یکان

۱۲

سال یکم ـ شمارهٔ دوازدهم
بهمن‌ماه ۱۳۴۳
بها : ۲۰ ریال

مجلّه ریاضیّات

در این شماره :

سرمقاله	ترجمهٔ دکتر علاء کیائی	۱
بینهایت در ریاضیات	ترجمهٔ مهدی مدغم	٤
اینشتاین	ترجمهٔ احمد بیرشك	۷
فصلی از تاریخ علوم ریاضی	ترجمهٔ باقر امامی	۱۱
دومین شب میهمانی	ترجمه وتنظیم‌ازپرویزشهریاری	۱٤
تبدیل	ایرج ادیبی	۱۸
ترسیمات هندسی فقط با پرگار	حبیب‌الله عبداللهی	۲۰
مسائل امتحانات ثلث اول دبیرستانها	—	۲۱
حل مسائل شماره‌های گذشته	—	۳٤
حل مسائل نمونه	—	٤۷
مسائل برای حل	—	۵۰
اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی	ایرج ارشاقی	۵۷
اشتباه از چیست	—	۵۸
سرگرمی	—	٦۰

ماشینهای محاسبه
و
مغزهای الکترونیکی
از سری کتابهای کاوش در
ریاضیات نوین
منتشر شد

از انتشارات : ایران مک گروهیل
سازمان انتشارات و خدمات فرهنگی

نامهٔ زیر از آقای دکترعلی افضلی‌پور ، استاد دانشگاه، دربارهٔ چاپ مقالهٔ ایشان در شمارهٔ ۱۱ به دفتر مجله رسیده است . تصمیم برآن گرفتیم که متن نامهٔ ایشان را بدون نقطه‌ای پس‌وپیش و اظهار نظر باهمان شیوهٔ کتابتی که خود مرقوم داشته‌اند چاپ کنیم .

«شورای نویسندگان»

آقای عبدالحسین مصحفی صاحب‌امتیاز محترم مجله یکان

همکار گرامی

این‌جانب ازبدو انتشار یکان (مجله ریاضیات) همواره با نهایت علاقه ودقت آنرا مطالعه کرده وازاینکه میدیدم چندتن از لیسانسیه‌های باارزش‌دانشکدهٔعلوم که‌همه‌ازدوستان من‌هستند بنشر چنین مجلهٔ سودمندی پرداخته‌اند بسیار خوشوقت بودم. بدین‌سبب باوجود گرفتاریهای‌گوناگون بمنظور همکاری‌باآنان وآشنا کردن خوانندگان مجله‌بایکی از مباحث‌جالب یکی ازمهمترین رشته‌های ریاضیات کنونی مقاله‌ای دربارهٔ «ماهیت روشهای آماری» تهیه نمودم‌که در یازدهمین شمارهٔ آن مجله درج شده‌است

باعث نهایت تأسف‌است‌که شورای نویسندگان متن نوشته این‌جانب را تغییرداده است. اگربااین عمل موضوع مقاله بهتر یاآسانتر درك ویا مطالب نادرست آن احیاناً اصلاح میشد سخنی نبود. حتی درچنین‌موردی نیز اقتضا داشت این تغییرات بانظر نویسنده که قریب سی‌سال است افتخار استادی دانشگاه تهران را دارد صورت میگرفت .

(دنباله درصفحهٔ ۲۰ مکرر)

یکان سال

حاوی : مقاله‌های جامعی در سیر تکاملی علوم ریاضی ، نجوم ، فیزیك و شیمی‌حل مسائل‌امتحانات‌نهائی ایران ـ مسائل‌امتحانات‌نهائی‌وکنکورکشورهای دیگر، حل‌مسائل نمونهٔ ممتاز ـ داستانهای تفننی ریاضی و مطالب دیگر

اسفندماه ۱۳۴۳ منتشر می‌شود

کتابفروشی هاشمی
شیراز

مرکز پخش و انتشار مطبوعات مفید و ارزندهٔ ایران در فارس

از تألیفات هوشنگ شریف‌زاده

پانصد مسألهٔ فیزیك

برای کلاسهای پنجم دبیرستان و داوطلبان کنکور دانشکده‌ها

بها: ۱۰۰ریال

۴۲۰ مسألهٔ فیزیك

برای کلاسهای چهارم دبیرستان و داوطلبان کنکور دانشکده‌ها

بها: ۶۰ ریال

راهنمای فیزیك

برای کلاسهای سوم دبیرستان

بها: ۳۰ریال

ناشر: بنگاه مطبوعاتی معراجی
تهران - خیابان ناصرخسرو

یکان
مجلهٔ ریاضیات

شمارهٔ دوازدهم ـ سال اول

بهمن‌ماه ۱۳۴۳

از انتشارات : **ایران ـ مك‌گروهیل**

تخت‌جمشید ـ چهارراه روزولت ـ شمارهٔ۲۸۲

تلفن : ۷۵۶۸۶۳

صاحب امتیاز : عبدالحسین مصحفی

زیر نظر شورای نویسندگان

هرماه یکبار منتشر می‌شود

نشانی پستی : صندوق پستی ۲۶۳

اشتراك سالانه (۱۲شماره) ۲۰۰ ریال

تك‌شماره ۲۰ریال

مقاله‌های رسیده مسترد نمی‌شود

چاپ آذر

کشورهـای مترقی ، در سالهای اخیر دست به کار تجدید نظر دربرنامه های ریاضیات دبستانی ودبیرستانی خود زده‌اند. از آن جمله در کشور آمریکا گروههای مختلفی از استادان ومعلمان و صاحبنظران تشکیل شده است وبه‌این مهم اقدام ورزیده‌اند . هر گـروه در این‌باره‌مطالعات‌ژرفی نموده‌و برنامه‌ای تنظیم و پیشنهاد کرده است و در ضمن گزارش‌کارخودرانیز به صورت جزوه‌ای انتشار داده‌است‌یکی ازاین گروهها،در آن‌کشور،به‌نام‌گروه **«کامبریج»** معروف است که متشکل از۲۹ نفر ریـاضیدان حرفه‌ای وکسانی است که درشغل خود ریاضیات‌را به‌کار می‌برند. در جزوه‌ای که اینان به چـاپ رسانده‌اند ، آقای **«فرانسیس‌کپل»**(Francis Keppel)، مسئول امر تعلیمات در آمریـکا (وزیر آموزش و پرورش) ، مقدمـه‌ای نوشته است. این‌مقدمه چون از پاره‌ای جهات دارای نکات‌آموزنده است، (یـالااقل به نظرما چنین است)، شورای نویسندگان یکان برآن شدکه ترجمهٔ آن راازنظر خوانندگان بگذراند . اینك این شما واین‌ترجمهٔ مقدمهٔ موردبحث.

●●●

اگر کسی بخواهد به‌پیشرفتهای مهمی که درده‌سال گذشته نصیب دستگاه آموزشی کشور شده‌است وقوف یابد، باید به‌تغییرات برنامه، تغییراتی که هرگز پایان نمی‌پذیرد، وانقلابی کـه این تغییرات در وضع مدرسه به‌وجود آورده است، توجه کند. این‌تحول بـاتجدیدنظر در برنامهٔ ریاضیات وعلوم شروع‌شده وسپس کلیهٔ برنامه های دبستانی و دبیرستانی را تحت‌تأثیرقرارداده‌است.

اصلاحات اخیر برنامه دارای چنان مشخصه هایی است که‌آن را ازتغییراتی که‌در گذشته نصیب برنامه ها می‌شدکاملاً متمایز ساخته‌است. تلاشی که برای این تغییرات به‌عمل‌آمده است تا حدودبسیاری جنبهٔ همگانی داشته یـا حداقل‌دریك حوزهٔ وسیع انجام گرفته است . این‌تغییرات به‌وسیلهٔ دانشمندان دانشگاه ومعلمان ورزیده رهبری وهدایت شده‌است . نه‌ازنظر رهبری‌صرف،

بلکه ازلحاظ اجرای روزانهٔ تلاشها ، همکاری این‌چند گروه باعث شده است که دیوارپوسیده‌ای که بین استادان دانشگاه و دبیران دبیرستانها و آموزگاران دبستانها جدایی انداخته بودویران گردد. این دسته‌ها ناگزیر بودند که بی‌هیچ استثنایی از مرحلهٔ اتخاذ تصمیم وتعیین سیاست وتنظیم برنامهٔ‌کار روزانه بگذرند وبه‌تهیهٔ مواد برای استفادهٔ مدرسه‌بپردازند .

این‌عده‌درکار خود به موفقیتهای شایانی نایل‌شده‌اند و همین موفقیتها نقایص‌کار آنان را پوشانده است. بااین‌حال چنین نقایصی وجود دارد،امانه آن‌چنان که بشودآنهارا بسیارمهم‌انگاشت. دراین که‌آیا نقایص موجود در جنبش اصلاحی فعلی به‌آن‌اندازه مؤثرند که بشودآنها راتهدیدی برای هدفهای مشخص جنبش به‌شمارآورد، باید کمی تأمل کرد .

این‌نقایص از عدم ثباتی که از مشخصات اصلاحات برنامه‌ای است ناشی می‌شود. از یك طرف،قصددانشمنداین‌است که‌رشتهٔ‌درسی‌را به قسمی که‌خودبه‌آن‌توجه‌داردودربرنامه‌بگنجاندودانش‌آموزرابه‌سوی‌آینده‌ای‌بامباحثی‌مبهم‌وماجراجویانه‌سوق‌دهد. البته این‌نیت‌مسبوق‌به‌این‌اعتقاداست که شاگرد دارای چنان‌استعدادی است که می‌تواند همه چیز را فراگیرد وبه‌عالیترین مقام‌علمی نایل آید. امااین تصور، ازطرف دیگر، باوقوف به‌این‌حقیقت که توانایی شاگرد دریادگیری، رابطهٔ مستقیم باتوانایی معلم در امر تعلیم دارد وآن را تحت‌تأثیر قرار می‌دهد ، جای تردید است. اگر بناست که شاگرد به‌سرحدات دانش‌برسد، معلم باید لااقل‌این سرحدات را بشناسد. اگرمی‌خواهیم که انگیزهٔ‌شاگرد را تحریك کنیم که دراین وادی به راه‌افتد، معلم باید دست کم بداند که کدام راه به بیراههٔ منتهی‌می‌شود. این‌حقایق است که‌در اصلاح‌برنامه محدودیتهایی به وجود می‌آورد . یعنی رشته های نوین‌درسی طوری‌تغییرداده می‌شود که معلم، بایك کارآموزی مجدد، بتواندازعهدهٔ تعلیم آن رشتهٔ درسی‌به خوبی برآید. باوقوف به‌این محدودیتهاست که‌کارشناسان برنامه‌ناچارند حدی‌برای اصلاحات بپذیرند، حدی که دایرهٔ‌آن، متأسفانه، بسیار تنگ‌است.

اگرمطلب به همین‌جاختم می‌شد، نتیجه‌اش مصیبت‌بار می‌شد. برنامه‌های نوینی دردستگاه آموزش وپرورش وارد می‌شود که نقایصی همراه می‌آورد که بایدبه‌نوبهٔ خود در رفع آنها کوشید . برنامه های‌تازه که‌باالتهاب‌داخل‌دستگاه‌آموزشی می‌شود، مانند برنامه های قدیم، آن‌قدرادامه‌پیدا می کند که نه‌تنها دیگر جوابگوی احتیاج مردم نیست، بلکه‌در واقع برای کشور غیرقابل تحمل می‌شود. باروشهای محافظه‌کارانه‌ای که در دستگاه‌آموزشی وجوددارد و این که دانشمندان‌تمایلی به‌برگشت به‌روشهای قدیم‌دارند، نقیصهٔ برنامه‌ای، تامدتی نزدیك به‌پنجاه‌سال به‌درازاخواهد کشید.

این گزارش‌قدمی تهورآمیز برای مقابله بااین‌مسئلهٔ مهم است. دراینجامسئلهٔ‌محدودیتهای دستگاه آموزشی‌مشخص شده‌است. این‌حقیقت عیان گشته است که نه‌تنها اکثرمعلمان ریاضی‌قادر

نیستند که برنامه‌های نوین ریاضیات را تدریس کنند، بلکه باید گفت که تقریباً کافهٔ آنان ازدرك آن‌نیز عاجزند. کارآموزی مختصری که در زمان کوتاهی صورت گیرد، هرگز برای حل‌این معضل کفایت نمی کند. برنامهٔ سال‌اول دارای چنان مفاهیمی است که‌یك معلم متوسط، به‌طور کلی، از آن بی‌اطلاع است.

به‌هرحال، اینها برنامه‌هایی است که مدارس باید اجرای آنهارا هدف‌خود قراردهند. اگر معلمان قادرنیستند که آنهارا امروز اجرا کنند، باید ترتیبی اتخاذ شود که بتوانند آن‌را در ده‌یا بیست سال دیگرانجام دهند. اگراین مواد، مطالبی‌است که باید آموخته‌شود، مؤسسات‌تربیت معلم‌بایداز هم‌اکنون‌وبه فوریت در فکرآماده ساختن معلمان ما، به‌مقیاسی‌وسیع، باشند. به‌هرتقدیر، برنامه ها باید اصلاح‌شود ولوآنکه در چهارچوبی کوچك باشد، ولی‌هدف غایی و نهایی‌اصلاحات اساسی وژرف برنامه ها نباید ازنظر دوربماند وبه‌هرقیمتی‌شده‌باید اقداماتی کرد که به‌این‌هدفهای بزرگ رسید.

آیا هدفهایی که در این گزارش تهیه شده است قابل اعتماد است ؟ آیـا می‌توانیم قبول کنیم که برنامهٔ پیشنهادی این گزارش در حقیقت آن برنامه‌ای است که مـا باید در سال ۱۹۹۰ داشته باشیم ؟

ازاین موضوع که پاسخ این‌سؤالها، به طور کلی، قطعیت ندارد، نباید ناراحت شد. هیچ یك‌ازما نمی‌دانیم که اجتماع‌مادرسی‌سال دیگرچگونه‌خواهد بودوریاضیات‌چه‌نقشی درچنان‌اجتماع بازی‌می کند. این گزارش نظربیست‌ونه نفر از بزرگترین ریاضیدانان و دانشمندان علوم راعرضه می‌دارد وراهی‌را که‌بایددرپیش گیریم نشان می‌دهد . آنان هدفهایی برای‌آینده تعیین کرده‌اند که اگرمی‌خواهیم درطریق پیشرفت گام برداریم، باید اقداماتی درشرایط‌فعلی درجهت‌نیل‌به آن‌هدفها به عمل آوریم. باگذشت زمان ، شاید این هدفها به طور کلی تغییریابندولی‌از اقداماتی که انجام داده‌ایم‌هرگزپشیمان نخواهیم‌شد، چه‌لااقل شیوهٔ‌صحیح راه‌پیمایی‌دراین وادی‌راآموخته‌ایم.

اگرما این گزارش راتنها ازنظر برنامهٔ ریاضیات مطالعه کنیم دچار اشتباه شده‌ایم.راهی راکه ریاضیدانان دراین گزارش پیش گرفته‌اند ، راهی است که باید همهٔ‌دانشمندان در رشته‌های خود بپذیرند. اگر تجدیدنظر دربرنامه بایدنقش حیاتی خود رادرفرهنگ کشور ماایفا کند، باید شهامت‌آن را داشته‌باشیم که دورتر از احتیاجات فعلی‌وحتی امکانات موجودرا ببینم. انجام‌دادن‌این منظور برای رشته‌هایی که سادگی‌فطری‌ریاضیات راندارند بسی‌مشکلتر است‌ولی‌این‌امیدواری‌هست که‌این گزارش رهنمون کسانی واقع‌شود که رشته‌های تعلیمات عمومی‌موردنظرایشان است.

ترجمه از: دکتر علاء کیائی

بینهایت در ریاضیات

ترجمهٔ مهدی مدغم

نامه‌های بسیاری به ما می‌رسدکه همه حاکی از اشکالی است که‌نویسندگان آنها دربارهٔ بینهایت دارند . دربرنامهٔ ریاضیات دبیرستانی ما کار با بینهایتها وجود دارد ولی متأسفانه آنچنانکه باید مطلب برای دانش آموزان شکافته نمی‌شود . برای رفع این اشکال وآشنائی بیشتر با مفهوم بینهایت در ریاضیات از آقای «مهدی مدغم» ، که همکاری ایشان با یکان بسیار مغتنم است ، خواهش‌کردیم که مقاله زیرین را از مجلهٔ ریاضیات دانش‌آموز ترجمه‌کنند تا در اختیار خوانندگان عزیز قرارگیرد .

امید است که با خواندن این مقاله بسیاری از اشکالهای مربوط به بینهایت مرتفع گردد .

«شورای نویسندگان»

یکی از مواردی‌که انسان را از سایر حیوانات متمایز می‌سازد طرز تفکر اونسبت به موجوداتی است‌که در اطراف وی قراردارند . در حالی که‌همهٔ‌حیوانات‌متوجه‌خودهستندوشاید متوجه رابطهٔ خودباسایر اشیاء نیز باشند ، به‌ظاهرتنها انسان است که می‌تواند خواصی از موجودات را مد نظر قرار دهد که خود جزئی از آن موجودات‌نیست . مثلا بیشتر وقتی‌که به سن رفتن‌مدرسه می‌رسیم، می‌دانیم علت اینکه یك دانه سیب که که روی دودانه سیب گذاشته شود جمعا سه سیب می‌شود آن‌است که یك به علاوهٔ دو می‌شود سه . اعداد یك و دو و سه جزئی از سیبها هستند ، زیرا هیچیك از خواص شیرینی و ترشی و سرخی و زیبائی‌که در سیبها هست در این اعداد نیست . سیب هسته‌یا تخم دارد و حال اینکه این اعداد هسته ندارند . اعداد یك و دو و سه ، غیر از سیب ، خواص مجموعه‌های مختلف اشیاء دیگر نیز می‌باشند . این اعداد مجرد نامیده می شوند و هدف ریاضیات مطالعهٔ روابط بین اعداد است که از ابتدا از مجموعه های اشیاء انتزاع پیدا کرده مجرد شده‌اند .

از هنگامی‌که ما به مجرد ساختن اعداد از اشیاء عادت کرده‌ایم می‌توانیم آنها را به وسیلهٔ قواعد ریاضی با یکدیگر ترکیب کنیم بی آنکه دربارهٔ اشیاء مربوط به آنها بیندیشیم . فی‌المثل می‌توانیم اعدادی مانند

$(99988877766655544433322211 1)^{68}$ رابه‌دست آوریم وحال‌آنکه مطمئن هستیم‌که این‌قدر سیب یا پول یاحتی الکترون درسراسر عالم وجود ندارد . این نکته بسیار مهم است‌که وقتی که قدرت مجرد ساختن‌اعداد در ما پیداشد، می توانیم فکر خود را به خارج ازحدود تجربه وسعت دهیم. در مطالعهٔ ریاضیات داشتن‌چنین قدرتی لازم‌است ، چه‌موضوعات ریاضی شامل مجموعه‌هایی است‌که اغلب داری تعداد عنصرهای نامحدودمی‌باشد . به طورخلاصه بشرمی‌تواند بابینهایت ارتباط پیداکند زیراکنجکاو است وکنجکاوی او همه جانبه است .

بشر قبل ازاینکه به موضوع اعداد بسیار بزرك ، خارج ازحد تصور، بپردازد به موضوع اعداه‌کوچکتر از حد تصور علاقمند شده بود . زنون‌فیلسوف یونانی‌که در حدود ۴۵۰سال

پیش از میلاد مسیح زندگی می‌کرد چند معما عرضه نمود که می‌رساند در آن روز، وقتی که بشر درباره اعداد بسیار کوچك فکر می‌کرد، با چه مشکلی روبرو می گردید. شاید معروفترین این معما ها داستان یك مسابقهٔ خیالی بین قهرمانی به نام **آخیلس** و یك لاك پشت باشد. زنون می گوید که اگر آخیلس به لاك پشت اجازه دهد که کمی زود تر از او مسابقه دو را شروع نماید، هرگز به لاك پشت نخواهد رسید، چه وقتی آخیلس به‌جایی می رسد که لاك پشت در ابتدای مسابقه بوده است، لاك پشت مسافت دیگری طی کرده است و باز وقتی آخیلس این مسافت را طی کرد، لاك پشت کمی پیشتر رفته است. و به‌همین ترتیب استدلال می‌شود که همواره لاك پشت مقداری از آخیلس جلوتر خواهد بود و این امر می‌رساند که آخیلس چابك به لاك پشت کند روهیچگاه نخواهد رسید. البته یونانیهای عهد عتیق می‌دانستند که آخیلس مسابقه را می‌برد وبنابراین نکته‌ای دراین معما وجود دارد که این نتیجه غلط به دست می‌آید. اکنون آخیلس را به حال خود می گذاریم تا نفس زنان بیست و سه قرن لاك پشت را تعقیب نماید و کمی بعد در همین مقاله بیاری او می‌شتابیم تامسابقه را ببرد.

مسائل مربوط به اعداد بینهایت کوچك که به وسیلهٔ زنون وسایر فلاسفه عنوان می شد به آسانی قابل حل نبود. ریاضیدانان بزرگی مانند **نیوتون ولایب‌نیتز** که درحدودسیصد سال قبل قواعدی برای آنالیز بیان نمودند با این مسئله رو به روشدند. یعنی مسئلهٔ اعدادی که‌ازهرعدددلخواه کوچکتروبااین حال‌صفر نباشد. برای اینکه آنالیز قابل عمل باشد، لازم‌بود که این اعداد را در بعضی مراحل همچون صفر و در مراحل دیگر مخالف صفر بگیرند. بدین ترتیب آنالیز به صورت ابزاری شگفت‌انگیز درآمد که اکنون در بسیاری از موارد علمی استفاده می‌دهد و ما این استفاده را مدیون‌این دو دانشمند می باشیم. بااین حال اشخاصی بودندکه عملیات آنالیز آنان را قانع نمی کرد و می خواستند بدانند که چرا این عملیات درست در می‌آید. اگر چه فعلا برای ما مقدور نیست که کارهای آنها را تجدیدکنیم ولی می‌توانیم آنچه راکه باعث شدتاآنالیز بر پایه‌ای‌محکم بنیان شوددرك کنیم.

اگر چه ریاضیدانان از ابتداء تشخیص داده بودند که اعداد مجرد هستند، ولی با این وصف بی اختیار به هندسه و فیزیك تکیه می‌نمودند تا حقیت ریاضیات را دراین دوباحواس خود دریابند. اما وقتی که با مسائلی مواجه شدند که از محسوسات کاری ساخته نبود (مانند عدد مثبت مخالف صفری که از هرعدد دلخواهی کوچکتر باشد؛ یا فاصله‌ای که از هر فاصلهٔ داده شده کوتاهتر است) نمی توانستند اشکال حاصله را رفع نمایند. تمایل شدیدی که باعث بنیان آنالیز گردید ریاضیات‌رااز دنیای محسوسات آزاد ساخت. هرچه دانشمندان ریاضی بیشتر در طریق آنالیز کار می‌کردند بیش ازپیش به طبیعت مجرد ریاضیات معتقد می گردیدند. اشکالاتی که نیوتون ولایب نیتز رابه خود مشغول کرده بود نظیرآنها بودکه‌یونانیان به هنگام کوشش درفهم معمای زنون داشتند. در هر دو مورد سلسله مراحل نامحدودی به نظر می‌آمد که‌آخرین آنها غیر قابل تصور است. برای اینکه ببینیم این مسئله چگونه حل‌شد وضع آخیلس کوفته را مد نظر قرار می دهیم و برای سهولت فرض می‌کنیم که لاك پشت ساعتی یك کیلو متر و آخیلس ساعتی۲ کیلومتر می پیماید ولاك پشت درآغاز مسابقه یك‌کیلو-مترپیش ازآخیلس بوده‌است. جدول زیر سلسله مراحل مسابقه را نشان می‌دهد.

زمانی که از آغاز مسابقه می گذرد	۰	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۳}{۴}$	$\frac{۷}{۸}$	$\frac{۱۵}{۱۶}$	$\frac{۳۱}{۳۲}$	....
مسافتی که لاك پشت جلو تر است	۱	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۸}$	$\frac{۱}{۱۶}$	$\frac{۱}{۳۲}$	....

