10^3 ऐम्पियर/सेकण्ड है। इसमें प्रेरित विद्युत वाहक बल है—
(i) 1 वोल्ट (ii) 2 वोल्ट
(iii) 3 वोल्ट (iv) 4 वोल्ट
- (घ) वह घटना जो प्रकाश की अनुप्रस्थ तरंग प्रकृति दर्शाती है—
(i) व्यतिकरण (ii) विवर्तन
(iii) ध्रुवण (iv) अपवर्तन
- (ङ) फोटॉन का विराम द्रव्यमान होता है—
(i) E/c^2 (ii) $h/c\lambda$ (iii) h/λ (iv) शून्य
- (च) कोटर (छिद्र) अधिसंख्य आवेश वाहक होते हैं—
(i) नैज अर्द्धचालकों में (ii) n -प्रकार के अर्द्धचालकों में
(iii) p -प्रकार के अर्द्धचालकों में (iv) धातुओं में

खण्ड-'ब'

- (क) विभव प्रवणता तथा वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता में सम्बन्ध बताइए।
(ख) लॉरेन्ज बल क्या है?
(ग) 8.0 मिली हेनरी स्वप्रेरकत्व वाली कुण्डली में 2.0 ऐम्पियर धारा है। कुण्डली के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र में कितनी ऊर्जा संचित है?
(घ) ध्रुवित प्रकाश से आप क्या समझते हैं?
(ङ) m द्रव्यमान के कण के साथ जुड़ी डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य λ का सम्बन्ध इसके गतिज ऊर्जा K के पदों में लिखिए।
(च) ध्रुवण कोण से क्या तात्पर्य है?

खण्ड-'स'

- (क) 1.5×10^{-3} कूलॉम आवेश पर 2.25 न्यूटन का बल कार्य करता है। उस बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।
(ख) किसी समय t पर एक कुण्डली से सम्बद्ध तात्क्षणिक चुम्बकीय फ्लक्स $\phi = (4t^3 - 5t^2 - 10t + 70)$ वेबर है। समय $t = 2$ सेकण्ड पर कुण्डली में प्रेरित विद्युत वाहक बल ज्ञात कीजिए।
(ग) क्यूरी की परिभाषा दीजिए।
(घ) शुद्ध अर्द्धचालकों में जब कोई अपद्रव्य मिलाया जाता है तो क्या होता है?
अथवा p -प्रकार का अर्द्धचालक क्या है?

खण्ड-'द'

- (क) एक चालक में 6.4 ऐम्पियर वैद्युत धारा प्रवाहित होती है। यदि चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या 8×10^{24} प्रति मीटर हो तो उनका अनुगमन वेग ज्ञात कीजिए।
(ख) किसी सेल के विद्युत वाहक बल तथा इसके सिरों के बीच विभवान्तर (टर्मिनल विभवान्तर) में सम्बन्ध का सूत्र स्थापित कीजिए।
(ग) b भुजा वाले एक घन के प्रत्येक शीर्ष पर q आवेश है। इस आवेश विन्यास के कारण घन के केन्द्र पर विद्युत विभव तथा विद्युत-क्षेत्र ज्ञात कीजिए।
(घ) नाभिकीय संलयन से क्या तात्पर्य है?
(ङ) एक समतल वैद्युत-चुम्बकीय तरंग में वैद्युत क्षेत्र के दोलनों की आवृत्ति 2×10^{10} Hz तथा आयाम 30 वोल्ट-मीटर⁻¹ है। तरंग में चुम्बकीय क्षेत्र का आयाम ज्ञात कीजिए।
- (क) प्रकाश के अपवर्तन से आप क्या समझते हैं? इसके नियम लिखिए।
(ख) एक उभयोत्तल लेन्स 1.5 अपवर्तनांक के काँच से बना है। इसके दोनों पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ 20 सेमी हैं। लेन्स की क्षमताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए जब इसे हवा में रखा जाए और जब इसे 1.25 अपवर्तनांक के द्रव में डुबाया जाए।
(ग) प्रकाश-वैद्युत प्रभाव के नियम लिखिए।
अथवा 'कार्यफलन' तथा 'देहली आवृत्ति' की व्याख्या कीजिए।
(घ) हाइड्रोजन परमाणु की n वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा $E_n = \frac{-13.6}{n^2}$