چنانچه جدول فوق نشان می دهد مجموع زمانهایی که برای طی کردن این مراحل لازم است همواره از یك ساعت کمتر است و کاملا صحیح است که لاك‌پشت در هریك از این مراحل جلوتر از آخیلس باشد. اما هرچه ساعت به یك نزدیك می‌شود فاصله این دو به سمت صفر میل می‌کند وچون ساعت از یك بگذرد آخیلس ازلاك پشت جلو خواهد افتاد و هیچ تناقضی در اینکه متحرکی تعداد نا محدودی فواصل جزئی را درزمانی محدودبه پیماید ایجاد نمی گردد. تنها اشکال کار در آن است که بتوانیم چنین سلسله مراحلی را در مغز مجسم کنیم. درسال ۱۸۲۸ **کوشی** برای ایجاد آنالیز برپایه‌ای محکم و بدون مراجعه به تصاویر و محسوسات قدم بزرگی برداشت. قبل ازسال ۱۸۷۰ریاضیات از قید متکی بودن به اشکال‌هندسی رهایی یافت. **وایرشتراس** نشان دادکه نه تنها تصاویر برای درك مفاهیم ریاضی غالبا نمی‌توانند مؤثر باشند بلکه اغلب‌مانع درك این مفاهیم می گردند.

حال به ببینیم چه برسر بینهایت‌آمد. زنون اشکالاتی‌را که‌در مقابل قبول عددی به‌نام بینهایت پیش می‌آید خاطر نشان ساخت. آنان‌که آنالیزرا بنیان گذاشتند مسئله را بدین‌ترتیب حل‌کردندکه مفهوم بینهایت یعنی عددی‌بزرگتر ازتمام اعداد. بنابراین بینهایت چیزی می‌شد که به سوی آن می‌توان رفت اما هیچگاه بدان نمی توان رسید.

اگر بینهایت که باعلامت ∞ نشان داده می‌شودبزرگترین عدد باشد وعملامانند یکی از اعداد معمولی وجود داشته باشد،

تناقضات زیر را می‌توان به دست آورد :

۱ـ چون بینهایت بزرگترین عدد است، می‌توان نوشت:

$\infty = \infty + 1$. وچون بینهایت را از طرفین تساوی کم کنیم، داریم : $1 = 0$

۲ـ به دلیل فوق داریم $\infty = 2\infty$ و چون طرفین را بر ∞ تقسیم کنیم داریم $1 = 2$

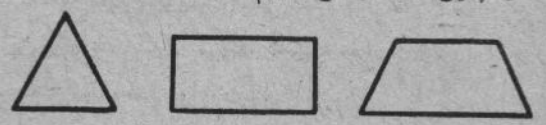
۳ـ و بازبه همان دلیل $\infty = \infty^2$ و این تساوی را می‌توان به صورتهای زیر نوشت :

$$0 = \infty^2 - \infty = \infty(\infty - 1) = \infty[(\infty + 1) - 1]$$
$$= \infty \times \infty = \infty^2$$

بدین ترتیب بینهایت دچار مخاطره شد و به نظر رسید که سرنوشت ، او را از وجود بشر دور می‌سازد . **گوس** که بدون شك یکی ازبزرگترین مغزهای متفکر ریاضی است چنین می‌گوید : من در مقابل مقدار بینهایت معترضم و استعمال آن را در ریاضی هرگز مجاز نمی‌دانم .

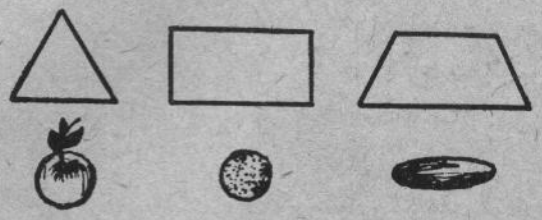
درحدودسال ۱۸۷۰ ریاضیدان آلمانی به نام **جرج کانتور** دربارهٔ مسئله‌ای مربوط به آنالیز تحقیق می‌نمود . نتیجهٔ اساسی که اوگرفت این بود که ممکن است قضیه‌ای دربارهٔ بعضی از مجموعه‌های بینهایت صحیح باشد ، ولی دربارهٔ تمام مجموعه‌های بینهایت صدق ننماید . این بیان دنیای ریاضیات را سخت تکان داد،زیرا نشان می‌داد که بینهایتهای مختلفی وجود دارد .ازاین رو چنین اندیشیدند که باوجود بینهایتهای متفاوت،چرا همچنانکه حسابی برای اعداد محدود وجود دارد یك حساب نیز برای بینهایت به وجود نیاوریم .

دربارهٔ اشکالاتی که از ضمیمه کردن بینهایت در حساب پیش می‌آید چه باید کرد ؟ در جواب این سؤال بودکه نبوغ کانتورآشکارشد . وی گفت‌یا باید مفاهیم بی‌نهایت را از مفاهیم اعدادجدا کرد،یاباید حساب دیگری برای بینهایت بنیان گذاشت. این نابغهٔ ریاضیات تشخیص داد که حساب اعداد طبیعی به شمارش آنها بستگی دارد ، مثلا برای مقایسهٔ دو مجموعه آنها را می شماریم . درواقع اگر دو مجموعهٔ A و B داشته باشیم، اگر در شمارش A اعداد طبیعی بیشتراز B به‌کار رود، می‌گوییم که A دارای شیئی بیشتری است ؛ اما اگر در شمارش مجموعهٔ A وB یك اندازه اعداد طبیعی به کاررود، خواهیم گفت شمارهٔ اشیاء A باشمارهٔ اشیاء B مساوی است . برای روشن شدن آنچه می‌خواهیم بیان کنیم ، قبلا مجموعه‌ای شامل چند شکل چنین در نظر می‌گیریم :



۱ ۲ ۳

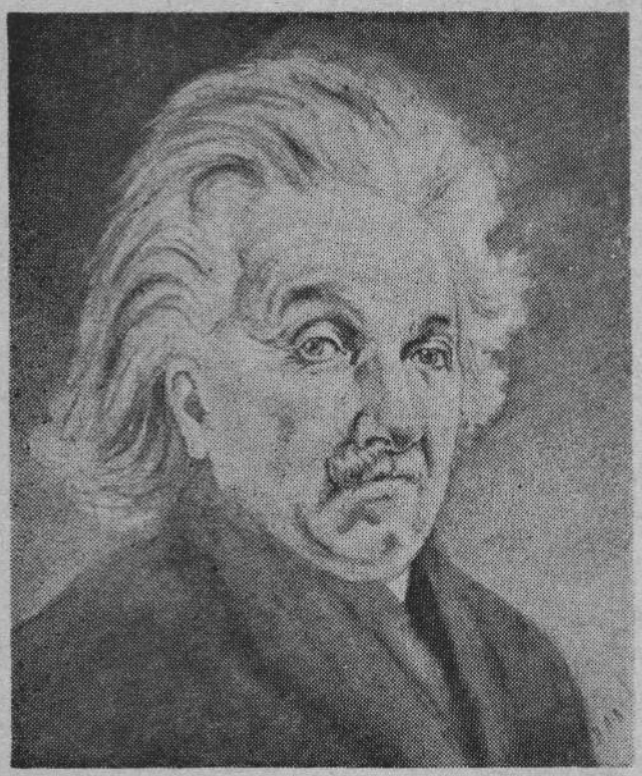
در این مجموعهٔ ، در مقابل هر شکل مجموعه، یك‌عدد ودر مقابل هرعدد ، یك شکل مجموعه قرار دارد . گرچه‌این مطالب بدیهی‌به نظر می‌رسد ، اما باید در نظر داشت که‌بسیاری از مطالب واضح نتایج بسیار بعید دارند .اکنون دو مجموعهٔ A وB چنین اختیار می‌کنیم :

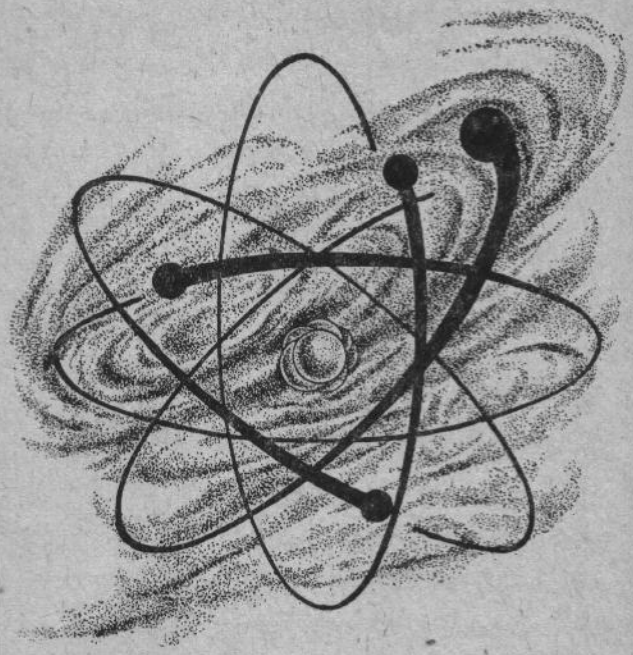


اگر بخواهیم که این دو مجموعه را با یکدیگر مقایسه کنیم و هدفمان ازاین مقایسه این باشد که بدانیم آیا این دومجموعه دارای عدهٔ مساوی ازاشیاء می‌باشندیا اگر این‌طور نیست عدهٔ اشیاء کدام مجموعه بیشتر است ، ممکن است که اشیاء دو مجموعه را بشماریم .اما در این صورت اطلاعی بیشتر از آنچه منظور ماست به‌دست‌آورده‌ایم، یعنی‌علاوه براینکه اطلاع پیداکرده‌ایم که کدامیك از مجموعه ها دارای اشیاء بیشتری است ، شمارهٔ اشیاء هر یك از مجموعه‌ها را نیز دانسته‌ایم . ولی‌منظور اساسی ماکه مقایسهٔ شمارهٔ اعداد دو مجموعه بود ، از طریق دیگر نیز حاصل می‌شود وآن چنین است که بگوییم در مقابل مثلث از مجموعهٔ A ، سیب از مجموعهٔ B و در مقابل مستطیل از مجموعهٔ A پرتقال از مجموعهٔ B و در مقابل ذوزنقه از مجموعهٔ A ، خیار از مجموعهٔ B قرار دارد . چون درمقابل هر شیئی از مجموعهٔ A یك شیئی از مجموعهٔ B قرار دارد و برعکس ، شمارهٔ اشیاء مجموعهٔ A وB باهم برابراست .چنین روشی را روش **مقابلهٔ یك به یك** می‌نامند .

کانتور ملاحظه کرد که اشکال عمدهٔ سایرین در مقابل مجموعه‌های بینهایت آن است که روش اول یعنی روش شمارش را به‌کار می‌برند،درصورتی که اگر روش دوم در مورد مقایسهٔ مجموعه‌های بینهایت به‌کاربرده‌شود ، اشکال کارکمترمی گردد. بدین ترتیب بودکه کانتور علم حساب جدیدی برای اعداد بینهایت وضع کردکه صرفاً تابع مقایسه بود . وی گفت که **دو مجموعهٔ بینهایت دارای یك اندازه شیئی می‌باشند ، اگر هر شیئی از مجموعهٔ اول در مقابل یك شیئی از مجموعهٔ دوم قرارگیرد و برعکس .** اما اگر در دو مجموعهٔ بینهایت ، چنین مقابله‌ای عملی نباشد ، مجموعه‌ای که پاره‌ای ازاشیاء آن بدون رقیب مانده است، بیشتراست . بدین ترتیب برای مجموعه‌های بینهایت نتایج شگفت انگیزی به‌دست

(دنباله در صفحهٔ ۶۱)





اینشتاین

ترجمهٔ احمد بیرشك

از کتاب سیمای دانشمندان بزرگ

اینشتاین خودمانی

اندکی پس از آنکه فرضیهٔ پرسروصدای «کوانتومها» ازطرف ماکس پلانك بیان شد، یك کارمند متواضع ادارهٔ ثبت گواهی نامه‌ها در برن، که آلبرت اینشتاین نام داشت، به‌سال ۱۲۸۳ (=۱۹۰۵م)، درسن ۲۶ سالگی، درمجلهٔ «آنالن درفیزیك[1]» سه مقاله منتشر کرد که دریکی از آنها بنیان فرضیه‌ای بیان شده بود که بزودی موجب تجدیدنظر درهمهٔ مفاهیم فیزیکی شدو بر روی همهٔ شاخه‌های علم وفن نوین اثر گذاشت. از آن زمان شهرت اینشتاین پیوسته روبه افزایش رفت ونام باافتخار اوچنان درخشید که درنظر همگان گالیله ونیوتن ولاووازیه و پاستور هم به‌پای او نمی‌رسیدند ووی مانند نمونهٔ کامل «دانشمند» تجلی کرد. به سال ۱۲۸۵ ماکس پلانك نوشته بود که اگر نظریهٔ اینشتاین، همچنان که انتظار می‌رود، تأیید گردد، وی کپرنیك قرن بیستم شناخته خواهدشد. این مرد غیرعادی، این نیم‌خدا، درنظر خویشان وکسانش چگونه جلوه می‌کرد؟ اینك دیمیتری ماریانف، شوهر مارگت نادختری اینشتاین که ازشوهر اول بانوالسا اینشتاین به‌وجود آمده بود، جواب این پرسش را می‌دهد.

1) Annalen der phyisk

بسیارازمن پرسیده‌اند «اینشتاین چه‌اثرجالبی می‌بخشد؟» جالبترین تأثیر او این است که درطول سالیان درازی که من باوی زیستم به‌هیچ روی تغییر نکرد . هرگز خود را بامقتضیات زمان و محیط سازگار نساخت. زندگی‌کردن نزداو برای من به‌منزلهٔزندگی‌کردن پهلوی نیرویی بودکه نه‌از میان می‌رفت ونه‌کم‌می‌شد. نیرویی‌که، از عجایب اتفاق ، مبین نام‌وی بود : «آین‌شتاین» یعنی یك‌سنگ ...

واز ایـن روی است که خواه‌وی‌در ساحل **لوکوك** در مصاحبت‌مرحوم **آلبرت‌اول**پادشاه‌بلژیك، که دوستش‌می‌داشت، قدم می‌زد، خواه باامپراطور ژاپن سخن می‌گفت و خواه بـه سخنان دهقان پرینستونی، که باوی دربارهٔ تخم‌گذاشتن‌مرغانش حرف می‌زد ، گوش فـرامی‌داد ... همیشه همان بودکه بود و هیچگاه نـه رفتار خود را عوض می‌کرد و نـه صدق و صفای خود را .

اصول انعطاف ناپذیر

اینشتاین از همان آغـاز زندگانی ثبات روح بزرگی نشان داده بـود ورفتاروی در سراسر عمر یکنواخت و تغییر ناپذیرفته بود . وی مانند ۱ درجدول ریاضیات قاطع ولاتغییر است :

هرگز درطی سالها وی‌را ندیدم‌که حتی درکوچکترین پیشآمدهای زندگی روزانه، یك مو از اصول انعطاف ناپذیری که‌برای خودداشت منحرف شود . آهنگ صدایش همیشه یکی بود،حتی‌در حوادث پیچیده‌ای‌که بسامردمان رامتأثرمی‌سازند. به‌پیرانه سرسیاق رفتار واندیشهٔ اوهمان است‌که درهفده‌سالگی بیست سالگی یاسی‌وپنج سالگی می‌گفت و می‌اندیشید. وقتی‌که آوازه‌اش درجهان‌پیچید، ممکن‌بود همهٔ ثروت جهان به‌اوروی آورد؛ اما وی‌همه را رد کرد . وی ارزش پول را نمی‌داند و هیچگاه آنچه جزء تمول ثروتمندان است ازآن‌او نبوده‌است. ده‌ها اتومبیل از معروفترین کارخانـه‌های جهان بـه او تقدیم گردید، اما هیچگاه حتی‌یکی از آنهـا را مالك نشد . چندین خانه‌برای اهداء به وی پیشنهاد شد ، اما او خانه‌ای خریدکه قیمش راازپولی‌که به دست می‌آورد داد .

اتومبیل، خانه، دارایی هیچیك بـرای او معنی ندارد . ازخانه فقط پناهگاهی را می‌خواهد و ازخوردنی به اندازه‌ای کـه برای زیستن لازم است . برای رفت و آمد از اتوبوس یا واگن درجهٔ سوم‌راه‌آهن استفاده می‌کند. هیچگاه درپی‌تجملی که همعنان شهرت است نیست . هیچ‌کس ممکن نبود اینشتاین راازراه به‌در ببرد . فقط بی‌عدالتی ، ظلم و نارواییهای دیگر اورا بی‌طاقت می‌کرد . وقتی‌که ۴۵۰۰۰ دلار جایزه نوبل‌به او رسید نیمی از آن را به‌زن اولش ونیمی دیگر را به‌یك‌مؤسسهٔ خیریه داد .

اوزان و مقادیری کـه شایسته اینشتاین است از حدود درك مردم عادی بیرون است ، از این روی است که وقتی من می‌خواهم از او سخن بگویم کلمات مناسب نمی‌یابم.

***

احتراز از دروغ‌حتی مصلحت‌آمیز

برای‌اینشتاین راستی یك‌عامل اساسی زندگی است.وقتی به اوراست نگویندبه‌راستی رنج می‌برد؛ گویی‌کسی باکفشهای آلوده به‌گل حریم‌قدس راستی را زیرپـا گذاشته است . برای اینشتاین چه درکیهان بی‌پایان وچه درجهان مادی‌راستی‌تغییر ناپذیر است. وقتی‌که به‌آمریکارسیدیم و بااینشتاین درپرینستون بودیم فکری‌راکه‌به‌نظرم رسیده‌بود بااو درمیان گذاشتم.موضوع این بودکـه برای طبقهٔ جوان سرگشته و مردد بعد از جنگ مزارعی ایجاد گردد که دسته جمعی بـه استفاده کردن از آن بپردازند. صدها جوان را دیده بودم که توان خود را در راه پزشك یاوکیل دعاوی‌یا مهندس شدن‌به‌هدر می‌دادند، حال‌آنکه کوچکترین استعدادی برای‌احرازآن مقام علمی دروجودآنان نبوده وبیهوده زندگی خود را تباه می‌کردند . نقشهٔ من این بودکه زمینهای‌وسیعی را، نه‌به‌وسیلهٔ طبقه‌دهقان ، بلکه به‌وسیلهٔ روشنفکران، به‌صورت تعاونی زیرکشت بگذارم و در آنان یك فعالیت سازنده به‌وجود بیاورم تا به‌جای‌آنکه پزشك یـا وکیل بشوندکشاورز خوب به‌بارآیند.

طرح من به‌نظر اینشتاین متهورانه آمدوازآن باهنری **مورگنتاو**[1] سخن‌گفت. آقای‌مورگنتاو نیز به‌این‌طرح‌علاقمند شدوجلسهٔمذاکره‌ای‌باحضور **هنری‌والاس**[2] **وریموندمولی**[3] واینشتاین و من در مهمانخانه پلازای نیویورك ترتیب دادتادر آن‌باره صحبت‌کنیم. دراین‌موقع‌از اینشتاین **والسا ومارگت**و من دعوت‌شدکه‌به‌خانهٔ**ایروینگ‌لهمان**[4]، قاضی دادگستری و برادر فرماندار نیویورك، برویم . مارگت قبول کرده بودکه باما بیاید ، اما وقت حرکت کمرویی براو غلبه کرد و وی در خانه ماند. وقتی آقای مورگنتا ومار را دید بامهربانی‌گفت : «ماریانوف، خیال میکردم خانم‌شما هم خواهندآمد» .

گفتم: «سرش خیلی درد می‌کـرد و معذرت خواست »: اینشتاین به‌میان صحبت مـا دوید وگفت: «نه، نه، هیچ همچو

---

۱) Henry Morgenthav
۲) Henry Wallace
۳) Raymond Moley
۴) Irving Lehman

چیزی نیست ، ماریانوف مانند سیاستمداران سخن می گوید ، حقیقت آنکه دخترم چیزیش نیست اما از بس کمرو است با ما نیامد.»

بمن نگاهی کرد وسررا تکان داد. لبخندی را که در مقابل یك دروغ مصلحت‌آمیز مرسوم‌است برلب نداشت. راستی دلخور شده‌بود . این پیشآمد برای‌من درسی‌بود .

***

خوراك سوگلی او

وقتی‌که من‌بامارگت عروسی کردم اینشتاین رئیس‌مؤسسه «قیصر ویلهلم» بود . این مقام را مخصوصاً برای او بـه وجود آورده بودند و کمابیش افتخاری بود. استادی آکـادمی علوم پروس، درسال ۵۰۰۰ دلار عـاید اینشتاین می کرد . دانشمند عالیقدر مقالات متعدد برای نشریات علمی می‌نوشت اماهیچگاه پولی درمقابل‌آنها نمی گرفت. زندگی او خیلی محقر وصرفه‌جویانه بود.سادگی‌راهب‌آسای زندگی‌او توجه مراجلب کرد. او نه درصدد داشتن پوشش متجمل بود ونه درپی‌خورش رنگا‌رنگ. السا نقل‌می کردکه وقتی پرفسور **میلیکان** از اینشتاین دعوت‌کردکه از انستیتو تکنولوژیك کالیفرنیا دیدن‌کند یکی از ارادتمندان او که شنیده بود اینشتاین گوشت‌گوسفند زیاد دوست‌می‌دارد در **پاسادنا**[1] یك شقه گوسفند برای او فرستاد . اینشتاین نه‌تنها از اسرافی‌که دراین هدیه شده‌بود خشمگین شد بلکه متعجب گردیدکه چطورکسی به‌فکر اواست.

یکروز السا ازاو پرسیدکه برای جشن سالگرد تولدش چه‌هدیه‌ای دوست دارد .

جواب‌داد «سوسیس‌خوك»

سوسیس خوك، خوراك سوگلی اوبود.

اینشتاین معمولا لباسهایش را بیشتر ازده‌سال می‌پوشید. وقتی‌کـه نخستین سخنرانی را در دانشگاه پاریس کرد لباسی پوشیده بودکه (به طوری که یکی از دوستانم حکایت می کرد) مثل‌آن‌بودکه ازمیان اثاث زیادی و متروك بیرون کشیده شده باشد . آلبرت در تمام مدت عمرش هیچگاه یك‌پیراهن یا یك جفت‌جوراب ابریشمین نداشته است.

وقتی‌که در خانه ییلاقی **کاپوث**[2] ، در بیشتر از بیست کیلومتری‌برلن،زندگی می کردیم،اینشتاین همیشه‌بااتوبوسهای ده‌فنیکی به‌محل کارخود می‌رفت، و اگرگاهی مجبورمی‌شد با راه‌آهن‌برود، بادرجهٔ سوم مسافرت می کرد. وقتی می‌خواست ازراه کانال پاناما از اروپا به‌کالیفرنیا سفرکند، با یك کشتی باری‌که سی‌روز درراه بود سفرکرد.

این داستان کوچك‌نشان می‌دهدکه چقدرکم‌به‌پول‌احتیاج داشت.روزی السا دودلار درجیب اوگذاشت‌که درموقع‌احتیاج ازآن استفاده‌کند . دوسال بعد السا همان دو دلار را در همان جیب‌یافت .

***

در برابر نقاش

خیلی‌ها داستانی راکه نقاش معروف انگلیسی سرویلیام **روثن‌شتاین**[3] مکرر نقل‌کرده است می‌دانند. وی‌به‌برلن رفته بود تاتصویر اینشتاین را بسازد. قراربود این‌کار در اطاق‌کار دانشمند صورت پذیرد. ترتیبی داده شده بود که نقاش بتواند بدون انقطاع کارکند . وقتی‌کـه سر ویلیام مشغول نقاشی بود اینشتاین دائماً به‌زبان‌آلمانی با مردی‌که‌درگوشهٔ اطاق نشسته و چشمانش را درپشت عینکی بزرگ‌مخفی‌کرده بود، به‌قول سرویلیام مثل لاك‌پشت پیربود، حرف‌می‌زد.

اینشتاین با چهره‌ای درخشان از خوشحالی در دفترکار خود می‌رفت ومی‌آمد .گاهی مردی که درآن‌گوشه‌نشسته بود سرتکان می‌داد. آنگاه‌اینشتاین روبروی او می‌ایستادوبانگرانی به‌اونگاه می کرد. آن مردبازهم سرمی‌جنبانید . این‌کار گاه‌به گاه تکرار می‌شد بی‌آنکه ازکسی‌کـه در آن‌گوشه نشسته بود صدایی درآید. سرانجام وقتی‌که روثن شتاین می‌خواست‌برود، اینشتاین‌اورا تادربدرقه‌کردونگاهی‌به‌عقب ، به‌پیرمرد،انداحت وگفت :

«اوگاهی حسابهایی‌راکه‌به‌اومی‌دهم‌انجام می‌دهد وصحت آنهارا تحقیق می کند» .

آکادمی «قیصر ویلهلم» اساساً به پژوهش می‌پرداخت نه مسائل خاص . از این روی اینشتاین ملزم نبود که در اوقات ثابتی درآن حضور داشته‌باشد. روز او درحدود نه صبح شروع می‌شد. وی‌با پیراهن خواب سفید بلندی که آلمانها می‌پوشند؛ وگاهی باشلوار پیژامه وپای بی‌جوراب در سرپاییهای کهنه ، از در تالار وارد می‌شد . یکی دوبار وقتی که می‌خواست بـا پیژامه و سراپایی به آکادمی برود جلوش راگرفتم. یادش‌رفته بودلباس بپوشد .گاهی پیش ازرفتن به‌آکادمی ریش می‌تراشید و گاهی پس از بازگشت . هیچگاه فرچه و خمیرریش‌تراشی بکار نمی‌برد وبه‌صابون معمولی اکتفا می کرد وکف صابون را بادست‌روی صورتش می گسترد.

***

پیانو وویولن

به مجردآنکه وارد تالار می‌شد به‌سراغ پیانو می‌رفت ،

---

۱) Pasadena ۲) Caputh ۳) Sir William Rothenstein

فصلی از تاریخ علوم ریاضی

تألیف از: موریس دوکانی

ترجمه از: باقر امامی

مکتب دوم اسکندریه

منلائوس و بطلمیوس

به گفتهٔ **هوئه‌فر** (Hoefer) شروع مکتب‌دوم اسکندریه را می‌توان باسقوط سلسلهٔ **لاژیدها** (Lagides) پس از یك دوران سیصد ساله و تبدیل امپراطوری مصر به یك‌ایالت سادهٔ رومی که همزمان بازوال بت‌پرستی‌وبعثت مسیح‌بودمتقارن دانست .

در رأس این دورهٔ نوین **منلائوس** و **بطلمیوس** ظاهر گردیده‌اند که اولی درحدود سالهای ۱۰۰ بعد ازمیلادودومی ازسال۱۲۸ تا۱۶۸بعد از میلادمی‌زیسته است .

هردونفر دارای کشفیات جالبی می‌باشند . برای اولی قضیه موربات را درمثلثهای مستوی وکروی وبرای‌دومی قضیهٔ حاصل ضرب‌اقطار چهارضلعی‌محاط دریك دایره را باید خاطرنشان کرد . علاوه براین هردونفر بامحاسبهٔطول وتر های یك‌دایره‌سهم به‌سزایی درطرح‌اولیهٔ مثلثات مستقیم‌الخط وکروی داشته‌اند.

کتاب منلائوس در این‌باره که از شش‌جلد تشکیل می‌یافته‌به‌دست‌ما نرسیده وبه وجود این‌کتاب از نقلهایی‌که سایر مؤلفان‌کرده‌اند پی‌برده شده‌است. ترجمهٔ لاتینی‌کتاب **«دربارهٔ کرویات»** اوکه‌آن هم‌ازعربی‌ترجمه‌شده است، دردست‌است. دراین‌کتاب شالودهٔحقیقی مثلثات‌کروی ریخته‌شده است.

واما بطلمیوس بیشتر دردانش‌نجوم کوشیده است وبه‌خاطر این‌علم هم به تهیهٔ جدولی ازوترهای دایره‌اقدام‌کرده است .

کتاب **المجستی** (Almageste)او خلاصه‌ای‌ازتمام‌دانش‌روزگاروی‌می‌باشد. این‌کتاب، بطلمیوس راچون یك‌دانشمند هندسه‌دان متبحر معرفی می‌کند. دراین کتاب او تغییرات استادانهٔ زیادی در نظریهٔ معروف ابرخس (Hipparque) دایر برحرکت ظاهری سیارات‌به‌منظور تطبیق این امر با مشاهدات داده است.

پاپوس

دونام بسیار معروف در دورهٔ دوم اسکندریه عبارتند از **پاپوس**(Papus) و **دیوفانت**(Diophante). پاپوس در نیمهٔ دوم قرن سوم در اسکندریه متولد گردید. در دوران حکومت **دیوکلتین** (Diocletien) (۲۸۴ـ۳۰۵) در آن جامی‌زیست . درسال ۳۲۰ یك مقارنهٔ نجومی را رصدکرد. شگرفترین ونادرترین کشفیاتی که پاپوس در آن سهمی داشته باشد کم‌نیست، ولی‌کتاب اصلی‌او **«مجموعهٔ ریاضی»** (Collection mathematique)است که‌هنوز هم‌دارای اهمیت به‌سزائی‌است.

تفسیرها و توضیحات زیادی که در این‌کتاب‌دربارهٔ کارهای ریاضیدانان‌قدیم آمده‌است، وحتی بعضی ازآنهارامنحصراً ازاین راه شناخته‌ایم، مارا در جریان آنچه دانش ریاضی مدیون گذشتگان است‌می‌گذارد. راهنمائیهای ذیقیمت‌این کتاب به‌ویژه **شال** (Chasles) را به اجرای احیای پوریسم (Porisme) اقلیدس رهنمون گشت .

به‌علاوه‌یك مطالعه ومقایسه‌ای‌دقیق میان آنچه از متون گذشته به دست ما رسیده است و با تحلیلی که پاپوس از آنهاکرده است به‌این نتیجه می‌رسیم که کتاب او از مطمئن‌ترین منابع است و بااطمینان‌خاطر می‌توانیم اطلاعات اورا راجع به‌کتابهای ازبین رفته قبول‌کنیم. این مجموعهٔ ریاضی‌شامل هشت‌جلد بوده است.جلداول آن‌که مسلما دربارهٔحساب بوده ازبین رفته است . چهارجلد بعدی دربارهٔهندسه، تامقاطع‌مخروطی،می‌باشد. جلدششم مربوط به نجوم است و شامل قسمتهایی راجع به مثلثات ونورمی‌باشد. جلدهفتم که نسبتاً ناموزون است‌مربوط به‌آنالیز ومقاطع مخروطی و منشور و مرحلهٔ آخر دربارهٔ مکانیك است. این مجموعه در حقیقت گنجینه‌ای است از اطلاعات که‌ازنظر مقدار ، رقابت‌ناپذیر

است. امـا درباره کشفیاتی که در این کتاب درج‌شده‌است، ازچند عنوان‌ذکری به‌میان می‌آوریم وآنهاعبارتند از:

روشهای‌تجزیه‌وترکیب‌وتفکیك‌این‌دو روش از یکدیگر برای بار اول و حل مسائل جالب متعدد برای روشن کردن چگونگی کاربرد هرکدام ـ قضیهٔ‌مربوط به‌حجم تولید شده از یك مساحت مستوی محدود در دوران حول یك‌محوراز‌صفحهٔ خودکه امروزه به‌اسم **گلدن**(Guldin) ، کـه دانشمند متأخرتری است ، معروف می‌باشد ـ کلیت‌دادن به‌مسئلهٔ مکـان‌سه خط یابیشتر (به طوری که دیدیم) کـه ابتدا بـه‌وسیلهٔ آپولونیوس عنوان شده بود‌ـنظریاتی درمسئلهٔ ماکزیمم ومینیمم که ریشه های روش **فرما** (Fermat) در آن‌به‌چشم‌می‌خورد ـ نظریهٔ‌ایزوپریمترها (هممحیط)درمورد خانه‌های‌کندوی‌زنبور عسل‌ـمسائل تماس‌دایره‌ها،مخصوصاًدایره های متماس ومحاط‌درترانشهٔ ارشمیدس‌ـ مسئله رسم مثلثی محاط دریك دایره که اضلاعش از نقـاط مفروض واقع بریك استقامت بگذرنـد ـ طرح وحل مسئله پیداکردن‌اثر رقومی صفحهٔ گذرنده‌برسه نقطهٔ مفروض و مسئله حل رقومی فصل مشترك یك‌خط یایك کره. می‌توان‌گفت که‌باطرح‌مسئله اخیر نطفهٔ‌هندسهٔ‌ترسیمی نیز دراین مجموعه بسته شده‌است.

مجموعهٔ ریاضی، قـرنهای متمادی مرجع مطمئن وذیقیمت‌دانشمندان‌ریاضی بوده است.

دانش اعداد

کارهای‌دیوفانت به‌طوراساسی‌مربوط به‌دانش اعداد است و بدین جهت ابتدا یك‌نظر اجمالی روی کارهایی که دراین زمینه به‌وسیلهٔ گذشتگان انجام پذیرفته است می‌اندازیم.البته این‌کارهادرمقایسه باحجم کارهایی که برای هندسه‌ومکانیك انجام یافته است اندك می‌باشد.

بااین‌وصف‌دانش‌اعدادنظرریاضیدانان یونانی را از دو جنبه جلب کرده است که‌ماامروزه آنها را باکلمات علم‌حساب ونظریهٔ اعداد بیان می‌کنیم‌که یکی‌طرز اجرای محاسبات و دیگری خواص ویژهٔ اعداد را بیان می‌دارد. در نظریونانیان طبق تشخیصی که‌افلاطون داده بوده‌اولی آنچه را که درآن‌روزگار Logistique نـامیده می شد تشکیل مـی‌داد و دومی تقریباًآنچه‌راکه امروزه‌حساب می‌نامیم. چون فلاسفه کلمهٔ‌لژیستیك را به‌یك‌شکل منطق،که ازجبر، متدوسمبولیسم آن را اقتباس می‌کند اطلاق کرده‌اند، امروزه کلمهٔ لژیستیك مفهومی غیر از آنچه که یونیان درنظر داشتندارد.

متأسفانه مفهوم قدیمی جامعتر بوده است وبا این کلمه یونانیـان می‌توانستند که مجموع تمام روشهای گوناگونی را که‌امروزه برای انجام محاسبه لازم است وبه کارمی‌رود تعریف نمایند.مادرخاتمه راجع به‌مفهوم‌کلیتراین‌کلمه بحث‌خواهیم کرد .

درقسمتهای قبل‌به‌طورکلی در زمینهٔ هندسه بحث‌شد و در زمینهٔ دانش اعداد فقط درشرح حال فیثاغورث واقلیدس و ارشمیدس‌ذکری‌به‌میان آمد.دستگاه‌شمار ارشمیدس ، که بـه منزلهٔ استادانه‌ترین دستگاه‌شمار بعدهامورد استفاده‌یونانیان قرار گرفت، ممکن است که قسمتی از لژیستیك به‌شمار آید.

درقلمرو حساب مخصوصـاً اقلیدس است‌که راه‌ها راهموار کرده است. این ریـاضیدان عالیقدر درایـن قسمت از کارهایش به‌طور سیستماتیك از نمـایش هندسی اعداد استفاده می‌کند واز این‌رو آنهـا را ضمیمهٔ کتاب تحریرات‌خویش کرده است .

برای خـاطر نشان کردن اهمیت کشفهای اوکافی است که یادآور شویم‌که برای نخستین‌بار اوبودکه بی‌پایان‌بودن سلسلهٔ اعداد اول را اثبات کرده است.

حال‌نگاهی‌به‌کارهای‌اخلاف‌این‌استاد مسلم درتحصیل اعداد بیفکنیم.

لژیستیك

نوشته‌های مربوط به‌لژیستیك عملا بسیار ناچیز است و به گفتهٔ **پل تانری** (Paul Tannery) محدود است‌به‌قواعد این‌هنرکه آنهم ازنظر استدلال آموخته نمی‌شده است بلکه به‌قول M.Jaudin به‌طور تجربی، روی محاسبات یا مسائل عددی یاد داده می‌شده است. این قواعد شامل آنچه‌امروزحساب راتشکیل‌می‌دهد، حتی تااستخراج جذر می‌شده است.

چندقاعده‌ای راکه امروزدراختیار داریم‌آنهائی‌هستندکه از جلددوم‌مجموعهٔ ریاضی پاپوس یا از نوشته‌های مؤلفـان بعدی مانند **ماکزیم پلانود** (Maxime Planude)،**ژان‌پدیاسیموس** (Jean Pediasimus)**و نیکلادوسیمرن** (Nicola de Smyrne) معروف‌به **رابادوس** (Rabados) اهل بیزانس و متعلق‌به‌قرن چهاردهم اقتباس‌شده‌است .

ضمناً متذکر می‌شویم‌که قواعدی‌که قدمابرای‌انجام محاسبات‌به‌کارمی‌برده‌اند بسیار متنوع‌بوده است. یکی ازاین‌قواعد که ظاهراً از مصریها اقتباس شده است‌و شامل دوبرابر کردن ونصف‌کردن برای انجام عمل ضرب دوعدد درهم است بـا زبان جبری امروز به‌طریق زیر اثبات می‌شود .

فرض کنیم که منظور محاسبهٔ ab باشد . اگر a_{n+1} خـارج قسمت و R_{n+1} باقیماندهٔ (۰یا۱) تقسیم a_n بر۲ باشد، و در یك ستون ابتدا اعداد $a, a_1, a_2, \ldots$ رااز‌بالا‌به‌پایین‌بنویسیم‌وبعد پهلوی هریك ازآنها روی ستون دوم‌به ترتیب اعداد $b, 2b, 4b, \ldots, 2^n b$ را قراردهیم، درستون‌دوم تمام‌اعدادهمسطر ضرائب a_i زوج را خط بزنیم،مجموع اعدادی که درستون دوم می‌مانندمساوی حاصل‌ضرب ab است. زیرا

$$a = 2a_1 + R_1$$
$$2a_1 = 4a_2 + 2R_2$$
$$\cdots\cdots$$
$$2^{n-1} a_{n-1} = 2^n + 2^{n-1} R_{n-1}$$
$$2^n = 2^n$$

بنابراین اگر هرتساوی را در b ضرب‌کرده وجمع کنیم، خواهدشد:

$$ab = R_1 b + R_2 \times 2b + \cdots + R_{n-1} \times 2^{n-1} b + 2^n b$$

و چون R_i هـای نظیر هرضریب a_i — ۱ زوج برابر صفر وبقیه برابر واحدهستند، قاعدهٔفوق‌صحیح است. مثلا برای ضرب ۱۷×۱۹ می‌نویسیم :

۱۹	۱۷	*
۹	۳٤	*
٤	٦۸	
۲	۱۳٦	
۱	۲۷۲	*

بنا به‌قاعدهٔ قبل داریم :

۱۹×۱۷=۱۷+۳٤+۲۷۲=۳۲۳

حساب ـ کارهای مربوط به حساب یعنی آنچه امروز نظریهٔ اعداد نـامیده می‌شود وبه‌وسیلهٔ یونانیها انجام پذیرفته است نسبتاً زیاد است. قدیمیترین کتاب در این مورد متعلق به **تیماریداس** (Thymaridas) است که‌قبلانامی‌ازاو برده‌ایم .

در جریـان تحقیقات اولیهٔ حساب قدیمیها مرتباً اندیشه‌های تازهٔ مربوط‌به اعدادی راکه دارای خاصیتهای‌مخصوص بوده‌اند مانند: مربعات، مکعبات، اعداد مثلثی،اعدادکامل (مساوی مجموع‌مقسوم علیه‌های خودش) ، آلیکوترها (Aliquotaires) (که فقط باکسری از این مجموع برابر می‌باشد) و آمیابل (Amiable) (دوعدد که‌هر کدام‌مساوی مجموع‌مقسوم‌علیه‌های دیگری باشد،مانند ۲۳۰و۲۸٤ وغیره...) را درحساب‌وارد نموده‌اند .

یونانیها دربارهٔ همهٔ این‌اعداد بـا خصوصیات متنوع ، مسائل متعددی‌راحل کرده‌اندکه بعضی ازآنها بسیار مشکل می‌باشد ومقداری ازآنها را امروزه در ضمن‌تفریحات‌ریاضی‌طبقه‌بندی کرده‌ایم.

قدیمیترین مـؤلف در این زمینه **اراتستن** (Eratosthène) (۲۸٦قم‌تا ۱۹۵ قم) است که درحقیقت یك‌ستاره شناس‌بود ولی بیشتر با جدولی‌که برای تعیین اعداد اول‌کمتر از یك حد معین درست‌کرده وبـه‌غربال اراتستن موسوم است شناخته شده‌است.

در زمانهای نزدیکتر **نیکوماك** (Nicomaque) (متولد سال۵۰)کتاب **«مقدمهٔ حساب»** را تألیف نموده است.

این‌کتاب سرشار از تعلیمات مفید بودومؤلف خودرا نه‌فقط در موطن‌اصلیش بلکه به‌خاطر ترجمه‌ای‌که **بوئس** Boèce ازآن بـه عمل‌آورده بود ، در اروپای قرون وسطی به‌اوج شهرت رسانید. ولی درحقیقت مطالب تازه دراین‌کتاب‌بسیار کم‌بود وآن هم مطالبی بودکه مؤلف در حالتهای مخصوصی به تحقیق عددی‌آنها پرداخته‌بود وازاستدلال مستحکم‌اقلیدس درآنها اثری‌نبود.

تألیف‌کتاب :

(Exposition des Connaissance mathematique par la lecture de Platau

را مدیون **تئون دوسیمرن** (Thèon de Smyrne) هستیم . وی همچنین دربـارهٔ اعـدادی بـه تحقیق پرداخته است‌که خودش آنها را **جانبی** (Lateraux) یا **قطری**(Diamétraux) نامگذاری کرده؛ باعلامتهای $l_{۱}$ و $d_{۱}$ نمایش داده است . محاسبـهٔ ایـن اعداد بـا روش‌بازگشتی (Recurrence) باشروع از $l_{۱}=d_{۱}=۱$ به‌کمك فرمولهای

$$d_n = d_{n-۱} + l_{n-۱}$$

و

$$l_n = d_n + d_{n-۱}$$

به‌عمل‌آمده است.

این اعداد در حقیقت جزصورت و مخرجهای تبدیل $\sqrt{۲}$ به‌کسرهای‌زنجیری چیزدیگری نیست. **ژامبلیك**(Jamblique) (درحدود ۲۸۳ تا ۳۳۳) نیز که‌یك‌نو افلاطونی بود افکار عرفانی خود را با مطالعات علمی‌مخلوط می‌کرد.این‌مطلب ازعنوان کتاب‌او موسوم به **«نظریه‌های فلسفـی حسـاب»** (Theories philosophico Arithmètique) که یکی ازده‌جلد تألیفات اواست‌مستفاد می‌گردد، کتاب**«مجموعهٔ اصول فیثاغورثی»** (Collection des doctrines pythagorique) مخلـوط بسیـار نـاموزونـی است کـه از فلسفـه شروع و بـا عبور از علـم اخلاق، فیزیك، حساب‌وهندسه به‌موسیقی ختم می‌شود .

بهترین قسمت آن مقدمهٔ ریاضیات است‌که شبیه‌کتاب نیکوماك است.ومؤلف درآنجا به‌تحقیقات سادهٔ عددی‌واثباتهای حالات خاص‌قانع شده است. دانشمندان علم حسابی راکه تاحال نـام‌بردیم اعداد رافقط ازنظرعدد بودن درنظرمی‌گرفتند وبه‌نمایش هندسی‌آنها ، که‌توسط‌اقلیدس آن قدر استادانه طرح ریزی شده بود ، نمی‌پرداختند .

از این میان فقط **دومی نوس** (Domminos) بـه ادامهٔ روش استاد پرداخت که تاآن زمان تنها کسی‌بودکه به جنبه‌هـای منطقی قضایا توجه کرده بود وبالاخره **دیوفانت** توانست که این استدلالها را وارد قلمرو حساب محض بکند .

دیوفانت

ـ دیوفانت، ملقب‌به‌سلطان‌حسابدانان یونان (۳۲۵ تا ٤۰۹)،را پایه‌گذارعلم جبر به‌شمار آورده‌اند. واگر این مطلب جای بحث‌داشته‌بـاشد، حداقل یکی از پیشگامان‌این‌علم‌می‌باشد. نظر **ادواردلوکا** (Edward Lucas) نسبت بـه کتاب اصلی او **«حساب»** این‌است که‌این‌کتاب شامل‌مقدار زیادی مسائل است‌که‌مشکل بودن‌وظرافت ودقت‌حل آنها نبوغ‌ووارد بودن‌مؤلفش را می‌نمایاند. هم‌اومی‌گوید که‌این کتاب فصلی در تـاریخ ریاضیات بازکرده است، زیرا به‌جای غنی کردن حساب‌باکشفهای‌جدید نخستین آثارجبر را پدیدار کرده است .

درواقع می‌توان گفت‌که کارهـای اولیهٔ دیوفانت چیزی نیست که‌بتوان‌بر آنها نام پایه‌های علم جبررا اطلاق‌کرد. ولی‌به‌نظر«لوکا»کتاب‌دیوفانت‌به‌هرصورت شامل نطفه‌های غالب مسائل جبراست و به‌علاوه به‌عقیدهٔ اوعلم جبرمترادف‌باعلم اعداد است .

به نظر می‌آید که **ژینولوریا** (Ginoloria) در بیان نقش دیوفانت در تدوین‌جبربهتر توانسته است‌ازعهده برآید .

اومی گوید. «دیوفانت برای اختصار در بیان از زبان علامتی، تقریباً مشابه آنچه امروز ما به کار می‌بریم، استفاده کرده است. بدین‌جهت با کمی اغراق او را یکی از قدیمیترین دانشمندان علم جبر به‌شمار آورده‌اند. هوئه‌فر نیز به نوبهٔ خود می‌نویسد: «بدون‌شك علم‌جبری که اکنون در دست ما است محصول فکر دیوفانت نیست ولی احکام او را مانند احکام اقلیدس می‌توان به‌طور جبری بیان کرد»؛ اما راجع به اهمیت خاص تألیفات دیوفانت قضاوت منصفانه از **زوتن** (Zeuthen) است. اومی گوید: «در کتابهای دیوفانت آنقدر ابتکار به کار رفته است که ما را به پیشرفت واقعی که در زمینهٔ ریاضیات یونانی حادث شده است معتقد می‌سازد، در کار کوتاهی که روی اعداد کثیرالاضلاعی، با استفاده از نمایش هندسی اقلیدس، انجام داده، دیوفانت به‌طور جدی در قسمت اصلی کتاب خود را از آنها رهائی بخشیده است و خود اعداد را بدون هیچ دست‌آویز دیگری، فقط از جنبهٔ عدد بودن آنها مورد مطالعه قرار داده است.

خیلیها قبل از او در این زمینه بدون توفیق کوشیده بودند تا بتوانند به آن، دقت و استحکامی نظیر آنچه اقلیدس وارد هندسه کرده بود، بدهند. تعلیم چنین دقتی در استدلالهای حساب فقط از دیوفانت ساخته بود. واگر جز این کار دیگری انجام نداده بود، خود همین کافی بود که او را در عداد بزرگترین ریاضیدانان یونان معرفی نماید. ولی در حقیقت علاوه بر این، مقدار زیادی نوآوریهای شخصی دیگر را مدیون او می‌باشیم.

کتاب حساب او شامل سیزده جلد بوده است که بدبختانه جزشش جلد آن به‌دست ما نرسیده است. مدتهای زیادی به‌این اسم بزرگ گرد فراموشی پاشیده شده بود. فقط درسال ۱۴۶۰ بود که **رژیومنتانوس** (Regiomontanus) این اثر عظیم را در کتابخانهٔ واتیکان پیدا کرد و بیش از یك قرن بعد به‌سال ۱۵۷۵ **اکزیلاندر** (Xylander) ترجمهٔ لاتینی آن‌را نشرداد.

خودمتن یونانی را **باشه دومزیریاك** (Bachet de Mèziriac) به‌سال ۱۶۲۱ همراه با یك ترجمه لاتین، بهتر ازقبل منتشر کرد. این کتاب یکی از کتابهای مورد علاقه **فرمای** (Fermat) بزرگ گردید که حواشی آن را از یادداشتهای خویش پر کرد و **پیرفرما** (Pierre) پسر ریاضیدان بزرگ این کتاب را با حواشی ذیقیمت آن درسال ۱۶۷۱ چاپ و نشر نمود و بدین ترتیب افتخارات دیوفانت پس‌از مدتها فراموشی تکمیل گردید.