इलेक्ट्रॉन वोल्ट (eV) सूत्र से दी जाती है। इसके आधार पर

- $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ तथा ∞ के लिए विभिन्न ऊर्जा स्तरों को खींचिए।
- विभिन्न इलेक्ट्रॉनिक संक्रमणों द्वारा हाइड्रोजन परमाणु के उत्सर्जन स्पेक्ट्रम की लाइमन तथा बॉमर श्रेणियों को प्रदर्शित कीजिए।
- तर्क (लॉजिक) गेट से आप क्या समझते हैं?

खण्ड-'य'

- स्थिर-विद्युतिकी (वैद्युत-स्थैतिकी) में गौस के नियम का उल्लेख कीजिए।
अथवा गौस-प्रमेय की सहायता से दो बिन्दु आवेशों के बीच कार्य करने वाले बल के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए।
- धारावाही लम्बी परिनालिका के स्व-प्रेरकत्व का सूत्र स्थापित कीजिए।
अथवा चोक कुण्डली का कार्य-सिद्धान्त समझाइए। चोक कुण्डली में वाटहीन धारा के महत्त्व को समझाइए।
- एकल स्लिट के विवर्तन प्रतिरूप में केन्द्रीय फ्रिज की कोणीय चौड़ाई का सूत्र प्राप्त कीजिए।
अथवा आँख का दूर दृष्टि दोष क्या है? इसका निवारण कैसे किया जाता है?
- $n - p - n$ ट्रांजिस्टर की रचना एवं कार्यविधि समझाइए।
अथवा $n - p - n$ ट्रांजिस्टर की प्रवर्धक के रूप में कार्यों की संक्षिप्त व्याख्या कीजिए।

मॉडल पेपर-3

भौतिक विज्ञान

केवल प्रश्न-पत्र

कक्षा-12

■ पूर्णांक : 70 ■

■ समय : 3 घण्टे 15 मिनट ■

निर्देश : मॉडल पेपर-1 के अनुसार।

खण्ड-‘अ’

- (क) $E=0$ तीव्रता वाले वैद्युत-क्षेत्र में विभव V का दूरी पर r के साथ परिवर्तन होगा—
 (i) $V \propto 1/r$ (ii) $V \propto r$
 (iii) $V \propto 1/r^2$ (iv) V, r पर निर्भर नहीं करेगा
 (ख) एक बेलनाकार चालक की प्रतिरोधकता एवं विशिष्ट चालकता का गुणनफल निर्भर करता है—
 (i) तापक्रम पर (ii) पदार्थ पर
 (iii) अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल पर (iv) इनमें से कोई नहीं
 (ग) $\frac{L}{R}$ की विमा होगी, जहाँ L प्रेरकत्व तथा R प्रतिरोध है—
 (i) $[M^0 L^0 T^{-1}]$ (ii) $[M^0 L T]$ (iii) $[M^0 L^0 T]$ (iv) $[MLT^{-2}]$
 (घ) 600 nm तरंगदैर्घ्य का एकवर्णीय प्रकाश निर्वात से 1.5 अपवर्तनांक वाले माध्यम में प्रवेश करता है। माध्य में इसकी तरंगदैर्घ्य होगी—
 (i) 400 nm (ii) 600 nm (iii) 450 nm (iv) 900 nm
 (ङ) 100 ग्राम द्रव्यमान की एक गेंद 30 मी/से के वेग से चल रही है। इससे सम्बद्ध डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य होगी—
 (i) 4.4×10^{-34} मी (ii) 2.4×10^{-27} मी
 (iii) 2.2×10^{-34} मी (iv) 2.0×10^{-10} मी
 (च) $p-n$ सन्धि डायोड के अवक्षय परत में होते हैं—
 (i) केवल कोटर (ii) केवल इलेक्ट्रॉन
 (iii) इलेक्ट्रॉन तथा कोटर दोनों (iv) न इलेक्ट्रॉन तथा न कोटर

खण्ड-‘ब’

- (क) वैद्युत-विभव की परिभाषा दीजिए तथा इसकी विमा लिखिए।
 (ख) ऐम्पियर का परिपथीय नियम लिखिए।
 (ग) चुम्बकीय आघूर्ण की परिभाषा दीजिए।
 (घ) कला-सम्बद्ध स्रोतों से आप क्या समझते हैं?
 (ङ) प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन का अर्थ समझाइए।
 (च) साइक्लोट्रॉन किस सिद्धान्त पर कार्य करता है?