بدون اینکه خواسته باشیم تجزیه و تحلیلی ازحساب دیوفانتی به‌عمل آورده باشیم، خاطر نشان می‌سازیم که مطالب این کتاب مشتمل برحل معادلات و دستگاه معادلات درجهٔ اول و دستگاههای قابل حل به‌کمك دستگاههای درجهٔ اول و دوم و نامعادلات درجهٔ اول و آنالیز مبهمات بادویاسه متغیر تاچهار درجه اولیه وغیره است.

خصوصیاتی که می‌توان به‌خاطر داشت عبارتند از: به‌کاربردن علامت مخصوص برای تساوی، وقواعد ضرب:

$$[(-1)\times(-1)=(+1)] \text{ و } [(+1)\times(-1)=(-1)]$$

وتعمیم فرمول فیثاغوث برای مربع مجموع دومربع بادوصورت:

$$(a^2+b^2)(a_1^2+b_1^2)=(aa_1+bb_1)^2+(ab_1-ba_1)^2=(aa_1-bb_1)^2+(ab_1+ba_1)^2$$

وقضیه‌ای مبنی براین که هر عدد صحیح غیرمجذور کامل، مساوی مجموع مربعات حداکثر چهارعدد است وغیره وغیره.

روشهای زاییده ذهن دیوفانت آن قدرحیرت‌آوراست که درنظرما بلافاصله شکل جبری به‌خودمی گیرند وپیش‌ازپیش مؤیداین مطلب می‌شوند که دیوفانت یکی ازپیشگامان علم جبراست.

اینك ما به پایان دورهٔ مکتب دوم اسکندریه رسیده‌ایم. از تاس تادیوفانت هزارسال سرشار از غلبه‌های فکریونانی نیز بر نظم ریاضی سپری‌شده است. هزارسال دیگر تا شروع دوران ریاضی مدرن فاصله داریم وما این فاصله را در فصل دیگر از نظر می‌گذرانیم.

عمل غلط، اما جواب صحیح

به این کسر نگاه کنید: $\frac{32}{64}$

این کسر را می‌توان ساده کرد. واضح است که کسری حاصل می‌شود که با آن برابر است. اما اگر بیاییم و ارقام عدد صورت کسر را از هم کم کنیم و صورت قرار دهیم و همچنین ارقام عدد مخرج را نیز از هم کم کنیم ومخرج قرار دهیم چنین می‌شود: $\frac{3-2}{6-4}=\frac{1}{2}$

که برابر کسر $\frac{32}{64}$ است. بنابراین چنین می‌توانیم بنویسیم: $\frac{32}{64}=\frac{3-2}{6-4}=\frac{1}{2}$

که عملی است غلط، اما نتیجه درست است. این کار را دربارهٔ این کسر نیزمی‌توان کرد:

$$\frac{42}{21}=\frac{4-2}{2-1}=\frac{2}{1}=2$$

آیاشما هم می‌توانید چنین کسرهایی به دست آورید: **مصطفی گودرزی طائمه**

دومین شب میهمانی

ترجمه و تنظیم از: پرویز شهریاری

۱ـ دورهٔ ما در دومین شب میهمانی بدون غایب تشکیل شد. همه به موقع خود را رسانده بودند جز استاد که اندکی دیرتر آمد. پس از سلام و احوالپرسی، یکی از حاضران گفت:

ـ بهتر است که وقت را تلف نکنیم، مگر نمی‌دانید که وقت طلاست.

ـ لابد می‌خواهید که باز مسائلی مطرح کنید.

ـ نه، بهتر است اول به حل مسائل دفعهٔ پیش بپردازیم. اگر وقتی باقی ماند و کسی مسئله‌ای داشت البته دربارهٔ آن هم فکر خواهیم کرد.

ـ خوب شروع کنید.

ـ آیا کسی هست که حافظه‌ای قوی داشته باشد و مسائل را به ترتیبی که در شب قبل مطرح شد به خاطر آورد.

ـ جز استاد چه کسی می‌تواند این کار را انجام دهد.

ـ استاد شما ترتیب مطرح شدن مسائل به خاطرتان هست.

ـ کم و بیش بلی.

ـ پس بفرمایید نخستین مسئله چه بود.

ـ نخستین مسئله مربوط بود به معمای مربوط به سنجاب که دربارهٔ آن در همان شب به طور کامل بحث کردیم. نکته‌ای در آن باره هست که شکافته نشده باشد؟

ـ همه گفتند نه. دومین مسئله چه بود؟

ـ دومین مسئله مربوط بود به زندگی مشترک در یک ساختمان...

یکی از گوشهٔ اتاق گفت:

ـ من صورت مسئله را درست به یاد نمی‌آورم. چه بود؟

استاد صورت مسئله را تکرار کرد و پرسید:

ـ چه کسی این مسئله را حل کرده است؟

یکی از حاضران، همان که آن شب نیز پاسخ داده بود، گفت:

ـ من که آن شب هم گفتم، به طور متساوی.

ـ من هم آن شب گفتم که آن که سه قطعه چوب گذاشته ۳ ریال و آن که ۵ قطعه چوب گذاشته ۵ ریال بگیرد.

استاد گفت:

ـ این راه حلها هیچکدام صحیح نبود. البته اگر بدین قسم که شما یا شما می‌گویید تقسیم کنند، به جایی بر نمی‌خورد ولی ما که طرفدار حق و عدالت هستیم می‌خواهیم که پول را آن طور که از نظر ریاضیات عادلانه است تقسیم کنیم.

کسی که در کنار بخاری نشسته و مشغول روشن کردن سیگار خود بود گفت:

ـ درست است که ما همه دربارهٔ مسائل فکر کرده‌ایم و بعضی از آنها را نیز حل کرده‌ایم. اما بهتر است که استاد ابتدا صورت مسائل را تکرار کند و بعد حل صحیح آنها را بگوید.

همه گفتند که پیشنهاد خوبی است. همین طور عمل کنید.

استاد گفت:

ـ حل مسئلهٔ **«در آشپزخانهٔ مشترک»** آن طور که در بدو امر به نظر می‌رسد درست نیست. یعنی نباید تصور کرد که ۸ ریال برای ۸ قطعه چوب پرداخت شده و لذا برای هر قطعه چوب یک ریال در نظر گرفته شده است.

چون هر سه نفر به طور متساوی از آتش استفاده کرده‌اند و یکی از آنها به خاطر این استفاده ۸ ریال پرداخته است ارزش تمام آتش برابر ۳ × ۸ یعنی ۲۴ ریال است. و چون آتش با ۸ قطعه چوب درست شده است، هر قطعه چوب ۳ ریال ارزش دارد.

حالا به سادگی می‌توان حساب کرد که به هر یک از آن دو نفر چند ریال می‌رسد. خانم پنج شعله، ۵ قطعه چوب گذاشته است، یعنی ۱۵ ریال داده است و چون فقط به اندازهٔ ۸ ریال استفاده کرده است باید بقیهٔ آن یعنی ۷ = ۸ − ۱۵ ریال را پس بگیرد.

خانم سه شعله که سه قطعه چوب به ارزش ۹ ریال داده است باید به اندازهٔ اختلاف ۸ − ۹ یعنی ۱ ریال بگیرد. به این ترتیب از ۸ ریال همسایه ۷ ریال به خانم پنج شعله و ۱ ریال به خانم سه شعله تعلق خواهد داشت.

خلبان گفت:

ـ معمای جالبی بود. من که هرگز فکر نمی‌کردم چنین تقسیمی عادلانه باشد.

●

استاد صورت مسئلهٔ بعد را که مربوط به **کار انجمنهای مدرسه** بود تکرار کرد و چنین گفت:

درمورد سؤال اول که بعد از چند روز دوباره تمام انجمنهای پنجگانه باهم در مدرسه تشکیل جلسه می‌دهند به سادگی می‌توان جواب داد. در حقیقت باید کوچکترین عددی را پیدا کرد که بر اعداد ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ قابل قسمت باشد. این عدد که کوچکترین مضرب مشترک اعداد فوق است عبارت از ۶۰ می‌باشد. یعنی پس از ۶۰ روز، در شصت و یکمین روز دوباره هر پنج انجمن باهم جلسه خواهند داشت. این جلسه، سی‌امین جلسه انجمن ادبی، بیستمین جلسه انجمن علمی، پانزدهمین جلسه انجمن عکاسی، دوازدهمین جلسه انجمن شطرنج و دهمین جلسه انجمن موسیقی خواهد بود. قبل از این روز هرگز هر ۵ انجمن باهم در مدرسه تشکیل جلسه نخواهد داد. جلسهٔ مشابه بعدی بازهم بعد از ۶۰ روز خواهد بود، یعنی در فصل بعد.

به این ترتیب در فصل اول سال تنها یک روز دیگر وجود دارد که هر ۵ انجمن برای کار خود در مدرسه جلسه خواهند داشت.

جواب سؤال دوم این مسئله کمی دشوارتر است.

یکی پرسید :

ـ سؤال دوم چه‌بود ؟

استاد پاسخ‌داد که سؤال دوم‌این‌بود که: «چندروز وجود دارد که هیچیك‌از انجمنها جلسه نداشته‌اند؟» و بعد اضافه کرد :

ـ برای‌اینکه این‌روزها را به‌دست آوردیم باید اعداد از ۱ تا ۹۰ را به ترتیب پشت سرهم بنویسیم و دربین‌آنها روزهایی راکه انجمن ادبی جلسه دارد، یعنی روزهای ۹،۷،۵،۳،۱ و غیره را خط بزنیم . سپس روزهایی راکه انجمن علمی جلسه دارد، یعنی روزهای ۱۰،٤ وغیره را خط بزنیم . و به همین ترتیب برای‌سایر انجمنها. اعدادی که‌خط نخورده باقی‌میمانند، روزهایی هستند که‌هیچیك ازانجمنهادرمدرسه‌تشکیل‌جلسه‌نمی‌دهند.

کسی که این‌روزهارا پیدا کندمتوجه خواهدشد که تعدادآنها، آن‌طور که‌ظاهراً بنظرمی‌رسد، کم‌نیست .

یکی از حاضران که درشب‌پیش ، پاسخ این مسئله را پس ازطرح‌آن‌بدون فکرگفته بودگفت ،

ـ حالامی‌فهمم که پاسخ آن شب‌من چقدر از مرحله پرت بوده است. هرگز نباید بدون فکروتعمق به‌مسائل ریاضی پاسخ داد .

●

استادگفت :

مسئلهٔ بعدمربوط‌بود به**پدربزرگ و نوه** . صورت‌مسئله را به‌دقت گوش‌کنید؛ همه‌چشم‌به‌دهان استاد دوختند واوصورت مسئله‌را تکرارکرد وچنین توضیح‌داد:

ـ درنظراول واقعاً هم‌به‌نظرمی‌رسد که مسئله درست طرح نشده است، زیرا دراین صورت‌باید پدر بزرگ‌ونوه‌همسال باشند.ولی‌همان طورکه خواهیددیدمطلب کاملاً درست و مسئله‌دارای جواب است .

واضح است که‌نوه درقرن بیستم‌به دنیا آمده و بنابراین دو رقم سمت‌چپ سال تولد او ۱۹ می‌باشد. دورقم دیگر این‌سال‌باید چنان باشد که اگرباخودش جمع‌شود برابر ۳۲ باشد. یعنی این‌رقم مساوی ۱٦ وسال‌تولد نوه ۱۹۱٦ بوده است که درسال ۱۹۳۲، شانزده‌سال‌داشته است .

پدر بزرگ در قرن نوزدهم متولد شده ودورقم اول سمت‌چپ سال تولد او ۱۸ بوده‌است. وبنابراین دو برابربقیهٔ رقمهای سال تولد او باید ۱۳۲ بشود ، یعنی خود آن رقمها نصف ۱۳۲ یا٦٦ بوده‌است. پس پدربزرگ در ۱۸٦٦به دنیا آمده و در سال ۱۹۳۲ دارای ٦٦ سال‌بوده است.

آن‌که‌این مسئله رادرشب‌قبل‌مطرح کرده بودگفت :

ـ واقعاً که این مسئله را استاد ، استادانه حل‌کرده‌اند. من‌فکر نمی‌کردم که کسی‌بتواندپاسخ‌آن را به‌دست‌آورد.

ـ من‌که تصور می‌کردم این مسئله لاینحل است وشماباطرح‌آن خواسته‌اید باما شوخی‌کنید.

●

استاد گفت .

ـ به‌شام‌کم‌مانده است. اجازه‌بدهید که مسائل راتمام کنیم وآنگاه صورت مسئلهٔ بعدراکه مربوط به **بلیطهای راه آهن** بود تکرارکرد وچنین توضیح‌داد: در هـریك از ایستگاههـای راه آهن مسافران می‌توانند برای هریك از۲٤ ایستگاه دیگر بلیط بخرند . بنابراین باید روی‌هم به اندازهٔ ۲٤×۲۵ یعنی ٦۰۰ نوع مختلف وجود داشته‌باشد.

●

مسئلهٔ‌بعد مسئله‌ای بودکه دوست‌ما خلبان مطرح کرد و مربوط به **پرواز هواپیما بود**. این مسئله در نوع خود بسیارجالب است واغلب اشخاص‌درپاسخ به‌آن دچار اشتباه می‌شوند.

دراین مسئله هیچگونه‌تناقضی‌وجود ندارد . نباید گمان‌کرد که هواپیما روی‌محیط‌یك مربع پرواز می‌کند؛ بلکه بایدشکل‌کروی زمین‌را به حساب‌آورد. بیشترین فاصلهٔ دونصف‌النهار روی خط استواست و هر چه به شمال نزدیکتر شویم فاصلهٔ آنها کمتر می‌شود. بنابراین وقتی که هواپیما روی مداری در ۵۰۰ کیلومتری شمال مهرآباد به‌اندازهٔ۵۰۰ کیلومتر به طرف مشرق پروازمی‌کند ، قوسی‌راطی‌می‌کندکه ازلحاظ درجه‌بیشتر ازقوسی است که بعداً روی مدارمهرآباد به‌طرف مغرب پرواز می‌کند. بنابراین وقتی‌که پرواز هواپیما تمام می‌شود، در نقطه‌ای در مشرق مهرآباد قرار خواهد داشت. این‌فاصله‌را می‌توان دقیقاًحساب کرد ولی ازآنجا کـه شرط‌این بود که داخل محاسبات فنی نشویم از ذکر آن خودداری می‌کنم.

یکی گفت :

بارك‌الله به‌این حافظهٔ استاد . مثل دستگاه ضبط‌صوت‌همه‌چیز را ضبط‌کرده است .

●

استادگفت:

ـ ازحسن‌ظن سرکار متشکرم. آن شب پس از مسئلهٔ پرواز هواپیما مسئلهٔ **سایه** مطرح‌شدوآن این‌بودکه‌آیاهواپیما بزرگتراست یاسایهٔ‌کامل آن.

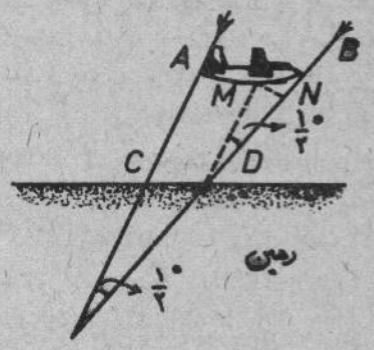
درگفتگوهایی که دربارهٔ‌این‌مسئله پیش‌آمد اشتباهاتی به چشم می‌خورد که من‌آن‌شب حرفی نزدم وگذاشتم‌که بقیه‌ـ در بارهٔ آن فکر کنند و خود به آنها پی‌ببرند .

این درست نیست که وقتی که اشعهٔ خورشید به‌طرف زمین می‌آیند ازهم‌دور می‌شوند. زمین نسبت به فاصله‌ای که تا خورشیددارد بسیارکوچك است‌واشعه‌ای ازخورشیدکه‌به‌نقاط مختلف‌زمین‌می‌رسند زاویهٔ بسیار کوچکی با هم می‌سازند که می‌توان عملاً آن راصفردانست‌ودرنتیجه اشعهٔ خورشید رامتوازی به‌حساب‌آورد. آنچه گاهی به نظر ما می‌رسد که اشعهٔ خورشید ازپشت ابرها ازهم دورمی‌شوند درحقیقت چیزی جزنتیجهٔ مناظرومرایا (پرسپکتیو) نیست .درپرسپکتیو،خطهای متوازی‌هرچه‌دورترمی‌شوندبه‌هم‌نزدیکتر می‌شوند.این مطلب رامی‌توان ازنزدیك شدن ریلهای راه‌آهن یادرختان‌دوطرف یك‌خیابان بهتر فهمید .

ولی ازاین مطلب‌که اشعهٔ خورشید به‌طور موازی به‌زمین می‌رسند نمی‌توان این‌نتیجه راگرفت که‌سایهٔ کامل هواپیما باطول‌خودهواپیما برابراست .

دراینجا استادکاغذ ومدادی‌خواست

واین‌شکل راکشیدوگفت:



با دیدن این شکل متوجه می‌شوید که سایهٔ کامل هـواپیما درفضا در جهت زمین مرتباً محدودتر می‌شود وبنابراین سایه‌ای که از آن برسطح زمین می‌افتد باید کوچکتر از خود هواپیما باشد؛ CD کوچکتر است از AB.

اگرارتفاع‌هواپیمارابدانیم‌می‌توانیم این اختلاف را محاسبه کنیم. فرض کنید که‌هواپیما در ارتفاع ۱۰۰۰ متری‌سطح زمین پرواز می‌کند. زاویه‌ای که‌خطهای AC و BD باهم تشکیل می‌دهند برابر است‌باقطرظاهری خورشید یعنی‌زاویه‌ای که تحت آن‌زاویه خورشید را از زمین مشاهده می‌کنیم، یعنی‌تقریباً ۰٫۵ درجه. ازطرف دیگرواضح است‌که اگر شیئی‌با زاویهٔ ۰٫۵ درجه دیده‌شود، ۱۱۵ برابر طول خود از چشم فاصله خواهد داشت. یعنی پاره‌خط MN ، چون از زمین با زاویه ۰٫۵ درجه دیده می‌شود ، برابر با $\frac{1}{115}$ فـاصلهٔ AC خواهد بود . طول AC از فاصلهٔ شاقولی A تا سطح زمین بزرگتر است. اگر زاویهٔ بین‌جهت‌اشعهٔ خورشید و سطح‌زمین مساوی ۴۵ درجه باشد ، طول AC (وقتی که هواپیما در ارتفـاع ۱۰۰۰ متری است) در حدود ۱۴۰۰ مترخواهد بود. و بنابراین‌پاره خط MN مساوی $\frac{1400}{115}=12$ خواهد شد .

ولی اختلاف طول هواپیمـا باطول سایهٔ آن ، یعنی MB بزرگتر از MN است ودرحـدود ۱٫۴ برابرآن است ، زیرازاویهٔ MBP تقریباً برابر ۴۵ درجه است‌یعنی‌داریم :

$$MB=12\times1.4=17$$

آنچه گفته‌شد مربوط به سایهٔ کامل هواپیماست ، سایهٔ سیاه و پررنگ ، و ربطی‌به‌آنچه به‌اصطلاح‌نیمسایه می‌گویند وکم‌رنگ ونازك است ندارد.

این محاسبه نشان می‌دهد که اگر به‌جای هواپیما بالون کوچکی به‌قطر کمتر از ۱۷ متردرارتفاع ۱۰۰۰ متری‌داشته باشیم، سایهٔ‌کامل نخواهد داشت و تنهـا نیمسایهٔ‌آن به‌زمین خواهد افتاد .

یکی‌از حاضران گفت:

ـ استاد، قراربود که از قسمتهای خیلی فنی مطالب چشم بپوشید.

تقریبا همه به‌اتفاق گفتند:

ـ مطلب‌ساده‌بودوهمه‌آن‌رافهمیدیم.

استاد خیلی متشکریم .

●

استاد گفت:

ـ از لطف شما ممنونم اگر اجازه بدهید دومسئلهٔ دیگر راهم که‌باقی‌مانده است تمام‌کنیم.

ازاطراف صدابرخاست‌که‌بفرمایید، گوش‌می‌دهیم.

ـ مسئلهٔ بعدی **مسئله‌ای دربـارهٔ چوب کبریتها** بود. بهتر است شما که مسئله‌راطرح کرده‌اید، خودصورت‌مسئله را تکرار کنید.

پس ازآن که‌صورت مسئله تکرار شد،استاد چنین‌توضیح داد:

ـ این‌مسئله را ازآخر عمل‌می‌کنیم یعنی از اینجا شروع می‌کنیم که تعداد چوب‌کبریتها بعد از همهٔ نقل وانتقالها درهرسه‌دسته باهم برابر شده‌اند. واضح است که با نقل و انتقال کبریتها تعداد کل‌آنها تغییر نمی‌کند. وچون مجموعاً ۴۸ کبریت وجود داشت،درپایان عمل‌در هردسته ۱۶ کبریت خواهدبود ، یعنی:

دستهٔ‌اول	دستهٔ دوم	دستهٔ‌سوم
۱۶	۱۶	۱۶

بلافاصله قبل ازآن ، همان قدر کبریت که‌در دستهٔ‌اول وجود داشت به‌آن اضافه شده‌است،یابه زبـان‌دیگر، کبریتهای‌دستهٔ اول دوبرابرشده‌است. یعنی،قبل‌ازآخرین تغییر در دستهٔ اول به‌جای ۱۶ کبریت ۸ کبریت وجود داشته است . در دستهٔ‌سوم هم، ازآنجاکه این ۸ کبریت ازآن‌دسته برداشته شده‌است، قبل‌از تغییر ۸+۱۶ یعنی ۲۴ کبریت بوده است .

بنابراین تعداد کبریتها درهردسته قبل ازآخرین تغییر چنین بوده است:

دستهٔ‌اول	دستهٔ دوم	دستهٔ‌سوم
۸	۱۶	۲۴

قبل از این مرحله، با استفاده از کبریتهای دستهٔ‌دوم، دستهٔ سوم دوبرابر شده‌است . یعنی دریك مرحلهٔ قبل‌تعداد چوب کبریتهـای دسته‌هـا چنین بوده است :

دستهٔ‌اول	دستهٔ دوم	دستهٔ‌سوم
۸	۲۸	۱۲

وقبل از این مرحلهٔ اخیر، چون‌با استفاده ازچوب‌کبریتهای‌دسته‌اول،تعداد چوب کبریتهای دستهٔ دوم دوبرابر شده است، وضع چوب‌کبریتهای دسته‌هاچنین بوده است :

دستهٔ‌اول	دستهٔ دوم	دستهٔ‌سوم
۲۲	۱۴	۱۲

واین‌همان جواب مسئله است.

●

آخرین معما مربوط بودبه **درخت اسرار آمیز** که واقعاً موضوع آن‌بسیار جـالب بود و بـه‌جاست ابتدا ایشان که معما راطرح کرده‌اند صورتش‌را تکرار کنند تامن به‌حل آن بپردازم.

پس‌از آنکه صورت مسئله تکرار شد، استاد چنین گفت :

ـ برای حل‌این مسئله نیزازپایان کارشروع‌می‌کنیم. می‌دانیم که‌پس ازآنکه پول کیف برای‌مرتبهٔ سوم دوبرابر شد؛ ۱۲۰ ریال درکیف وجود داشت (واین همان پولی است‌که آخرین باربه‌پیرمرد داده شد). واضح است‌که‌قبل ازدوبرابر شدن، پول‌کیف ۶۰ ریال بوده است. این ۶۰ریال بعد از پـرداخت ۱۲۰ ریال دستمزدبه‌پیرمرد (که‌برای باردوم‌پولها

را دوبرابر کرده بود) در کیف باقی‌مانده بود ، بنابر این قبل از این پرداخت ، ۱۷۰ ریال در کیف بوده است.

بنابراین موجودی کیف بعد از آنکه برای بار دوم پولهایش دوبرابر شود ۱۸۰ ریال بوده است. یعنی قبل از آن ۹۰ ریال در کیف بوده‌است که اگر ۱۲۰ ریال دستمزد دفعهٔ اول پیرمرد را به آن اضافه کنیم روشن می‌شود که بعد از دو-برابر شدن اول ، پول کیف ۲۱۰ ریال وقبل از آن ۱۰۵ ریال بوده‌است. جواب را آزمایش کنیم :

پس از نخستین دوبرابر شدن
$۱۰۵ \times ۲ = ۲۱۰$

پس از پرداخت نخستین دستمزد
$۲۱۰ - ۱۲۰ = ۹۰$

پس از دومین دوبرابر شدن
$۹۰ \times ۲ = ۱۸۰$

پس از پرداخت دومین دستمزد
$۱۸۰ - ۱۲۰ = ۶۰$

پس از سومین دوبرابر شدن
$۶۰ \times ۲ = ۱۲۰$

پس از پرداخت سومین دستمزد
$۱۲۰ - ۱۲۰ = ۰$

●

صحبت به اینجا که رسید شام حاضر شده بود، یکی گفت که شام را بخوریم و پس از شام مسائل دیگری مطرح کنیم. اما پس از صرف شام به پیشنهاد استاد قرار شد که طرح مسائل را بگذارند برای جلسهٔ بعد مهمانی و هر کس درصدد پیدا کردن مسئله‌ای جالب برآید.

بدین ترتیب دومین شب مهمانی ما پایان یافت.

چرا چنین است؟

یکی از روشهای قدیمی عمل ضرب که به روش دهاقین روسیه مشهور است چنین است که برای ضرب کردن دوعدد درهم آنها را دریك سطر وبافاصله ازهم می‌نوشتند وبعد یکی رادوبرابر ودیگری را بر۲ تقسیم می کردند و حاصل‌ضرب و خارج‌قسمت را زیر آنها دریك‌سطر می‌نوشتند. واین‌عمل را آن قدر تکرار می کردند تابه خارج‌قسمت ۱ برسند و بعد سطرهایی را که دوعدد نوشته شدهٔ برروی آنها هردوزوج بود حذف می کردند واعدادی را که درستون دوبرابرها نوشته شده بود جمع می کردند. مثلاً برای ضرب ۶۳ × ۲۷ چنین عمل‌می کردند:

	۶۳	۲۷	
۶۳ × ۲ →	۱۲۶	۱۳	← ۲۷ : ۲
۱۲۶ × ۲ →	۲۵۲	۶	← ۱۳ : ۲
۲۵۲ × ۲ →	۵۰۴	۳	← ۶ : ۲
۵۰۴ × ۲ →	۱۰۰۸	۱	← ۳ : ۲
	حاصل‌ضرب ←	۱۷۰۱	

جالب این است که باوجودآنکه در تقسیمها، باقیمانده‌ها را درنظر نمی گیریم بازجواب صحیح به دست می آید. آیامی‌توانید دلیلی، غیرازآنچه درمقالهٔ فصلی‌ازتاریخ ریاضیات دراین‌شماره نوشته شده‌است، برای‌این‌مطلب به دست‌آورید.

پاسخ به «چرا چنین است» شمارهٔ گذشته

حاصل‌ضرب سه‌عدد ۷و۱۱و۱۳ می‌شود ۱۰۰۱ وهرعدد سه‌رقمی‌که در ۱۰۰۱ ضرب‌شود ، حاصل‌ضربش دارای شش‌رقم است که‌ارقام‌مراتب‌درطبقات‌آن‌مانندهم‌است،مثل: $۳۷۸ \times ۱۰۰۱ = ۳۷۸۳۷۸$، بنابراین هرعددشش‌رقمی‌به‌این‌شکل‌مضربی‌از ۱۰۰۱ می‌باشد، پس‌چنانچه آن‌رابر۷ یا۱۱ یا۱۳، که‌مقسوم‌علیه‌های ۱۰۰۱ هستند، تقسیم‌کنیم باقیمانده صفرمی‌شود.

آنچه دیگران جزء برنامهٔ دبیرستانی تدریس می کنند

« به پیروی از خواست خوانندگان مقالاتی در بارهٔ تبدیل و ترتیب و ترکیب در مجله چاپ می‌شود . این دومین مقاله‌ای است که همکار ارجمند ما آقای « ایرج ادیبی » بنابر تقاضای ما تهیه و در اختیار گذاشته‌اند . نخستین مقالهٔ ایشان مربوط بود به تبدیل و درشمارهٔ ۱۰ چاپ گردید . »

«شورای نویسندگان»

دنبالهٔ تبدیل (ترتیب)

نظری به‌گذشته ـ گفتیم که‌اگر n شیئی داشته‌باشیم، این n شیئی را که پهلوی هم قرار دهیم یك تبدیل درست کرده‌ایم . ممکن است که آنها را به نحو دیگری هم پهلوی هم قرار داد . در این‌صورت تبدیل دیگری به دست‌آورده‌ایم. چنانچه تعداد تبدیلاتی راکه می‌شود از n شیئی به دست‌آورد، به شرطی‌که در هربارکه تبدیل درست می‌کنیم همهٔ آنها را به‌کار بگیریم ، به P_n نمایش دهیم . مقدار P_n را می‌توان از رابطهٔ

$$P_n = n!$$

حساب‌کرد . مثلا تعدادتبدیلاتی راکه با چهار شیئی می‌توان تشکیل داد عبارت است از

$$P_n = ٤! = ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٤$$

برای آنکه معلوم شودکه در هر یك از تبدیلاتی که از n شیئی درست می‌کنیم همهٔ آن n شیئی را به کار گرفته‌ایم ، معمولا تعداد تبدیلات را چنین می‌نویسند : $_nP_n$ و می‌خوانند تبدیلات n شیئی n به n . به این ترتیب:

$$_٤P_٤ = ٢٤$$

یك فکر جدید ـ گاهی ممکن است که از n شیئی تبدیلهای n تایی‌درست نکنیم ، بلکه ازآنها تبدیلهای r تایی تشکیل‌دهیم . مثلاچهارشیئی داشته باشیم و سه شیئی ازآن‌چهار شیئی راپهلوی‌هم‌بگذاریم و یك تبدیل درست‌کنیم . این چهار حرف را در نظر بگیرید : a و b و c و d . یك تبدیل سه تایی‌آن می‌شود abc . یك تبدیل سه تایی دیگر از این‌چهار حرف می‌شود acd . به همین ترتیب می‌بینید که تبدیلهای سه‌تایی دیگری نیز از این چهار حرف می‌توان درست کرد .

مسئله آن است که ببینیم تعداد تبدیلهای n شیئی ، r به r ($r<n$) ، که آن را چنین می‌نویسند : $_nP_r$ و می‌خوانند تبدیلات n شیئی r به r ، چقدر است .

محاسبهٔ $_nP_r$ ـ بدواً دومثال‌راباستفاده‌ازاصول مذکور در قسمت اول تبدیل (مندرج‌در شمارهٔ ۱۰) حل می‌کنیم .

مثال ۱ـ باحروف کلمهٔ سهیلا چند کلمهٔ رمز سه حرفی می‌توان ساخت (منظور از کلمه رمز کلماتی است که به معنی آنهاتوجهی نداریم)

حل : برای نوشتن اولین حرف کلمهٔ سه‌حرفی حق ٥ انتخاب داریم و برای حرف دوم کلمه حق ٤ انتخاب (زیرا یك حرف رابرای اولین‌حرف کلمهٔ سه حرفی‌انتخاب‌نموده‌ایم) و برای حرف سوم‌کلمه حق۳ انتخاب داریم . در این صورت می توان ٥ × ٤ × ٣ کلمه رمزی سه حرفی‌ساخت.

$$_٥P_٣ = \overbrace{٥ \times ٤ \times ٣}^{٣\ \text{عامل}} = ١٢٠$$

مثال ۲ ـ باهفت رنگ مختلف چند پرچم چهار رنگ می‌توان ساخت به نحویکه رنگها افقی قرار گیرند (نظیر پرچم ایران).

حل : برای رنگ بالای پرچم حق انتخاب ۷ رنگ و برای رنگ دوم حق ۶ انتخاب و برای رنگ سوم حق ۵ انتخاب وبرای آخرین رنگ حق ٤ انتخاب داریم . پس به موجب اصل، روی هم ۸٤۰ = ٤ × ۵ × ٦ × ۷ نوع پرچم می‌توان ساخت:

$$_{۷}P_{٤} = \overbrace{۷ \times ٦ \times ۵ \times ٤}^{٤\ \text{عامل}}$$

حال می‌خواهیم بدانیم که از n حرف چند گروه r حرفی می‌توانیم بسازیم . برای نخستین حرف حق n انتخاب و برای دومین حرف حق (n − ۱) انتخاب یا (n − ۲ + ۱) انتخاب و ..... برای نهمین حرف حق n − ۸ یا (n − ۹ + ۱) انتخاب و... برای r امین حرف حق n − r + ۱ انتخاب داریم . بنابراین به موجب اصل روی هم :

$$n(n-۱)(n-۲)\dots(n-۸)\dots(n-r+۱)$$

تبدیل r حرفی خواهیم داشت :

$$_{n}P_{r} = n(n-۱(n-۲)(n-۳)\dots(n-r+۱)$$

فورمول فوق را می‌توان بدین ترتیب ساده تر نوشت : طرف دوم تساوی را در (n − r)! ضرب و بر آن تقسیم می‌کنیم:

$$_{n}P_{r} = \frac{n(n-۱)\dots(n-r+۱) \times (n-r)!}{(n-r)!}$$

با مختصر توجهی پس از بسط (n − r)! درصورت، می‌توان به جای کلیهٔ جملات صورت n! را گذاشت و فرمول به این صورت خواهد شد :

$$_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال ۳: با ۵ حرف چند تبدیل سه به سه می‌توان ساخت:

حل :

$$_{۵}P_{۳} = \frac{۵!}{(۵-۳)!} = \frac{۵ \times ٤ \times ۳ \times ۲}{۲} = ٦۰$$

تمرین :

۱ ـ مدرسه‌ای ۷ در دارد . دانش‌آموزی می‌خواهد از دری ازمدرسه خارج شود که صبح ازآن در به مدرسه وارد نشده است . اگر این دانش‌آموز درهر روز فقط یك بار به مدرسه داخل و ازآن خارج بشود ، چند روز طول می‌کشد که جمیع راههای ممکن قصد خود را انجام دهد.

۲ـ می‌خواهیم هیئت رئیسهٔ سازمان دانش‌آموزان راکه شامل رئیس ومعاون و منشی است از میان ۱۰ نفر نمایندهٔ کلاسها انتخاب کنیم . به چند طریق می‌توان این کار راانجام داد .

۳ـ می‌دانیم که دربازی شطرنج نخستین حرکت به ۲۲ شکل صورت می‌گیرد . معین کنید که دوحرکت اول به چندطریق ممکن است انجام گیرد .

٤ـ چندکلمهٔ سه حرفی باحروف الفبای فارسی می‌توان ساخت ؟

درصورتی که قیدی درکارباشد ـ وقتی که بخواهیم از چهار حرف کلمهٔ گرما ، کلمات چهار حرفی بسازیم تبدیل ٤ حرف چهار به چهار خواهد بود : ($_{٤}P_{٤} = ٤! = ۲٤$) ولی اگر مقید باشیم که کلیهٔ کلمات با گ شروع شود ، در این صورت تعداد تبدیلات $\frac{۱}{٤}$ خواهد شد ، یعنی ازچهار جایی که گ می‌تواند اشغال کند ، فقط یك مکان آن مورد نظر است . بنابراین تبدیلات آن $\frac{٤!}{٤} = ٦$ خواهد بود وآن کلمات بدین صورتند :

گرما ـ گرام ـ گامر ـ گارم ـ گرا ـ گمار

با استفاده از اصل می‌توان درستی مطالب فوق را تحقیق کرد. برای نخستین حرف کلمه ، حق یك انتخاب ، فقط «گ» را داریم. برای دومین حرف حق سه انتخاب (الف یا، م یا، ر) را داریم و برای حرف سوم حق دو و برای حرف چهارم حق یك انتخاب را داریم بنابر این تعداد کلمات چنین خواهد بود:

$$۱ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ٦$$

به طور کلی تعداد تبدیلهای n حرف n ، اگر موقعیت یکی ازآنها مشخص باشد ، به‌قرار ذیل است .

$$\frac{n!}{n} = (n-۱)!$$

به همین ترتیب می‌توان این قانون را تعمیم داد و درصورتی که درتبدیل n حرف n به n اگر جای r حرف آن مشخص باشد، تعداد تبدیلات برابر (n − r)! خواهد بود .

تذکر : در صورتی که بخواهیم چند شیئی رادایره وار بچینیم مانند آن است که یك جای آن مشخص باشد (چرا؟).

مثال: فرضاً بهزاد و سه نفر از رفقایش سعید ، حمید مهدی می خواهند دور یك میز گرد بنشینند. به موجب اصل نخستین نفر حق یك انتخاب دارد زیرا برای نخستین نفر دور میز گرد بالاوپائین اول، یاآخر ندارد . برای دومین نفر حق سه انتخاب باقی است زیرا می‌تواند جلو، دست راست یادست چپ نفر اول بنشیند. به همین ترتیب سومین نفر حق دو و آخرین نفر حق یك انتخاب دارد .

بنابراین این چهار نفر به: ٦ = ۱ × ۲ × ۳ × ۱ طریق می‌توانند دور میز بنشینند :

$$\frac{{}_4P_4}{4} = (4-1)! = 6$$

تبدیلات چند شیئی که همه باهم مختلف نباشد (تبدیلات باحروم مکرر)ـ مثال : چند کلمهٔ با حروف کلمهٔ «آیا» می‌توان ساخت؟

حل :اگر بین آ و ا تفاوت قائل باشیم، تبدیلات این سه حرف طبق آنچه خواندیم $3! = {}_3P_3$ است ولی اگر بین آ و ا تفاوت قائل نباشیم، فقط می‌توان سه کلمهٔ مختلف با آنها ساخت:

اای ایا یاا

علت آن است که الفها دارای دو تبدیل هستند (!۲) که به‌حساب نمی‌آید :

$$\frac{{}_3P_3}{2!} = \frac{6!}{2!} = 3$$

تعمیم مطلب فوق بدین ترتیب است که اگر در تبدیل n شیئی n به a، n شیئی آن مساوی و b شیئی آن نیز مساوی و.... باشد ، فرمول به قرار ذیل است :

$$P = \frac{n!}{a!b!c!....}$$

مثال ـ . چند کلمهٔ رمز هشت حرفی با حروف کلمهٔ ایرانیان می توان ساخت .

به موجب فرمول ، چون در این کلمه سه «الف» و دو «ی» و دو «ن» وجود دارد دراین صورت :

$$\frac{{}_8P_8}{3! \times 2! \times 2!} = \frac{8!}{3! \times 2! \times 2!}$$

یعنی ۱۶۸۰ کلمه می توان ساخت :

تمرین :

۱ـ چند عدد شش رقمی مضرب ۵ می‌توان نوشت(ارقام متفاوت باشند)

۲ـ به چند طریق می‌توان ۵ کلیدرا دریك حلقه قرارداد.

۳ـ به چند طریق ۶ زن و شوهر می‌توانند دور میز بنشینند درصورتی که هرزن مقابل شوهر خودش بنشیند.

۴ـ سه نفر که دونفر آنها رانندگی می‌دانند به‌چند طریق می‌توانند درتشك جلوی اتومبیلی بنشینند واتومبیل راه برود .

۵ ـ چند کلمه رمز هفت حرفی با حروف کلمه ماکزیمم می‌توان ساخت .

۶ـ چند عدد ۵ رقمی باارقام زیر می‌توان ساخت :

الف ـ ۱-۲-۳-۴-۵

ب ۱-۳-۳-۳

ج ۱-۲-۲-۳-۳

یك اصطلاح ـ ـ به تبدیل n حرف r به r ، **ترتیب n حرف r به r** نیز می گویند و آن را چنین می‌نویسند: A_n^r . در کتابهای ریاضیات فرانسوی معمولا این اصطلاح و علامت را برای نمایش آن فکر به‌کار می‌برند .

بی آنکه عصبانی شوید این مسئله را حل کنید

پریروز ادارهٔ هواشناسی چنین گفت : هوای امروز باهوای دیروز فرق دارد . اگر هوای فردا همان طوری باشد که هوای دیروز بوده است ، هوای پس فردا همان هوائی خواهد بود که پریروز بوده است . اما اگر هوای فردا مانند هوای امروز باشد ، هوای پس فردا مانند هوای دیروز خواهد بود .»

امروز هوا بارانی است و پریروز همچنین باران آمده است . هوای دیروز چگونه بوده است ؟

پاسخ مسئلهٔ شمارهٔ گذشته زیرهمین عنوان

آقای بشر دوست می خواسته است که به هر پسر ۱۰ تومان بدهد . اما ۴۰٪ از پسران از دریافت پول استنکاف کردند . این امر بدان می‌ماند که همهٔ پسرها پول گرفته باشند اما ۴۰۰٪ از ۱۰ تومان کمتر . چهل در صد کمتر از ۱۰ تومان یعنی ۶ تومان . پس پسر ها و دخترها به طورمتساوی هر یك ۶ تومان گرفته‌اند و بنابر این پولی که آقای بشردوست صرف کرده عبارت است از : ریال ۱۳۴۴۰۰ = ۶۰ × ۲۲۴۰

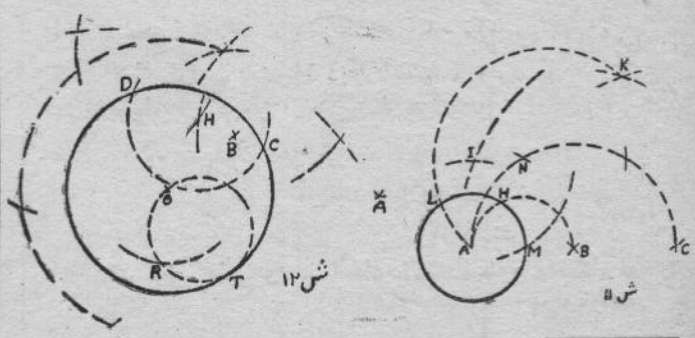
ترسیمات هندسی فقط با پرگار

تنظیم از: حبیب‌الله عبداللهی

در پاسخ خوانندگانی که مأخذ تنظیم این مسائل را خواستار شده‌اند . به اطلاع می‌رساند که مأخذ مورد استفاده کتابی چاپ فرانسه می‌باشد . راجع به هندسهٔ پرگاری در اغلب کشورها کتابهایی چاپ‌شده است ودر ایران نیز برخی از این مسائل توسط مرحوم مهندس بهجت گردآوری ودرسال ۱۳۲۴ به‌صورت یك‌جزوه منتشر شده‌است.

مسئلهٔ ۱۱ـ تعیین نقطهٔ تلاقی دایره باخطی که ازمرکز آن گذشته است ـ خط (A و B) ودایرهٔ به‌مرکز A وبه‌شعاع R معلوم است وفرض می‌کنیم $AB=a$ (شکل ۱۱) به مرکز B وبه‌شعاع AB دایره‌ای رسم کرده و براین دایره نقطهٔ C را در امتداد AB به‌دست می‌آوریم (مسئلهٔ ۳) اگر N نقطه‌ای از دایرهٔ اخیر باشد که $AN=a$ داریم $CN=a\sqrt{3}$ و به شعاع $CN=a\sqrt{3}$ وبه مرکزهای B و C دودایره رسم می‌کنیم که یکدیگر را در K قطع می‌کنند . داریم $AK=a\sqrt{5}$ و دایره‌ای به‌قطر AK رسم می‌کنیم تا دایرهٔ (R و A) را در L قطع کند، $KL=\sqrt{5a^2-R^2}$ دایرهٔ به‌قطر AB دایرهٔ (R و A) را در G قطع می کند و $BH=\sqrt{a^2-R^2}$ می‌باشد دایرهٔ به‌مرکز C وبه‌شعاع KL بادایرهٔ به‌مرکز A وبه‌شعاع BH در I متلاقی می‌شوند. دایرهٔ به‌مرکز I و به شعاع AB دایرهٔ (R و A) را در M قطع می‌کند. M نقطهٔ تلاقی خط (A و B) بادایرهٔ (A و R) می‌باشد. قرینهٔ M را نسبت به A معلوم می‌کنیم (مسئلهٔ ۳) نقطهٔ دیگر تلاقی AB بادایرهٔ A پیدا می‌شود

اثبات ـ ازروابط $\overline{IC}^2=\overline{AI}^2+\overline{AC}^2$ و $\overline{IM}^2=\overline{AI}^2+\overline{AM}^2$ نتیجه‌می‌شود که‌زاویه‌های IAC و IAM قائمه‌هستندوخطوط AM و AC در یك امتداد واقعند .



شکل ۱۲ — شکل ۱۱

تبصره ـ درحالت بالا فرض‌شدکه $a>R$ است. چنانچه $a<R$ باشد . نخست باروش مسئلهٔ ۳ در امتداد AB نقطهٔ B′ را چنان تعیین می‌کنیم که $AB'>R$ باشد آنگاه مانندحالت بالا عمل می‌شود.

مسئلهٔ ۱۲ـ تعیین نقاط تلاقی دایره وخط مفروض (خط ازمرکز دایره نگذشته است) ـ دایرهٔ به‌مرکز O و به‌شعاع R و خط (B و A) مفروض است ، از O عمودی بر AB رسم می‌کنیم و H پای عمود را به دست می‌آوریم (مسئلهٔ ۸) و یك نقطهٔ دلخواه T بردایره انتخاب‌کرده دودایره یکی بـه قطر OT ودیگری به‌مرکز O وبه شعاع OH رسم می‌کنیم اگر R نقطهٔ تلاقی آنها باشد داریم :

$$\overline{RT}^2=\overline{OT}^2-\overline{OR}^2=R^2-\overline{OH}^2$$

به‌مرکز H وبه‌شعاع RT دایره‌ای رسم‌می‌کنیم که‌دایرهٔ مفروض O رادر C و D قطع می‌کند نقاط C و D نقاط تلاقی دایرهٔ O باخط (B و A) می‌باشند

اثبات ـ داریم $\overline{HC}^2=\overline{HB}^2=\overline{OC}^2-\overline{OH}^2$

ودوزاویهٔ OHC و OHD قائمه هستند وچون‌زاویهٔ OHA نیز قائمه است پس C و D بر AB واقعند(شکل ۱۲).

مسئلهٔ ۱۳ـ تعیین چهارمین جزء تناسب ـ فرض‌می‌کنیم

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{x} \quad \text{یا} \quad ax=bc$$

و طولهای a و b و c معلوم باشد . برای تعیین طول x سه نقطهٔ P و M و N را در یك امتداد چنان تعیین می‌کنیم که $PM=b$ و $PN=c$ باشد (نخست P و M را در نظر گرفته آنگاه مانند مسئلهٔ ۱۱ نقطهٔ تلاقی آنرا بادایرهٔ به مرکز P و شعاع C به دست می‌آوریم) دایرهٔ دلخواه (O) را چنان رسم

می‌کنیم که بر M و N بگذرد ، دایرهٔ به مرکز P و به‌شعاع a را رسم می‌کنیم تادایرهٔ (O) را در K قطع کند و مانندمسئلهٔ ۱۲ نقطهٔ تلاقی دیگر خط PK را بادایرهٔ (O) پیدا می‌کنیم که اگر L باشد $PL=x$ خواهدبود.

اثبات ـ نسبت به‌دایرهٔ (O) داریم

$$PM\cdot PN=PK\cdot PL$$

مسئلهٔ۱۴ـ تعیین نقطهٔ تلاقی دوخط ـ دوخط (A و B) و (C و D) مفروض است. از A و B عمودهائی بر خط (C و D) رسم‌می‌کنیم و. K و H پایهای‌دوعمود را پیدا می‌کنیم (مسئلهٔ۸).

حالت اول ـ AK و BH در یك جهت هستند در این صورت I نقطهٔ تلاقی دوخط مفروض درخارج قطعه خط KH بوده و داریم.

$$\frac{IH}{IK}=\frac{BH}{AK} \text{ یا } \frac{IH}{|IK-IH|}=\frac{BH}{|AK-BH|} \text{ یا}$$

$$\frac{IH}{KH}=\frac{BH}{|AK-BH|} \qquad (۱)$$

حالت دوم ـ AK و BH مختلف‌الجهت باشند در این صورت I بین K و H واقع بوده وداریم.

$$\frac{IH}{IK}=\frac{BH}{AK} \text{ یا } \frac{IH}{KH}=\frac{BH}{AK+BH} \qquad (۱')$$

مانند مسئلهٔ۱۳ طول IH چهارمین جزء تناسب (۱) یا (۱') پیدا می‌شود.

اکنون برای تعیین I کافی‌است دایرهٔ به‌مرکز H و به‌شعاع IH را رسم‌کرده مانند مسئلهٔ۱۱ نقطهٔ تلاقی این‌دایره‌را باخط (K و H) به‌دست بیاوریم.