खण्ड-‘स’

- (क) कूलॉम के नियम का सदिश रूप बताइए।
 (ख) भँवर धाराओं से आप क्या समझते हैं?
 (ग) किसी रेडियोऐक्टिव पदार्थ की अर्द्ध-आयु से क्या तात्पर्य है?
 (घ) सन्धि डायोड में विभव प्राचीर से क्या तात्पर्य है?

अथवा NOT गेट का परिपथ चिह्न बनाइये।

खण्ड-‘द’

- (क) अपवाह वेग की परिभाषा दीजिए। अपवाह वेग एवं विद्युत धारा में सम्बन्ध स्थापित कीजिए।
 (ख) एक चालक में 6.4 ऐम्पियर वैद्युत धारा प्रवाहित होती है। यदि चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या 8×10^{24} प्रति मीटर हों तो उनका अनुगमन वेग ज्ञात कीजिए।
 (ग) सिद्ध कीजिए कि निरक्षीय स्थिति में किसी बिन्दु पर वैद्युत-द्विध्रुव द्वारा वैद्युत-विभव शून्य होता है।
 (घ) किसी नाभिक की द्रव्यमान क्षति क्या है? इससे बन्धन ऊर्जा कैसे प्राप्त होती है?
 (ङ) द्रव्यमान क्षति से क्या तात्पर्य है?
 (क) किसी अवतल दर्पण के लिए सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$ की स्थापना कीजिए, जहाँ संकेतों के सामान्य अर्थ हैं।
 (ख) परस्पर सम्पर्क में रखे दो पतले लेन्सों के संयोजन की फोकस दूरी के लिए सूत्र की स्थापना कीजिए।
 (ग) आइंस्टीन के प्रकाश विद्युत समीकरण का निगमन कीजिए।
 अथवा डी-ब्रॉग्ली तरंगदैर्घ्य का सूत्र प्राप्त कीजिए एवं प्रतीकों का अर्थ स्पष्ट कीजिए।
 (घ) हाइड्रोजन परमाणु के लिए बोर की परिकल्पनाएँ लिखिए।
 (ङ) n -प्रकार का अर्द्धचालक क्या है? इसकी रचना समझाइए।

खण्ड-‘य’

- वैद्युत-द्विध्रुव के कारण अक्षीय स्थिति में किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता का व्यंजक प्राप्त कीजिए।
 अथवा गौस के नियम का प्रयोग करते हुए एक असीमित (अनन्त) विस्तार वाली आवेशित समतल चादर के निकट वैद्युत-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।
 7. विद्युत चुम्बकीय प्रेरण सम्बन्धी लेन्ज के नियम का उल्लेख कीजिए। यह किस संरक्षण के नियम पर आधारित है?
 अथवा ट्रांसफॉर्मर की रचना तथा कार्यविधि का वर्णन कीजिए। इसमें पटलित लौह क्रोड का क्या महत्त्व है?
 8. हाइगेन्स के द्वितीयक तरंगिकाओं के सिद्धान्त की विवेचना कीजिए।
 अथवा पूर्ण आन्तरिक परावर्तन से आप क्या समझते हैं? इसकी आवश्यक शर्तें लिखिए।
 9. किसी सन्धि डायोड की अग्र-अभिनति तथा उत्क्रम-अभिनति की अवस्थाओं में धारा प्रवाह की व्याख्या कीजिए।
 अथवा जेनर डायोड क्या है? जेनर डायोड का उपयोग वोल्टेज रेगुलेटर के रूप में परिपथ आरेख की सहायता से समझाइए।