مسئلهٔ۱۵ـ تعیین مرکز دایره‌ای که برسه نقطهٔ معلوم می‌گذرد ـ سه‌نقطهٔ A و B و C مفروض است، نخست مانندمسئلهٔ۱ عمود منصفهای، خطوط (A و B) و (C و B) را تعیین می‌کنیم. آنگاه مانند مسئلهٔ۱۴ نقطهٔ تلاقی این دوعمود منصف را به‌دست می‌آوریم.

مسئلهٔ۱۶ـ تعیین‌مرکز دایرهٔ معلوم ـ نخست سه‌نقطهٔ دلخواه بر دایره انتخاب کرده آنگاه مانند مسئلهٔ ۱۵ عمل می‌کنیم.

نامهٔ زیر .... (بقیه‌ازصفحهٔ داخلی جلد)

بااین عمل ازطرفی نه‌تنها استحکام عبارتها ازمیان رفته بلکه غلطهای دستوری درمقاله وارد شده است. مثلا افزودن کلمهٔ «که» در موارد غیرلازم جمله‌ها را بکلی سست وگاه نامفهوم کرده است. همچنین بجای کلمه‌ها و عبارتهای درست «بوسیلهٔ آنها» و «میآزماید» و «دومختص» و «اندازهٔ مقدور» و «بطور مجانبی» بترتیب کلمه‌ها و عبارتهای نادرست یاغیرعلمی «درپرتو آنها» و «بمحك‌امتحان‌میزند» و«دومختصات» و«حدمقدور» و«مجانب‌وار» گذارده شده است. حتی قواعد نوشتن خط فارسی‌نیز رعایت نشده ومثلا جملهٔ «بکارمیبریم» بصورت «به‌کارمی‌بریم» نوشته شده‌است.

ازطرف‌دیگر دربعضی موارد شورای نویسندگان اصطلاحها یامطالب علمی درست را تغییر داده است. مثلابجای کلمه«داده‌ها» که امروز همهٔ استادان علوم تجربی آنرا بکارمیبرند و ترجمهٔ data انگلیسی و données فرانسه است کلمهٔ «معلومات» را که نه‌تنها نارسابلکه نادرست است گذارده.

همچنین عبارت «هرگاه یك متغیر عددی در نقاط مختلف فضای نمونه‌ای تعریف شده‌باشد» بدین‌صورت تغییر یافته «هرگاه یك متغیر عددی بوسیلهٔ نقاط مختلف فضای نمونه‌ای تعریف شده باشد». این‌بیان نه‌تنها بانظر نویسندهٔ مقاله‌کاملا مباینت داردبلکه اصولا نادرست است.

باز درعبارت «از لحاظی میتوان کلیهٔ نظریه‌های علمی را مرکب از یك دسته فرضهای ردنشده یا فرضهائی که بطور موقت پذیرفته شده‌اند دانست» عبارت «ویارد شده» پس از «ردنشده» اضافه گشته. چنین‌بنظرمیرسد که‌فرض علمی‌ردشده‌رادیگر نمیتوان قسمتی ازیك‌نظریه علمی‌دانست.

بالاخره بجای‌اصطلاح‌درست «اصل عدم یقین»اصطلاح‌نارسا ونادرست «اصل‌عدم قطعیت»گذارده شده.شورای محترم‌نویسندگان مجلهٔ یکان‌تغییرات دیگری هم درآن‌مقاله داده است‌که‌برای‌احتراز ازطول سخن‌ازذکرآنها چشم میپوشم.

دوغلط فاحش چاپی نیز دیده میشودکه باید بدین صورت اصلاح شود $h=۶٫۶۲۳۷\times۱۰^{-۲۷}$ و $\beta=۰٫۱۵۹$ بی‌آنکه قصد خودستائی‌داشته‌باشم تصورمیکنم مطالعه کتابهای «اصول‌نظریه توابع متغیر مختلط» و «اصول نظریه ریاضی احتمال» و «اصول روشهای ریاضی آمار» که درسلسلهٔ انتشارات دانشگاه تهران‌چاپ شده در روشن ساختن منظور این جانب از نوشتن این نامه برای اعضای محترم شورای نویسندگان بی‌فائده نباشد. انتظاراین‌جانب ازآن همکارگرامی ودوستان دیگرآنست که مقرر دارنددرنخستین شمارهٔ مجله‌یکان که پس از این تاریخ منتشر خواهد شد این‌نامه عیناً برای روشن‌شدن ذهن خوانندگان درج‌گردد.

موفقیت شما وهمکارانتان را خواهانم

ارادتمند

دکتر علی افضلی‌پور ـ استاد دانشکدهٔ علوم دانشگاه تهران

۴۳٫۱۱٫۱۱

مسائل امتحانات ریاضی ، مکانیك ، فیزیك و شیمی ثلث اول دبیرستانها

سؤالهای امتحانی مربوط به‌کلاسهای چهارم و پنجم طبیعی و ریاضی در شمارهٔ ۱۱ چاپ شد. دنبالهٔ آن، سؤالهای مربوط به کلاسهای ششم در زیر چاپ می‌شود . شیوهٔ نگارش عبارات به همان صورت که در اوراق مربوط بوده محفوظ مانده است .

کلاس ششم طبیعی

الف ـ جبر و مثلثات

دبیرستان آذر

۲۰۲۱ ـ ساده ترین صورت مشتق تابع ،
$y=(2\cos x-\sin x)(2\cos x+\sin x)-2\cos 2x$ راحساب کنید .

۲۰۲۲ ـ اولا تحقیق کنید که منحنی‌های نمایش تغییرات $y=x^3-ax^2+a-1$ بازاء جمیع مقادیر a از دو نقطه ثابت که مختصات آنرا تعیین‌میکنید میگذرند. ثانیاً مقدار a را قسمی‌تعیین کنید که تابع‌بازاء $x=2$ مینیمم شود. ثالثاً منحنی نمایش تغییرات تابع $y=(x-1)(x^2-2x-2)$ را رسم کنید و معادلهٔ خط مماس بر منحنی را در نقطه‌بطول -1 بنویسید .

۲۰۲۳ ـ جوابهای کلی معادلات زیر رابنویسید .

$\sin(3x-\frac{\pi}{4})=1$ و $\cos(3x+\frac{\pi}{3})+1=0$ و

$tg(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{8})-1=0$

۲۰۲۴ ـ معادله زیر را حل کنید و جوابهای محصور بین صفر و 360° را بنویسد .

$\cos(3x+\frac{\pi}{3})+\cos(3x-\frac{\pi}{3})=1$

دبیرستان البرز

۲۰۲۵ ـ تابع $y=\frac{x^3+x^2+mx}{m+2}$ مفروض‌است .

۱ ـ ثابت کنید منحنی‌های این‌تابع که بازاءمقادیر مختلف m رسم میشوند همواره از سه نقطه ثابت که بر یك استقامتند میگذرند .

۲ ـ مقدار m را بقسمی تعیین نمائید که‌عرض‌مرکز تقارن منحنی تابع برابر $-\frac{47}{81}$ باشد .

۳ ـ جدول و منحنی (c) نمایش تغییرات تابع $y=-\frac{1}{3}(x^3+x^2-5x)$ را رسم کنید .

۴ ـ باکمك منحنی (c) ریشه‌های معادله $x^3+x^2-5x+3=0$ را تعیین نمائید

۵ ـ مساحت سطح محصور بین منحنی (c) و نیمساز ربع سوم را محاسبه نمائید .

۲۰۲۶ ـ تابع $y=\sin^2 2x\sin 4x$ مفروض است

۱ ـ مشتق این تابع را حساب کنید

۲ ـ تابع اولیه تابع y را تعیین نمائید .

۲۲۰۷ ـ این معادله را حل کنید :

$\cot gx-tgx=2\sqrt{2}(\cos x+\sin x)$

دبیرستان خوارزمی (دبیر، چاوشیان)

۲۲۰۸ ـ درتابع $y=ax^3+bx+c$ ضرایب a و b و c را چنان معلوم کنید که دارای‌می‌نیممی بمختصات $(-1 و 4)$ بوده ضریب زاویه خط مماس بر منحنی تابع در نقطه‌ای بطول صفر برابر ۳ شود .

۲۰۲۹ ـ جهت تغییرات و ماکزیمم و می‌نیمم جهت تقعر و نقطه عطف منحنی تابع $y=-x^3+3x-2$ را به دست آورید

۲۰۳۰ ـ از نقطه‌ای بطول ۲ واقع‌بر منحنی تابع سؤال دوم خطی برمنحنی مماس‌رسم شده‌است معادله‌خط‌مماس‌رابنویسید وهمچنین‌نقاطی‌ازتابع سؤال‌دوم‌بدست‌آورید که ضریب زاویهٔ‌خط مماس‌بر منحنی تابع در آن نقاط‌برابر -9 شود .

۲۰۳۱ ـ عبارات زیر را قابل محاسبه لگاریتمی‌نمائید.

$1+\sin a-\cos a$ و $3-4\cos^2 a$

۲۰۳۲ ـ معادلات مثلثاتی زیر را حل کرده جوابها را در فاصله صفر و 2π بدست آورید .

$2\cos^2 x+\cos x-1=0$

$\sin(x+\frac{\pi}{6})+\sin(2x-\frac{\pi}{6})=0$

۲۰۳۳ ـ از توابع زیر تابع اولیه بگیرید .

$$y=\sqrt{3}\sin x-3\cos x+1$$

$$y=\frac{x^2-2x}{x^4}$$

$$y=-(x+2)(x-1)^2$$

دبیرستان مرجان (دبیر، چاوشیان)

۲۰۳۴ ـ در تابع $y=-x^3+ax^2+bx+c$ ضرایب a و b c را طوری بدست آورید که منحنی تابع محور عرضها را بعرض ٤ قطع کرده دارای می نیممی بطول ۲ ـ بوده بازاء $x=-1$ تغییر تقعر دهد .

۲۰۳۵ ـ منحنی نمایش تغییرات تابع $y=-x^3-3x^2+4$ را رسم کرده جهت تقعر و نقطهٔ عطف منحنی را بدست آورید

۲۰۳۶ ـ معادلهٔ خط مماس برمنحنی تابع $y=-x^3-3x^2+4$ را در نقطه‌ای بطول ۱ ـ بنویسید همچنین نقاطی از تابع بدست آورید که خط مماس در آن نقاط دارای ضرایب زاویه ۹ ـ شود

۲۰۳۷ ـ معادلات مثلثاتی زیر را حل کرده جوابها را در فاصله صفر و 2π بدست آورید

الف : $2\sin^2 x-\cos x-1=0$

ب : $3\sin x-\sqrt{3}\cos x=\sqrt{3}$

۲۰۳۸ ـ مشتق توابع زیر را بدست آورید: فقط دستور مشتق را بکار ببرید و ساده نکنید .

الف : $y=\left(\frac{2x+3}{2x-3}\right)^3\times\sqrt[7]{(x^3-4x)^3}$

ب : $y=6\cos^2\frac{2x}{3}+\frac{1}{4}\sin^4 2x+3tg^2\frac{2x}{3}+\frac{1}{9}cotg\,3x$

ب ـ فیزیك

دبیرستان آذر

۲۰۳۹ ـ گلوله‌ای را با سرعت اولیه ۲۰ متر بر ثانیه در امتداد سطح شیب‌داری که زاویه آن با افق ۳۰ درجه است بطرف بالا پرتاب میکنیم اصطکاك سطح ربع وزن گلوله است معین کنید تا چه مسافتی گلوله روی سطح بالا میرود $g=10\ \frac{m}{sec^2}$

۲۰۴۰ ـ گلوله کوچکی را روی سطح آب رها میکنیم پس از یك ثانیه ۹۸ سانتیمتر در آب فرو میرود در صورتیکه $g=980$ سانتیمتر برمجذور ثانیه باشد وزن مخصوص گلوله را حساب کنید ، وزن مخصوص آب یك است .

۲۰۴۱ ـ قطر چرخهای یك اتوموبیل ۱٫۲ متر است و چرخ در هر دقیقه ۳۰۰ بار میچرخد. سرعت زاویه‌ای چرخ و سرعت حرکت اتوموبیل را حساب کنید . $\pi=3$

۲۰۴۲ ـ جرم وزنه‌های یك ماشین اتوودرو بهمرفته ٤۹۰ گرم است . شتاب حرکت وزنه‌ها ٤۰ سانتیمتر برمجذور ثانیه میباشد جرم هریك از وزنه‌ها را حساب کنید . شتاب ثقل ۹۸۰ سانتیمتر برمجذور ثانیه است .

۲۰۴۳ ـ معادله حرکت یك جسم در دستگاه C.G.S بصورت $x=4\sin(40\pi t+\frac{\pi}{6})$ میباشد ، معین کنید : دامنه و فرکانس و پریود و فاز حرکت را .

دبیرستان خوارزمی ۱

۲۰۴۴ ـ جسمی که بطور آزاد سقوط میکند موقع رسیدن بزمین دارای سرعت ۳۹٫۲ متر بر ثانیه میشود ارتفاع محل سقوط وزمان سقوط را بیابید ثانیاً مسافت طی‌شده در ثانیه آخر را بدست آورید . ثالثاً جسم در انتهای مسیر خود وارد مایعی میشود که جرم مخصوص آن ٤ بار کمتر از جرم مخصوص جسم است معلوم کنید شتاب و معادله مسافت جسم را در مایع

۲۰۴۵ ـ جسمی بوزن ۵۰ کیلوگرم روی سطح شیبداری که زاویه آن باافق ۳۰ درجه است باسرعت ثابت ۸ متر بر ثانیه پائین میآید معلوم کنید نیروی اصطکاك بین سطح وجسم را ثانیاً جسم بااین سرعت بسطح افقی میرسد اگر نیروی اصطکاك فرق نکرده باشد زمان حرکت و مسافت طی شده را در سطح افق بیابید .

۲۰۴۶ ـ هواپیمائی باسرعت ۳٦۰ کیلومتر درساعت در صفحه قائمی دورمیزند وزن خلبان ۷۰ کیلوگرم نیروست معلوم کنید اگر شعاع دوران نسبت بخلبان ۲۰۰ متر باشد سرعت زاویه‌ای وشتاب وارد بر خلبان را .

ثانیاً نیروی گریز از مرکز وارد برخلبان را بیابید . ثالثاً معلوم کنید چه نیروئی در بالاترین وپائین‌ترین نقطه مسیر ازطرف خلبان برصندلی وارد میشود .

ج ـ شیمی

دبیرستان آذر

۲۰۴۷ ـ تعیین کنید اولا بر ۱۰۰ cc اسید اگزالیك متبلور $(C_2O_4H_2 2H_2O)$ بغلظت ۱۲٫٦ گرم در لیتر چه حجمی از سود سوزآور مولکول گرم در لیتر اضافه نمایند تا کاملا خنثی گردد . ثانیاً بهر واحد حجم از اسیداگزالیك فوق چه حجمی از آب مقطر اضافه کنند تا محلول $\frac{1}{20}$ ملکول گرم در لیتر حاصل شود .

۲۰۴۸ ـ از تجزیه شیمیائی ۱٫۲ گرم جسم آلی آزته ۰٫۸۸ گرم افزایش وزن برای لوله‌های پتاس و ۰٫۷۲ گرم افزایش وزن برای لوله‌های اسید سولفوریك نتیجه میشود . از طرف دیگر چون همین وزن ازجسم آلی را با آهك سده تکلیس نمائیم و آنگاه گاز متصاعده را در ۱۰۰ cc محلول اسید سولفوریکی وارد کنیم بقیه اسید بکمك ۱۰ cc پتاس نرمال خنثی میشود .

درصورتیکه بدانیم قبل از آزمایش فوق همان cc۱۰۰ اسید بکمك cc۲۰۰ سود باغلظت ۱۰ گرم درلیتر خنثی میشده است فرمول خام جسم آلی را بدست آورید و میدانیم که از انحلال ۲ر۱ گرم از جسم مذکور در ۱۰۰ گرم آب نزول نقطه انجماد ۳۷ر۰ درجه خواهد بود وضریب ثابت رائولت ۱۸۵۰ میباشد.

دبیرستان خوارزمی

۲۰۴۹ ـ بر ۲۰ سانتیمتر مکعب جوهر ترشك اسید سولفوریك افزوده و بملایمت حرارت میدهیم و آنگاه قطره قطره از یك محلول پرمنگنات پطاسیم بر آن میافزائیم مشاهده میکنیم که ۳۰ سانتیمتر مکعب پرمنگنات بیرنگ میشود.

درآزمایش دیگر ۱۰ سانتیمتر مکعب محلول جوهر ترشك را اختیار و بر آن در مجاورت معرف سود نیم نرمال میریزیم ۱۲ سانتیمتر مکعب سود برای تغییر رنگ معرف بکار میرود فرمول فعل و انفعالات را بنویسید وغلظت محلول پرمنگنات را حساب کنید.

۲۰۵۰ ـ یك جسم آلی ازت‌دار موجود است ۴۵ر۰ گرم آن را تجزیه میکنیم درنتیجه ۴۴۸ سانتیمتر مکعب گاز کربنیك و ۶۳ر۰ گرم آب بدست میآید از طرف دیگر از تجزیه ۹ر۰ گرم جسم ۲۲۴ر۰ لیتر گاز ازت در شرائط متعارفی میدهد فرمول جسم را بدست آورید درصورتیکه میدانیم چگالی بحالت بخار جسم نسبت بگاز کربنیك ۱ر۰۲ میباشد

چند گرم از این جسم را در ۱۰۰ گرم آب حل کنیم تا نزول نقطه انجماد برابر ۱۸۵ر۰ گردد در صورتیکه میدانیم ضریب ثابت رائولت برابر ۱۸۵۰ میباشد.

کلاس ششم ریاضی

الف ـ جبر

دبیرستان آذر

۲۰۵۱ ـ ثابت کنید که از نقطهٔ $M(1 \text{ و } 3)$ دو قائم بر منحنی نمایش $x^2-4y^2-2x-3=0$ میتوان رسم کرد طولهای نقاط پای قائم را بدست آورید. و معادلات قائم را بنویسید.

۲۰۵۲ ـ مقدار a رادر تابع $y=ax+\sqrt{x^2-2x}$ چنان پیدا کنید که درازاء $x=-\infty$ برابر ۱ شود

ثانیاً مقدار تابع $y=x+\sqrt{x^2-2x+3}$ رادرازاء $x=\mp\infty$ پیدا کنید

۲۰۵۳ ـ اولا مکان هندسی

$$A\left(x=\frac{(1+t)^2}{1+t^2} \text{ و } y=\frac{3t^2+1}{t^2+1}\right)$$

را پیدا کنید

ثانیاً تعیین کنید که نقطهٔ $O'(2 \text{ و } 1)$ مرکز تقارن منحنی نمایش $x^2+y^2-2x-4y+4=0$ است

۲۰۵۴ ـ سوی تقعر و مختصات نقطه عطف منحنی $y=\frac{x+2}{(x+1)^2}$ را وقتیکه x از $-\infty$ تا $+\infty$ تغییر میکند پیدا کنید ومعادله خط مماس بر منحنی فوق رابطول $x=-4$ بنویسید و نقطهٔ دیگر تلاقی این خط مماس را (در صورت وجود) با منحنی فوق بدست آورید

دبیرستان البرز

۲۰۵۵ ـ تابع ضمنی

$$F(x \text{ و } y)=3x^2-4xy+y^2+6x-2y+1=0$$

که درآن y تابع و x متغیر است مفروض میباشد،

الف ـ مختصات مرکز تقارن منحنی نمایش این تابع را تعیین کنید

ب ـ معادلات مجانب‌های این تابع را تعیین کنید

توضیح ـ برای تعیین معادلات مجانب ازدو تابع صریح $y=f(x)$ که از تابع ضمنی مزبور بدست میآید آنرا انتخاب کنید که علامت جلوی رادیکال مثبت باشد.

۲۰۵۶ ـ معادله درجه سوم پارامتری $x^3-mx-20=0$ مفروض است

الف ـ بازاء مقادیر مختلف پارامتر m در وجود و علامت ریشه‌های معادله مزبور بحث کنید

ب ـ بازاء $m=11$ ریشه‌های این معادله را حساب کنید.

توضیح ـ روش جبری ازطریقهٔ کاردان ـ روش هندسی از طریقهٔ تبدیل به دو منحنی

۲۰۵۷ ـ مقدار حقیقی تابع زیر را وقتیکه $x\to\infty$ محاسبه کنید

$$y=\sqrt[12]{x}\times\frac{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}}$$

دبیرستان اندیشه (دبیر، شهریاری)

۲۰۵۸ ـ در تابع $y=\frac{(a-1)x+8}{x^2}+\frac{b}{2(x-1)^2}$ مقادیر a و b را چنان پیدا کنید که ماکزیمم یا می‌نیمم آن برنقطهٔ (۱ و ۲) منطبق شود. ثانیاً منحنی نمایش تغییرات تابع $y=\frac{8}{x^2}-\frac{1}{(x-1)^2}$ را رسم کنید. ثالثاً جهت تقعر

منحنی تابعی را که رسم کرده‌اید پیدا کنید . رابعاً معادله $\frac{8}{x^2}-\frac{1}{(x-1)^2}=1$ را حل کنید .

۲۰۵۹ـ اولا دروجود و علامت طولهای نقاط تلاقی دو تابع زیر بحث کنید ودر حالتی که برهم مماس‌اند مختصات نقاط مشترك را پیدا کنید :

$$\begin{cases} y=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+\frac{5}{2} & (c) \\ y=-\frac{3}{2}x^2-3x+m & (c') \end{cases}$$

ثانیاً بازاء $m=\frac{1}{2}$ منحنی نمایش دو تابع را رسم کنید و معادلهٔ مماس بر منحنی (c) را در نقطه‌ای که مرکز تقارن آنست پیدا کنید

دبیرستان خوارزمی ۱ (دبیر، شهریاری)

۲۰۶۰ـ تابع $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ مفروض است .

مقادیر a و b و c و d را چنان پیدا کنید کـه نقطه (۲ و ۰) I نقطهٔ عطف منحنی نمایش آن باشد و مماس‌در نقطهٔ بطول ۱ از منحنی برخط $x-2y=0$ عمود شود و $f(x)$ بر $x-2$ قابل قسمت باشد .

۲۰۶۱ ـ منحنی نمایش تغییرات دوتابع زیر را رسم کنید :

(c) $y=x^3-5x+2$

(c') $y=3x^2-7x+2$

و سپس مختصات نقاط تلاقی آنها را پیدا کنید .

۲۰۶۲ ـ اگر (۲ـ و ۱)A و (۰ و ۲)B و (۲ و ۰)C باشد مختصات رأس چهارم D ازمتوازی‌الاضلاع ADBC رابدست آورید .

۲۰۶۳ـ اولادر وجود و علامت طولهای نقاط تلاقی‌خط $2x+y=m$ با منحنی $y=x^3-5x+2$ بحث کنید ودر حالتی‌که خط برمنحنی مماس است مختصات نقطهٔ تماس و نقطه تلاقی را بدست آورید .

ثانیاً m را چنان پیدا کنیدکه خط $2x+y=m$ بر منحنی $y=3x^2-7x+2$ مماس باشد . در حالتی که خط منحنی را قطع میکند ثـابت کنید مـکان نقطه تلاقی روی خط $x=\frac{5}{6}$ قرار دارد .

آیا تمام خط $x=\frac{5}{6}$ جزومکان است ؟ اگر جواب‌این سؤال منفی است حد مکان را معین کنید .

۲۰۶۴ ـ جهت تقعر منحنی نمایش تابع $y=x^3-5x+2$ را بوسیله یك جدول نشان دهید .

دبیرستان خوارزمی ۲

۲۰۶۵ ـ m را چنان تعیین کنید تا یکی از ریشه‌های معادله : $x^2-2(m+1)x+7m-3=0$ بین اعداد ۲ـ و ۱ قرار گیرد .

۲۰۶۶ ـ منحنی (c) بمعادله :

$y^2-2(x+1)y+7x-3=0$ مفروض است مختصات مرکز تقارن آنرا تعیین کنید

۲۰۶۷ ـ خط $y=3x+a$ منحنی (c) را در ازاء بعضی مقادیر a در دو نقطهٔ A وB قطع میکند مطلوبست تعیین مکان هندسی وسط قطعه خط AB وقتی a تغییر کند

۲۰۶۸ ـ در نقطه بعرض ۲ واقع بر منحنی (c) قائمی برآن رسم شده است معادلهٔ قائم را بنویسید .

۲۰۶۹ ـ جهت تغییرات تابع

$y=x+1+\sqrt{x^2-5x+4}$ را تعیین کنید.

۲۰۷۰ ـ سوی تقعر و تحدب تابع

$y=x+1-\sqrt{x^2-5x+4}$ را معلوم کنید .

۲۰۷۱ ـ در ازاء $x=\pm\infty$ مقدار تابع

$y=x+1\pm\sqrt{x^2-5x+4}$ را حساب کنید .

۲۰۷۲ـ مقدار حقیقی کسر

$$y=\frac{\sin^3(2x-\frac{\pi}{4})-\sin^3(x-\frac{\pi}{12})}{tg^2(3x-\frac{\pi}{4})-cotg^2(x-\frac{5\pi}{12})}$$

را درازاء $x=\frac{\pi}{6}$ حساب کنید .

دبیرستان مرجان (دبیر ، شهریاری)

۲۰۷۳ ـ اولا منحنی نمایش تغییرات تـوابع زیرا را رسم کنید :

(c) $y=8x^5-10x^3+5x$

(c') $y=3x^3$

(d) $y=3x$

ثانیاً مختصات نقاط‌مشترك (c) و (c') و (d) را بدست آورید .

ثالثاً توضیح دهیدکه چرا مراکز تقارن دو منحنی (c) و(c') بر هم منطبق‌اند .

۲۰۷۴ ـ از نقطهٔA بطول ۱ واقع برمنحنی $y=3x^3$ خطی با ضریب زاویه m گذرانده‌ایم :

اولا m را چنان پیداکنیدکه خط برمنحنی مماس باشد.

ثانیاً درحالتی‌که خط‌منحنی را در دو نقطه دیگرB وC

قطع میکند ، ثابت کنید مکان M وسط پاره خط BC نیم‌خطی است از خط $2x+1=0$ ، مبداءاین نیم خط رامعین کنید .

۲۰۷۵ ـ معادلات خطوط مماس را پیدا کنید که از مبداء مختصات بر منحنی . نمایش تابع :

$$y=8x^5-10x^3+5x$$

رسم شده‌اند .

دبیرستان نظام وفا اهواز (دبیر ، قوام نحوی)

۲۰۷۶ ـ اگر $a>b>c$ باشد از دو راه ثابت کنید معادله‌زیر همیشه داری دوریشه حقیقی است .

$$(x-a)^2(1+a^2)-(x-b)(x-c)=0$$

۲۰۷۷ ـ معادله زیر مفروض است :

$$(m^2-m-6)x^2-2(m^2-1)x+m^2+m=0$$

اولا بازاء چه مقادیر m طرف اول معادله فوق بازاء جمیع مقادیر x منفی است .

ثانیاً بازاء چه مقادیر m اعداد صفر ویك‌بین ریشه‌های این معادله واقعند .

ثالثاً بازاء چه مقادیر m فقطیکریشهٔ معادله بین‌صفر و یك واقع است .

۲۰۷۸ـ عبارت های زیر را حساب کنید

$$\frac{\sqrt[3]{x+7}-\sqrt{5-x^2}}{x^2-\sqrt[5]{4x^5-3}} \quad \text{بازاء} \quad x=1 \quad \text{و}$$

$$\sqrt{x^3+5x^2}-\sqrt{x^3+8x} \quad \text{بازاء} \quad x=\pm\infty$$

$$\frac{x\sin x}{1-\cos x} \quad \text{بازاء} \quad x=0 \quad \text{و}$$

$$x+1+\sqrt{x^2+x-2} \quad \text{بازاء} \quad x=+\infty$$

۲۰۷۹ ـ تابع $y=\frac{ax^2+b}{x^2-4x+b}$ مفروض است

اولا a و b را طوری‌بگیرید که‌نقطه $M(-2 \text{ و } \frac{1}{2})$ نقطهٔ می‌نیمم منحنی این تابع باشد

ثانیاً منحنی تابع $y=\frac{x^2+4}{x^2-4x+4}$ را رسم کنید

ثالثاً خط $y=m$ منحنی مرسوم را در نقاط M و N قطع می‌کند m را طوری بگیرید که $MN=1$ باشد

۲۰۸۰ـ تابع $y=x^3+3mx+m^2-m$ مفروض است اولا m را طوری بگیرید که جواب مشتق جواب تابع نیز باشد

ثانیا منحنی توابع زیر را رسم کنید

$$y=x^3 \quad \text{و} \quad y=(x-1)^2(x+2)$$

ب ـ مثلثات

دبیرستان البرز

۲۰۸۱ـ ثابت کنید :

$$\cos\frac{\pi}{17}+\cos\frac{3\pi}{17}+\cos\frac{5\pi}{17}+\cdots\cdots\cos\frac{15\pi}{17}=\frac{1}{2}$$

۲۰۸۲ ـ اگر $a\sin x\sin y+b\cos x\cos y=0$ باشد ثابت‌کنید عبارت زیر به x و y بستگی‌ندارد

$$A=\frac{1}{a\sin^2 x+b\cos^2 x}+\frac{1}{a\sin^2 y+b\cos^2 y}$$

۲۰۸۳ ـ از رابطه $\sin x=\frac{\sin a+\sin b}{1+\sin a\sin b}$ رابطه زیر را نتیجه بگیرید :

$$tg(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2})=\pm tg(\frac{\pi}{4}+\frac{a}{2})\,tg(\frac{\pi}{4}+\frac{b}{2})$$

۲۰۸۴ ـ مطلوبست حل وبحث معادله زیر :

$$4\cos(x-\frac{\pi}{3})\cos(x+\frac{\pi}{3})(\sin x+\sin 2x+m)\cos 3x$$

$$\frac{5\pi}{12}<x<\frac{3\pi}{4}$$

۲۰۸۵ ـ ایندستگاه را حل‌کنید :

$$\begin{cases}\frac{tgx}{cotgy}+\frac{tgy}{cotgx}+\sqrt{\frac{tgx}{cotgy}}+\sqrt{\frac{tgy}{cotgx}}=4\\ \sin 2x+\sin 2y=2\end{cases}$$

دبیرستان خوارزمی ۱ (دبیر ـ قیصری)

۲۰۸۶ـ اولا m را چنان معین کنیدکه در معادله $\sin^2 x+\sin 2x=m$ داشته باشیم $x'+Arctg\frac{1}{2}=\frac{\pi}{2}+x''$ (x' و x'' ریشه‌های معادله فوق هستند) ثانیاً بازای $m=1$ معادله فوقرا حل‌کنید

۲۰۸۷ـ اولا ثابت‌کنید بازاء همه مقادیر m (باستثنای $m=0$)معادله زیریك ریشه بین ۰ و $\frac{\pi}{4}$ دارد . ثانیاً بازای $m=0$ معادله را حل کنید .

$$(1+3m)\sin 2x+\cos 2x=2m+1$$

۲۰۸۸ـ اولابازای چه مقادیری ازa معادله زیر جواب دارد.ثانیاً بازای $a=1$ معادله را حل کنید

$$(a+1))\sin x-\cos x+\sin 2x)^2$$
$$-3(\sin x-\cos x+\sin 2x)+a=0$$

۲۰۸۹ـ دستگاه دو معادله دومجهولی زیرراحل کنید

$$\begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ tg\,2x+tg\,y=1 \end{cases}$$

۲۰۹۰ـ عبارت زیر را بدون استفاده از جدول لگاریتم بحاصلضرب تبدیل کنید

$$\sin\frac{\pi}{9}+\sin\frac{2\pi}{9}+2\sin\frac{4\pi}{9}+\sqrt{3}$$

۲۰۹۱ـ مطلوبست حل معادله زیر

$$\sin(x+a)+\sin(a+b)+\sin(2x-c)+\sin(a+b+c)=0$$

دبیرستان خوارزمی ۲ (دبیر ، قیصری)

۲۰۹۲ـ مطوبست حل معادله

$$4\sin^2 x-2\sin 2x=3-\sqrt{3}$$

۲۰۹۳ـ دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر راحل کنید

$$\begin{cases} x+y=\frac{\pi}{4} \\ tg\,x+tg\,y=2(\sqrt{2}-1) \end{cases}$$

۲۰۹۴ـ عبارت

$\sin(a+b)+\sin(b+c)+\sin(a-c)$ را بحاصلضرب تبدیل کنید

۲۰۹۵ـ معادلهٔ $tg^2 x-(2a+1)tg\,x+2a=0$ مفروض‌است مطلوبست تعیین a برای آنکه

$2\mathrm{Arc}tg\,2=x_1+x_2+x_3+x_4$ باشد(x_1وx_2 ...

ریشه های معادله هستند)

۲۰۹۶ـ اولا بر حسب مقادیر مختلف a در وجود ریشه‌های معادله

$$(\sin x+\cos x+1)^2-(a+1)(\sin x+\cos x+1)+a=0$$

بحث کنید ثانیاً بازاء $a=\frac{5}{2}$ معادله را حل کنید

دبیرستان مرجان (دبیر ، چاوشیان)

۲۰۹۷ـ عبارت $\frac{1}{\sin a}-\frac{\sqrt{3}}{\cos a}-4\cot g\,2a$ را قابل محاسبهٔ لگاریتمی نمائید .

۲۰۹۸ـ دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی

$$\begin{cases} x-y=\frac{2\pi}{3} \\ \sin x+\sin y=m \end{cases}$$

را حل و بحث کنید وبازاء $m=1$ جوابهای دستگاه را بدست آورید .

۲۰۹۹ـ معادلهٔ

$$2+4\sin^2 x\cos x-4\sin x\cos^2 x-4\sin x\cos x-\sin x+\cos x=0$$

مفروض است

الف : معادلهٔ مفروض بمعادلات کلاسیك نوع اول و چهارم تبدیل کنید .

ب : معادلهٔ

$$(\sin x-\cos x)(2\sin x-2\cos x+4\sin x\cos x-1)=0$$

راحل کنید

۲۱۰۰ـ معادلهٔ

$$(2m+5)\sin^2 x-(m-2)\sin x\cos x-3\cos^2 x=2(m+1)$$

مفروض است .

الف : مطلوبست مقدار m تا تفاضل ریشه‌های معادله $\frac{\pi}{2}$ شود $(x'-x''=\frac{\pi}{2})$

ب : m را چنان معلوم کنید تا مجموع ریشه‌های معادله $\frac{3\pi}{4}$ گردد $(x'+x''=\frac{4\pi}{4})$

ج : حدود m را چنان تعیین کنید تاریشه‌های معادله بین $-\frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{4}$ قرار گیرند

ج ـ حساب استدلالی

دبیرستان آذر :

۲۱۰۱ـ ثابت کنید اگر اعداد a و b و c مضربی از سه نباشند مجموع مربعات آنها همواره بر۳ قابل بخش است

۲۱۰۲ـ ثابت کنید اعداد شش رقمی بصورت $N=\overline{xyzabc}$ که در آن $x=2a$ و $y=2b$ و $z=2c$ باشند همواره بر اعداد ۲۳ و۲۹ قابل بخش هستند .

۲۱۰۳ـ ثابت کنید عدد $172^{n}+36^{n}-2^{n+1}$ همواره بر ۳۴ قابل بخش است

۲۱۰۴ـ مطلوبست تعیین ارقام x و y و z بطوریکه داشته باشیم $(\overline{xyz})_5\times(126)_7=(224243)_5$

۲۱۰۵ـ عددی سه رقمی مفروض است آنرا بامقلوبش

جمع نموده‌ایم حاصل جمع عددی است دارای چهاررقم‌متساوی اولا ـ این حاصل جمع چه عددی میتواند باشد ثانیاً ثابت کنید رقم دهگان عدد مفروض صفر است . ثالثاً ـ درصورتیکه رقم صدگان عدد مفروض ۵ واحدبزرگتر از رقم یکان باشد . عدد را بدست‌آورید

دبیرستان البرز

۲۱۰۶ـ در تقسیم عدد ۷۵۴۳۲ برعددی باقیمانده‌های جزءبه‌ترتیب۳۳۱ و۳۵۲ و ۱۳۸ هستند مطلوبست تعیین‌مقسوم علیه وخارج قسمت

۲۱۰۷ـ عددی در مبنای ۷ بصورت $N=\overline{aa}$ و مجذور آن در همان مبنی به صورت $N^2=\overline{bbbb}$ است تعیین کنید ارقام a و b وعدد N را در مبنای اعشاری

۲۱۰۸ـ مطلوبست تعیین عددی چهار رقمی بطوریکه مجموع ارقام‌آن برابر ۱۱ و باقیمانده‌های تقسیم آن بر ۸ و ۱۱ و۲۵ بترتیب برای ۷ و ۱ و ۱۸ باشند

۲۱۰۹ـ ثابت‌کنید اگرعدد N بر سه‌وبر ۵ قابل‌قسمت نباشد :

$A=N^6-N^4-N^2+1$ برسه و بر ۵ قابل قسمت است

۲۱۱۰ـ عـدد صحیح A رابقسمی تعیین‌کنید کـه عدد A^2-32A مجذورکامل باشد .

دبیرستان اندیشه (دبیر شهریاری)

۲۱۱۱ـ بازاء چه‌مقدار m معادله زیر دارای‌ریشه‌های صحیح است :

$$x^2-(m+2)x+2(m-3)=0$$

۲۱۱۲ـ در تابع $xy-3x-y=1$ مختصات‌نقاط با مختصات صحیح ومثبت منحنی را پیداکنید .

۲۱۱۳ـ ثابت کنیدکه عدد $\overline{abcabc}$ بر۷ و ۱۱ و ۱۳ قابل قسمت است .

۲۱۱۴ـ عدد۴۸۱ را درچه‌عددی‌ضرب‌کنیم تاحاصلضرب فقط از رقمهای ۶ تشکیل شده باشد .

۲۱۱۵ـ اعداد A و B بصورت زیرداده شده :

$$A=3a+4b+2$$
$$B=7a-2b-1$$

ثابت‌کنید اگر یکی از دوعدد A و B بر ۱۷ قابل قسمت باشد ، دیگری نیز قابل قسمت خواهد بود ،

دبیرستان خوارزمی ، (دبیر باقر امامی)

۲۱۱۶ـ مطلوبست حل معادله $(\overline{ab\,ab})_{\overline{ab}}=2030$

۲۱۱۷ـ مطلوبست حل معادله :

$$x^2+2x=143+4m^2$$

۲۱۱۸ـ حاصلضرب $(324)_a \times (5142)_a$ درمبنای a باچند رقم نوشته میشود .

۲۱۱۹ـ سن پدری ۳۲ سال و سن پسرش ۵ سال است پس از چند سال سن پدر چهار برابر سن پسر میشود .

۲۱۲۰ـ حاصلضرب دو عدد۴۳ و $\overline{7a6}$ درمبنای‌مجهولی بصورت $\overline{bc612}$ نوشته شده است مبنا ورقم‌های مجهـول را پیداکنید ،

دبیرستان خوارزمی ۲ (دبیر باقرامامی)

۲۱۲۱ـ عدد$_8$(4161a) را برعدد$_8$(756) در مبنای ۸ تقسیم و a را چنـان تعیین‌کنید که باقیمانده تقسیم بـرابر صفر گردد .

۲۱۲۲ـ حاصلضرب $(\overline{abc})_7 \times (\overline{defg})_7$ دردستگاه‌شمار به مبنای ۷ با چند رقم نوشته می‌شود

۲۱۲۳ـ مطلوبست حل معادلهٔ

$$x^2-4m^2+11m=153$$

۲۱۲۴ـ ریشه چهارم عدد a(14641) را پیداکنید

۲۱۲۵ـ مطلوبست حل معادلهٔ $(\overline{aabb})_{\overline{ab}}=1898$

دبیرستان فرهنگ اهواز (دبیر قوام نحوی)

۲۱۲۶ـ عددی را در دو مبناکه یکی‌مربع دیگری‌است نوشتیم بفرم اعداد ۵۵۶ و ۱۲۱۲۲۰ در آمد پیداکنید مبناها و عدد مزبور را در مبنای ۱۰

۲۱۲۷ـ ثابت‌کنید عدد ۱۵۷۳ در هرمبنائی بر ۱۳ و ۱۱ بخش‌پذیر است ـ آیا مبنا چه شرطی باید داشته باشد

۲۱۲۸ـ عدد ۱۴۳ را در ۱۲ بمبنای مجهولـی ضرب کردیم جواب ۱۷۳۶ شد پیداکنید مبنا را

۲۱۲۹ـ ثابت‌کنیدبرای‌آنکه عدد نه‌رقمی $\overline{abcdefghk}$ بر ۳۷ و ۲۷ بخش‌پذیر باشد باید $\overline{abc}+\overline{def}+\overline{ghk}$ بـر ۲۷ و ۳۷ بخش‌پذیر باشد و این مسئله را بطورکلی برای یك عدد n رقمی نیز ثابت‌کنید

۲۱۳۰ـ باقیمانده‌تقسیم‌حاصلضرب: $557^{128} \times 553^{64}$ را بر ۱۵ پیداکنید

۲۱۳۱ـ عدد $\overline{6xy1z}$ مفروض‌است‌بجای x و y و z ارقامی بگذارید تا این عدد بر ۵ و ۹ و ۱۱ بخش‌پذیرباشد .

۲۱۳۲ـ ثابت‌کنید عدد $3^{3n+2}+4^{3n'+2}$ همیشه بر ۷ بخش پذیر است (n عددی است فرد و n' عدد غیرمشخص است)

۲۱۳۳ـ مجموع‌ارقام یك عدد چهاررقمی را از خودش کم‌کردیم ۱۳۳۲ بدست‌آمد پیداکنید آن عدد را (مسئله چند جواب دارد)

دبیرستان مرجان (دبیر باقر امامی)

۲۱۳۴ ـ مطلوبست حل معادله $\overline{aaa}=(۵۵۶)x$

۲۱۳۵ ـ مطلوبست تعیین دو عدد که تفاضل مربعات آنها برابر ۱۴۴ باشد

۲۱۳۶ ـ عدد ۸ رقمی مبنای ۸ در مبنای ۲ چند رقم ممکن است داشته باشد

۲۱۳۷ ـ حاصلضرب یك عدد ۸ رقمی در ۴۵ در ارقام ۵ تشکیل یافته است این عدد را پیدا کنید .

۲۱۳۸ ـ ارقام نزولی a و b و c و d مفروض هستند ثابت کنید مجموع ارقام تفاضل $\overline{abcd-dcba}$ مقدار ثابتی است این مقدار ثابت را حساب کنید .

دبیرستان ناصرخسرو (دبیر : رجبی ـ فرستنده : غفوری)

۲۱۳۹ ـ ثابت کنید عدد $A=n^{۷}-n$ به ازاء جمیع مقادیر صحیح و مثبت n بر ۷ قابل قسمت است .

۲۱۴۰ ـ باقیماندهٔ تقسیم عدد $\overline{aaa}(۴۶۱)$ را بر عدد ۲۳ معلوم کنید

۲۱۴۱ ـ بزرگترین بخشیاب مشترك دو عدد ۶۰ و حاصل جمع آن دو عدد ۳۰۰ است ، مطلوب است تعیین آن دو عدد

۲۱۴۲ ـ عدد اول p و عدد a را درنظر میگیریم. ثابت کنید باقیماندهٔ تقسیم عدد $A=a^{p-۱}$ بر p یا صفر و یا واحد است

هـ ـ مسائل هندسه و مخروطات

دبیرستان البرز

۲۱۴۳ ـ سه نقطهٔ $O_۱O_۲O_۳$ مفروض‌اند ، سه دایره رسم کنید که مرکز آنها این نقاط بوده و دو به‌دو برهم عمود باشند

و ـ هندسهٔ رقومی و ترسیمی

دبیرستان البرز

۲۱۴۴ ـ مقیاس شیب صفحه P را که با افق زاویه ۶۰ درجه میسازد درکنار سمت چپ کاغذ رسم کنید بطوریکه افقیه رقوم صفحه از مرکز کاغذ بگذرد و ترقی رقوم از پائین ببالا باشد

۱ـ از نقطهٔ $a_۲$ واقع در این صفحه که روی محور اطول کاغذ واقع است خط $a_۲b$ به شیب $\frac{۲}{۳}$ را رسم کنید

۲ـ $a_۲b_۴$ ضلع شش‌ضلعی‌های منتظمی است که درصفحه P واقعند ملخص هر دو را رسم کنید

۲۱۴۵ ـ دوصفحه P و Q به‌شیب‌های $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۲}{۳}$ مفروضند صفحه P′ قرینه صفحه P را نسبت به صفحه Q پیدا کرده و مقیاس شیب آنرا رسم کنید

۲۱۴۶ ـ افقیه $H_۳$ و خط $a_۲b_۵$ که امتدادش بر $H_۳$ عمود است مفروض‌اند عمود مشترك آنها را رسم کنید .

۲۱۴۷ ـ $a_۲b_۵$ یك ضلع مربعی است که قطر AC آن افقی است ملخص آنرا رسم کنید

۲۱۴۸ ـ از نقطهٔ $a_۲$ صفحه به شیب $\frac{۱}{۳}$ رسم کنید که بر صفحه مفروض P عمود باشد

۲۱۴۹ ـ صفحه P بشیب $\frac{۱}{۲}$ و نقاط $a_۲$ و $b_۵$ خارج صفحه مفروضند مطلوبست تعیین نقطه M که در صفحه P واقع بوده و فاصله‌اش از نقاط A و B ترتیب ۳ و ۴ باشد

دبیرستان پهلوی اراك (دبیر ، نشوادیان ـ فرستنده ، اصغر بنائی)

محورهای اطول و اقصر کاغذ را رسم کنید : محل تلاقی آنها O مرکز کاغذ ، واحد سانتیمتر و مقیاس $\frac{۱}{۱}$ است .

۲۱۵۰ ـ ۱ـ دو نقطه $a_۲$ و $c_۲$ را روی محور اقصر طرفین مرکز کاغذ تعیین کنید بنا برآنکه a طرف چپ مرکز و بفاصله ۳ از آن قرار داشته و $ac=۹$ باشد سپس نقطه $b_۵$ را بیابید بقسمی که b بالای محور اقصر و شیب AB مساوی $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ و ab با محور اقصر زاویه ۴۵° ساحته از چپ براست ممتد باشد .

۲ ـ ثابت کنید مثلث ABC در رأس B قائم‌الزاویه است

۳ ـ ملخص رأس D از مثلث ABCD را بیابید .

۴ ـ ملخص مکعب مستطیل ABCDEFGH را که ABCD قاعده تحتانی آنست بدست آورید بنا برآنکه طول یال $AE=۸\sqrt{۲}$ باشد

۵ ـ خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید .

۶ ـ عمود مشترك یال FB و خط AC و طول حقیقی اقصر فاصله از خط را بدست آورید

۷ ـ مقطع مکعب را با صفحهٔ افقی رقوم ۵ بدست آورید.

دبیرستان خوارزمی ۱ (دبیر ، مهندس خوئی)

۲۱۵۱ ـ محور اقصر کاغذ افقی و محور اطول را قائم اختیار نموده محل تلاقی آنها مرکز کاغذ واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ اختیار نمائید

۱ـ نقطه $m_۲$ بفاصله ۲ سمت چپ و $n_۲$ بفاصله ۵ سمت راست محور قائم کاغذ بقسمی مفروض است که mn موازی محور اقصر و بفاصله ۲ بالای آن قراردارد این افقیه را رسم

نمائید. نقطه a_3 بفاصلهٔ ٦ بالای محوراقصر و نقطه c_7 بفاصله ۲ زیر محور اقصربقسمی داده شده که ac موازی محور قائم و بفاصله ۲ سمت راست آن قرار دارد. اساس و شیب خط a_3c_7 را محاسبه وطول حقیقی‌قطعه خط AC را بدست‌آورید

۲ ـ قطعه خط a_3c_7 ضلع مثلث قائم‌الزاویه ABC بوده‌که در زاویه $\hat{C}$ قـائمه است و تصویر B سمت راست C واقع ورقوم‌آن برابر۹ میباشد شیب‌خط CB برابر $p=\frac{\sqrt{3}}{3}$ منظور شده است. مثلث مزبور را رسم نموده بـر روی آن متوازی‌الاضلاعی بناکنیدکه AC قطرش بوده باشد

۳ـ بر خط m_2c_7 صفحه‌ای مانند P مرور دهیدکه با صفحه افق تصویر زاویه ٦٠ درجه بسازد و مقیاس شیب‌آن از چپ براست و از پائین ببالا ممتد باشد

٤ ـ متولدی‌الاضلاع فوق‌الذکر قاعدهٔ متوازی‌السطوحی است‌که خط‌الرأس CG آن بر CB عمود بوده ودر صفحه P واقع است و رقوم G برابر ١٦ میباشد. متوازی‌السطوح را رسم و آنرا مرئی و مخفی نمائید

٥ ـ عمود مشترك قطعه خط AC و قطعه خط MN را روی شکل رسم نمائید

٦ ـ مقطع متوازی‌السطوح فوق‌الذکر را با صفحه‌افقی رقوم ٥ر٨ تعیین نموده وآنرا نسبت بجسم مرئی و مخفی‌نمائید

۲۱۵۲ ـ بر روی خط d'd موازی نیمساز دوم نقطه‌ای تعیین نمائیدکه بعدش دوبرابر ارتفاعش باشد.