29 वर्षों से उत्तर प्रदेश TOPPER'S की निरन्तर पहली पसंद

**Topper
2019**

97.8% दिव्यांशी
कन्नौज

2016

इस बोर्ड परीक्षा की तैयारी के समय मेरे मम्मी-पापा तथा गुरुजन का असीम योगदान रहा है। मेरे लिए विद्या प्रकाशन मन्दिर की पुस्तकें विशेष रूप से लाभकारी सिद्ध हुई हैं।

93.2% आकाश मौर्या
बाराबंकी

2018

मैं अपनी सफलता का पूरा श्रेय प्रधानाचार्य, शिक्षकों और माता-पिता को देना चाहूंगा। मेरा अटूट विश्वास है कि विद्या प्रकाशन मन्दिर की Text-Books के अध्ययन से परीक्षार्थी परिषदीय परीक्षाओं में शानदार उपलब्धियाँ प्राप्त कर सकता है।



तनु तोमर

श्री राम इण्टर कॉलेज,
बागपत

**489/500
(97.8%)**



97.2% कु० ज्योति राठौर
लखनऊ

2015

मेरे सभी गुरुओं तथा माता-पिता को इस शानदार सफलता का श्रेय जाता है। बोर्ड परीक्षा में श्रेष्ठ उपलब्धि की 100% भागीदारी के साथ सर्वश्रेष्ठ परीक्षा मार्गदर्शक मैं विद्या Question Bank को मानती हूँ।

95.2% दर्शिका सिंह
फतेहपुर

2017

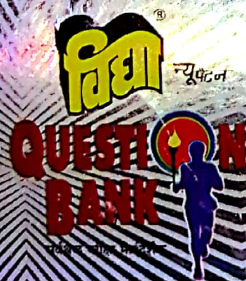
परीक्षा में प्रथम स्थान पाने के लिए जागरूकता तथा अथक परिश्रम के साथ विद्या Question Bank का योगदान रहा है। मेरे पूजनीय गुरुजन तथा माता-पिता का इस उपलब्धि में महान योगदान रहा है।

“ मेरी सफलता का श्रेय मेरे शिक्षक, परिवार एवं विद्या Question Bank को जाता है। ”

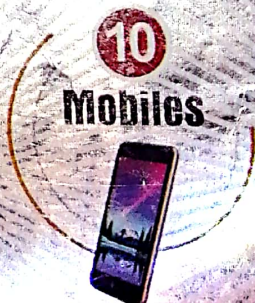
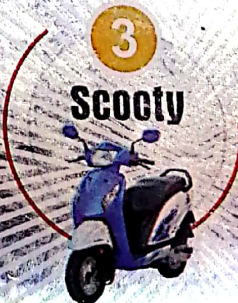
Coupon

Name of Student _____ Coupon No. _____
 Father's Name _____ Address _____
 _____ Pin code _____ Mobile No. _____
 Name & Address of School _____
 Subject Name _____ Class _____
 Subject Teacher's Name _____ Subject Teacher's No. _____
 Book Seller's Name & Address (with Stamp) _____

घोंघ कूपन भरकर भेजिए और लकी ड्रॉ में हिस्सा लीजिए



LUCKY DRAW Learn & Win!



विद्या प्रकाशन मन्दिर प्रा० लि०

Book Code
H 058
ISBN 935166-757-5



M.R.P.
₹ 98.80

Head Office: Vidya Industrial Estate, Baghpat Road, Meerut - 250002 (Delhi NCR), Tele : 0121-7130556, 7130600
 Regd. Office : G-8, Narain Manzil, 23-Barakhamba Road, Connaught Place, New Delhi-110001, Visit at: www.vidyaprakashan.com
 Email: info@vidyaprakashan.com, For Educational Use, No Tax on Books, © Publishers, Edition-2020

विद्या प्रकाशन मन्दिर प्रा० लि० का नाम राष्ट्रीय मानक बोर्ड द्वारा मान्यता प्राप्त है। इसका नाम राष्ट्रीय मानक बोर्ड द्वारा मान्यता प्राप्त है।