۲۱۵۳ ـ خطی افقیه بقسمی رسم‌کنیدکه یك خط قائم و یك خط منتصب مفروض را قطع نموده و بـر نیمرخ aba'b' متکی باشد

۲۱۵۴ ـ ازنقطه aa' ببعد ٥ وارتفاع ۳ خطی رسم‌کنید که موازی صفحه نیمساز فرجه دوم بوده و با صفحه افق تصویر زاویه ٤٢ درجه بسازد.

۲۱۵۵ ـ قطعه خط aba'b' که موازی نیمسازاول‌است ضلع مستطیلی است‌که $BC=\frac{3}{2}AB$ بوده و افقیه است ملخص تصاویر مستطیل را رسم نمائید.

دبیرستان خوارزمی ۲ (دبیر ، مهندس خوئی)

۲۱۵٦ ـ محور اقصر کاغذ افقی و محور اطول را قائم و محل تلاقی دو محور را مرکز کاغذ انتخاب نموده واحـد سانتیمتر و مقیاس را ۱:۱ انتخاب نمائید.

۱ ـ نقطهٔ a_{12} بفاصله ۲ بالای محور اقصر و بفاصله یك سمت چپ محور قائم کاغذ واقع‌است ازاین نقطه صفحه‌ای مانند P بقسمی مرور دهیدکه با صفحه افق تصویر زاویه ٦٠ درجه بسازد و تصویر افقیه‌های آن با امتداد محور اقصر کاغذ زاویه ۳۰ درجه تشکیل دهد بزرگترین شیب این‌صفحه راکه ازراست بچپ و از پائین ببالا ممتد و رقومش در همین جهت افـزایش میابد در سمت چپ کاغذ رسم نمائید

۲ـ از نقطه a_{12} در صفحه P خطی مانند AB بقسمی رسم‌کنیدکه شیب آن $p=\frac{1}{2}$ بوده تصویر B سمت چپ نقطه a واقع و رقومش برابر ۹ باشد.

۳ـ زاویه قائمه $\hat{BAE}$ که دررأس A قائمه است بقسمی رسم نمائیدکه تصویر ضلع AE با محور قائم کاغذ مـوازی بوده و رقوم نقطه E برابر ٥ باشد.

٤ ـ قطعه خط AB ضلع مربعی است‌که قطر BD آن افقی بوده و تصویر D سمت راست محور قائم واقع و به محور اقصر نزدیکتر میباشد ملخص مربع ABCD را رسم نمائید

٥ ـ مربع ABCD قاعده‌فوقانی‌متوازی‌السطوحی‌است که یال جانبی آن قطعه خط AE فوق‌الذکـر میباشد ملخص متوازی‌السطوح را رسم نموده و بفرض آنکه صفحه افق تصویر حاکی ماوراء باشد خطوط مرئی را از مخفی تمیز دهید.

٦ـ مقطع متوازی‌السطوح را با صفحه قائمی‌که اثـرش بر روی صفحه مقایسه همان خط فصل مشترك قاعده تحتانـی، متوازی‌السطوح با صفحه افق تصویر میباشد یافته وبزرگی‌مقطع را با تسطیح‌آن درست پائین کاغذ نشان دهید

۷ـ اندازهٔ زاویه حقیقی مسطحه فرجه نظیر صفحه P و صفحه ABCD را روی شکل مشخص نمائید

۲۱۵۷ ـ برروی خط نیمرخ مفروض aba'b' نقطه‌ای تعیین‌کنیدکه نسبت بعد به‌ارتفاعش برابر $\frac{3}{2}$ باشد

۲۱۵۸ ـ جبهیه‌ای رسم‌کنیدکه قائم ومنتصب مفروضی را قطع نموده و با صفحه افق تصویر زاویه ۲٥ درجه بسازد

۲۱۵۹ ـ از نقطه aa' ببعد ۳واقع‌در صفحه نیمسازفرجه اول خط AB را بقسمی‌مرور دهیدکه ab با خط‌الارض زاویه ٤٠ درجه ساخته و AB با صفحه افق تصویر زاویه ۳٥ درجه تشکیل دهد (فقط یك جواب رسم شود)

۲۱٦۰ ـ ازنقطه aa' ببعد ۳ و ارتفاع ۱ نیمرخی رسم کنیدکه فاصله‌اش از خط‌الارض برابر ٥ر۲ باشد.

دبیرستان شرف (دبیر ، مهندس خوئی - فرستنده- فرامرز رهبر)

۲۱۶۱- واحد سانتیمتر . مقیاس ۱:۱ محور اقصر کاغذ افقی ومحور اطول راقائم انتخاب نموده محل تلاقی آن‌ها را مرکز اختیار کنید .

۱- نقطه c_1 که تصویرش بفاصله ٤ سمت راست محور قائم کاغذ وبفاصله ۳ زیر محور اقصر داده‌شده مفروض است ازاین نقطه صفحه‌ای مرورد‌هید که باصفحه افق تصویر زاویه ٤٥ درجه بسازد واثر افقی‌آن باامتداد محور اقصر کاغذ زاویه ۳۰ درجه بسازد مقیاس شیب صفحه راکه از چپ براست و از پائین ببالا ممتد و در همین جهت نیز رقومش افزایش می‌یابد در سمت راست کاغذ رسم کنید . از نقطه c_1 در این صفحه خطی رسم کنید که شیب آن $p=\frac{1}{2}$ بوده و در روی آن نقطه a_0 را که تصویرش سمت چپ محور قائم قرار دارد انتخاب نمائید .

۲ - AC قطر مربعی است که ضلع AD آن افقیه بوده و d بالای محور اقصر واقع میشود ملخص مربع را رسم کنید

۳- از نقطه O مرکز مربع فوق خطی رسم کنید که تصویرش بر محور قائم کاغذمنطبق بوده ونسبت بخط CD عمود باشد وبرروی‌آن نقطه s_{17} را انتخاب نمائید .

٤- تصویر هرم sabcd را بارسم خط الراس‌های آن کامل نموده و رقوم رأس‌آن را بنویسید .

٥ - صفحه‌ای به‌موازات‌صفحه مربع ABCD و بفاصله ۷٫۷ درسمت بالای‌آن رسم نمائید وبزرگترین شیب‌آن‌را نشان دهید .

٦- مقطع هرم SABCD را باصفحه مزبورتعیین کنید

۷- هرم ناقصی‌راکه بین صفحه و مربع ABCD قرار دارد مشخص نموده وآن را مرئی ومخفی نمائید

۸- زاویه حقیقی‌بین خط واصل بین مراکزقاعدتین‌هرم ناقص را باصفحه مربع ABCD روی شکل مشخص کنید .

۲۱۶۲- فاصله نقطه A از خط الارض ٥ و مجموع بعد و ارتفاع آن ۷ میباشد ملخص نقطه را رسم‌کنید مسئله چند جواب دارد (در ربع اول)

۲۱۶۳ - خط مواجهی‌رسم نمائیدکه فاصله‌اش از صفحه قائم تصویر ۲٫٥ بوده و از خط‌الارض بفاصله ٥ قرار گیرد . (ملخص شکل را در ربع اول رسم‌کنید)

۲۱۶۴ - قطعه خط aba'b' موازی صفحه نیمساز دوم وترمثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقینی‌است که یك ضلعش‌خط‌افقی است‌ملخص تصاویر مثلث را رسم نمائید

۲۱۶۵ - برروی خط‌الارض نقطه‌ای تعیین‌کنیدکه فاصله حقیقی آن از نقطه مفروض aa' برابر ۷ باشد

دبیرستان مرجان (دبیر ، مهندس خوئی)

۲۱۵۶ - عدد اقصر کاغذ را افقی و محور اطول راقائم و محل تلاقی آنها را مرکز کاغذ اختیارکرده واحد سانتیمتر و مقیاس ۱:۱ فرض نمائید

۱- صفحه P با صفحه افق‌تصویر زاویه $\alpha=٤٥$ درجه میسازد و تصویر افقیه‌های آن موازی محور اقصر کاغذ بوده و رقوم خط بزرگترین شیب‌آن در محاذات محور اقصربرابر ۸ و جهت ترقی رقوم‌آن ازپائین ببالا در نظرگرفته شده است ملخص مقیاس شیب‌صفحه P را در سمت چپ کاغذرسم نمائید .

۲- قطعه خط AB واقع در صفحه P با صفحه مقایسه زاویه $\alpha=\mathrm{Arctg}\frac{3}{4}$ میسازد و تصویر نقطه B برمرکز کاغذ منطبق و رقوم نقطه A برابر ٥ میباشد وتصویر آن سمت چپ نقطه b واقع شده است ملخص خط AB را رسم نمائید

۳- مربع مستطیل ABCD را در صفحه P بر روی قطعه خط AB بقسمی رسم‌کنیدکه قطر AC آن افقیه بوده و حروف رؤس در تصویر در جهت حرکت عقربه‌های ساعت قرارگیرد

٤ - مستطیل ABCD قاعده هرمی‌است برأس S بقسمی که تصویر خط‌الرأس SB با محور قائم کاغذ زاویه ۱٥ درجه میسازد و زاویه SBA در فضا برابر ۹۰ درجه بوده و S در صفحه مقایسه واقع و تصویرش سمت راست محورقائم کاغذ واقع شده است‌ملخص هرم مزبور رارسم وبفرض‌آنکه جسم‌کدر فرض شود آنرا مرئی و مخفی نمائید .

٥ - مقطع هرم فوق‌الذکر را با صفحه افقی رقوم چهار یافته و آنرا نسبت بجسم مرئی و مخفی‌کنید

٦- اندازه حقیقی زاویه $\widehat{ASC}$ را با تسطیح‌آن درسمت پائین کاغذ روی شکل مشخص نمائید

۲۱۶۷ - ازنقطه مفروض aa' ببعد و ارتفاع ۲ خطی موازی صفحه نیمساز فرجه اول بقسمی رسم نمائید که بر خط قائم مفروضی متکی باشد .

۲۱۶۸ - فصل مشترك خط dd' راکه با صفحه نیمساز فرجه دوم موازی است باصفحه نیمساز اول تعیین نمائید

۲۱۶۹ - نیمرخ aba'b' مفروض است از نقطه aa' نیمرخ aca'c' را بقسمی رسم نمائید که دوخط AB و AC برهم عمود باشند .

۲۱۷۰ ـ قطعه خط $ab'ab'$ موازی نیمساز دوم وضلع زاویه قائمه $\hat{ABC}$ میباشد که ضلع دیگرش خط‌جبهیه می‌باشد ملخص زاویه را رسم نمائید و بر روی آن مثلث قائم الزاویه ومتساوی‌الساقینی بنا کنید که ساق آن برابر AB باشند .

دبیرستان ناصر خسرو (دبیر رجبی ـ فرستنده ، غفوری)

۲۱۷۱ ـ واحد سانتیمتر، مقیاس یك بریك ، محورهای اطول واقصر کاغذ را رسم کنید ونقطهٔ a_0 را مرکز کاغذ بگیرید

۱ـ از a_0 پاره خط a_0b_1 راطوری رسم کنید که تصویرش روی محور اقصر و سمت چپ مرکز و شیب آن برابر ۱ باشد

۲ـ ملخص a_0c_3 راطوری تعیین کنید که تصویرش روی نیمساز زاویهٔ چهارم بوده وزاویهٔ BAC قائمه باشد

۳ـ ملخص متوازی الاضلاعی را نشان دهید که یك قطر آن BC وقطر دیگر آن AD باشد

٤ـ از نقطهٔ a_0 افقیهٔ AE که برابر با اندازهٔ BC است رسم شده ، ملخص آن را نشان دهید درصورتیکه تصویر AE روی محور اطول وفوق مرکز باشد

٥ـ ملخص منشوری را نشان دهید که قاعده‌اش متوازی ـ الاضلاع فوق و یك یال آن AE باشد . منشور را مرئی و مخفی کنید .

٦ـ سطح کل منشوررا تا ۰۱ر۰ تقریب محاسبه کنید .

۷ـ برقطر BD صفحه‌ای مرور دهید که از نقطهٔ A به فاصلهٔ ۳ باشد . نقطهٔ A زیرصفحه φ قرار دارد . مقطع صفحهٔ φ را با منشور معلوم کنید.

ز ـ مکانیك

دبیرستان خوارزمی

۲۱۷۲ ـ متحرکی از حال سکون شروع بحرکت کرده وپس از طی x متر سرعتش به ۲۰ متر در ثانیه میرسد سپس حرکتش کند شونده شده و پس از طی مسافت $2x$ متوقف میگردد اگرحرکت متشابه التغییر فرض شده حساب کنید شتاب حرکت را در هرحالت در صورتیکه کل زمان حرکت ۳۰ ثانیه بوده باشد . وکل مسافت شده را نیز حساب کنید .

۲۱۷۳ ـ اتومبیلی بوزن ۲ تن ازحال سکون روی جاده شیب‌داری شروع بحرکت کرده وبسمت پائین میآید موتور نیروئی برابر با ٤۰ کیلوگرم به اتومبیل وارد میسازد شیب جاده ٥٪ ومقاومت هوا از رابطه $R = ۰٤٤ر۰ v^2$ بدست میآید اصطکاك جاده ثابت و برابر با ۳۰ کیلوگرم نیرو است سرعت حد اتو مبیل را برحسب متر در ثانیه و کیلومتر درساعت بدست آورید $g = ۱۰ m/s^2$

۲۱۷۴ ـ یك گلوله فلزی بوزن مخصوص ۳ر٤ را ازچه ارتفاعی بالای یك ظرف جیوه باید رها نموده تا پس ازرسیدن بظرف ۳۰cm در جیوه فرورفته وسرعتش صفرشود (ازمقاومت آب وهوا صرفنظر کنید)

۲۱۷۵ ـ جسمی دارای حرکت نوسانی ساده است که دامنه نوسان آن ۲cm وفرکانس آن ٥۰ میباشد معادلات حرکت جسم را بنویسید در صورتیکه در لحظه صفر بعدآن صفر باشد و سرعت وشتاب را درلحظه‌ای پیدا کنید که بعد متحرك ۱cm است .

۲۱۷٦ ـ جسمی را از ارتفاع ۲۰ متر رها نمودیم پس از برخورد بزمین تا ارتفاع ۱٥ متری زمین بر میگردد حساب کنید در برخورد دوم به چه ارتفاعی از زمین خواهد رسید درصورتیکه نسبت سرعت‌ها هنگام برخورد بزمین ثابت باقی بماند

دبیرستان خوارزمی ۲ (دبیر رادمنش)

۲۱۷۷ ـ دوجسم A و B مطابق شکل به‌دو انتهای نخی که ازروی قرقره O میگذرد متصل شده‌اند وزن دو جسم مساوی وبرابر P است B بالای سطح شیب دار دوم قرار گرفته است

a ـ اگر از اصطکاك دو سطح صرفنظر کنیم سرعت دستگاه راموقعیکه جسم B بزمین میرسد برحسب h حساب کنید

b ـ اگر ضریب اصطکاك هر دوسطح مساوی و برابر $K = \frac{۲}{۱۰۰}$ باشد شتاب حرکت دستگاه را حساب کنید

c ـ اگر درحالت b نخ پاره شود حرکت جسم A را مطالعه کرده و شتاب اینحرکت را تعیین کنید

۲۱۷۸ ـ فاصله دوچراغ راهنمائی در خیابانی ۲۰۰ متر است اگر شتاب ماشینی (هم در حرکت تند شونده وهم در حرکت کند شونده) $2m/s^2$ و حداکثر سرعت مجاز در خیابانهای شهر ۳۰ کیلومتر برساعت باشد حداقل زمانی را حساب کنید که اتومبیل این فاصله را طی میکند (محاسبات را تادو رقم اعشار انجام دهید)

۲۱۷۹ ـ یك قطره باران باسرعت $\frac{٤۰}{۳}$ متر برثانیه بزمین رسیده وارد چاهی بعمق ۸٥ مترمیشود تعیین کنید پس ازچه مدت از موقع ورودقطره باران بچاه صدای حاصل ازبرخورد قطره باران بگوش شخصی که در دهانه چاه قرار دارد میرسد (سرعت صوت درهوا ۳٤۰ متر برثانیه و $g = ۱۰ m/s^2$ فرض شود)

۲۱۸۰ ـ یك گلوله فلزی بوزن مخصوص $\sqrt{۳}$ و قطر ۲ cm را به نخی بسته واز نقطهٔ میآویزیم گلوله در امتدادی قرار میگیرد که باوضع قائم زاویه ۳۰° میسازد سرعت وزش

باد را حساب کنید $g = ۱۰۰۰$ CGS و ضریب مقاومت هوا $K = ۰٫۰۰۰۳$CGS است

دبیرستان ناصرخسرو (دبیر ، نیروئی- فرستنده ، غفوری)

۲۱۸۱ - جسمی با سرعت اولیه ۲۵ متر درثانیه از ارتفاع h در امتدا قائم بطرف پائین پرتاب میشود ودرسه‌ثانیهٔ آخر حرکت مسافتی برابر ۱۵۰ مترطی می‌کند ، مطلوبست اولا زمان سقوط ثانیاً ارتفاع h

۲۱۸۲- از پائین سطح شیب‌داری بزاویه شیب α جسمی را باسرعت اولیه ۳۷٫۵ متر بر ثانیه بطرف بالای سطح پرتاب مینمایند و جسم پس از ۵ ثانیه بـه انتهای مسیر خـود میرسد مطلوبست محاسبه زاویه α در صورتیکه نیروی اصطکاك $\frac{۱}{۴}$ وزن جسم باشد و مسافت طـی شده را در اینمـدت حساب کنید

۲۱۸۳ - هریك‌ازدووزنه‌یك‌ماشین‌آتوود ۱۹۰ گرم جرم دارد ودستگاه درحال سکون است ، اولا چه سرباری روی‌یکی از وزنه‌ها قرار دهیم تا مسافت طی شده در ثانیه چهارم برابر ۱۷۵cm گردد ثانیاً سرعت دستگاه را در پایـان اینمدت حساب کنید .

۲۱۸۴- جسمی بوزن ۱۰Kg باسرعت اولیه ۲۰m/s در سطح افقی حرکت کرده و پس از طی ۲۵ متر سرعت آن نصف میشود میشود ضریب اصطکاك سطح را حساب کنید

$g = ۱۰ m/s^۲$

۲۱۸۵ - جسمی را با سرعت اولیه $v_۰$ در امتداد قائم بطرف بالا پرتاب کردیم و مسافتی‌که این جسم در ثانیه سوم حرکت پیموده برابر $\frac{۳}{۱۶}$ مسافت کل بوده است مطلوبست اولا محاسبه مقدار عدد $v_۰$ ثانیاً زمان بالا رفتن

۲۱۸۶- دوچرخه سواری‌که با دوچرخه خود ۸۰Kg وزن دارد بدون رکاب زدن از سطح شیب‌داری بشیب $\frac{۵}{۱۰۰}$ و طول ۴۵۰ متر پائین می‌آید و این طول درمدت یکدقیقه طی میشود ، مطلوبست اولا محاسبه نیروی اصطکاك ثانیاً سرعت دوچرخه سوار درپایان این مسافت $g = ۱۰ m/s^۲$

۲۱۸۷- جسمی بوزن مخصوص ۰٫۸ از ارتفاع ۵ متر بالای سطح آبی آزادانه رها می‌شود مطلوبست محاسبه سرعت جسم هنگام ورود بآب ثانیاً ۱۳ ثانیه‌پس از سقوط فاصله جسم راازسطح‌آزاد آب حساب کنید .

۲۱۸۸- جرم هر یك از دو وزنه ماشین آتوودی ۹۵ گرم است سرباری روی‌یکی از وزنه ها قرار می‌دهیم ودستگاه شروع بحرکت میکند بطوریکه سرعت دستگاه پس از ۵ ثانیه حرکت به ۲۵۰ cm/s میرسددرصورتکه $g = ۱۰ m/s^۲$ باشد مطلوبست اولا جرم سربار ثانیاً مسافت طـی‌شده در ثانیهٔ چهارم حرکت .

ح - فیزیك

دبیرستان آذر

۲۱۸۹ - جسم A بوزن ۱۰ کیلوگرم روی میز مسطح افقی قرار دارد و بوسیلهٔ نخی‌که ازروی قرقرهٔ O عبورمیکند بجسم دیگر B بوزن ۱۰ کیلوگرم بسته شده است جسمB روی سطح‌شیب‌داری‌قرار گرفته‌که‌با افق زاویهٔ $\alpha = ۳۰$ درجه تشکیل میدهد . اصطکاك میز ۰٫۲ وزن جسم A است و ازاصطکاك سطح شیب‌دار صرفنظر میشود . دستگاه بـدون سرعت اولـیه شروع بحرکت میکند اگر ازاصطکاك نخ و جسم قرقره صرفنظرشود .

۱- شتاب حرکت را حساب‌کنید ۲- نیروی کشش نخ را در دوطرف قرقره حساب‌کنید ۳- اگر پس از یك ثانیه نخ پاره شود جسم A چه مسافتی را طی میکند تا متوقف شود

۲۱۹۰ - پاندول ساده‌ای‌تشکیل شده ازگلوله‌ای ازآهن بوزن ۳۰ گرم‌که بوسیلهٔ نخ نـازکی بنقطه‌ای متصل شده است پریود پاندول ۲ ثانیه است . در زیراین پاندول یك آهن‌ربای الکتریکی قرار میدهیم‌که نیروئی از بالا به پائین و در امتداد قائم برگلوله وارد میکند بالنتیجه ملاحظه میشودکه زمان بین دو انطباق متوالی این دو پاندول با پاندول ساعتی‌که درست ثانیه را میزند ۶دقیقه‌و۳۴ ثانیه میگردد معین‌کنید نیروی وارد بر پاندول را

۲۱۹۱ - گلوله‌ای با سرعت ۲۰m/s از ابتدای سطح شیب‌داری به شیب $\frac{۶}{۱۰}$ بطرف بالا پرتاب میشود اصطکاك سطح شیب دار $\frac{۱}{۲}$ نیروی عمود وارد برسطح میباشد معین‌کنید : پس از طی چه مسافتی سرعت‌گلوله به ۱۰m/s میرسد ؟ و دراین موقع‌گلوله سطح را ترك میکند معین‌کنید معادلات پارامتری حرکت‌گلوله‌را،معادله مسیررا- سرعت درنقطه اوج‌را- سرعت گلوله هنگام برخورد با زمین را

دبیرستان خوارزمی (دبیر ، رادمنش)

۲۱۹۲ - درصورتیکه‌فرکانس $do_۳ = ۲۵۶$ باشد فرکانس نت $fa_۲^{\#}$ را تعیین‌کرده نام ۵ هـارمونیك متوالی بعدی نت $fa_۲$ را بنویسید

۲۱۹۳ - دو تار مرتعش نقرهٔ و برنجی به ترتیب نتهای

fa_1 و la_1 را تولید میکنندفاصله لگاریتمی‌این دو نت را حساب کرده در صورتیکه‌نیروی کشش‌دو تار مساوی وقطرتار ازنقرهٔ‌دو برابرتار برنجی باشدنسبت طول تارنقرهٔ به‌برنجی را پیداکنید (جرم مخصوص نقره ۱۰ و جرم مخصوص برنج ۸٫۱ گرم بر سانتیمتر مکعب است $\log 2 = 0.3$)

۲۱۹۴ ـ دو لوله باز بطولهای 80^{cm} و 81^{cm} محتوی هوا بوده‌هر دو صوت اصلی را ایجاد ودر مدت ۱۰ ثانیه ۲۶ ضربان تولید میکنند سرعت صوت درهوای داخل لوله وفرکانس دو نت را تعیین کنید

ثانیاً اگرطول لوله‌هابرابر ومساوی 80^{cm} باشد یکی محتوی ئیدرژن صفر درجه و دیگری محتوی اکسیژن 819^{cc} (درجه سانتیگراد) باشد فاصله موسیقی دو صوت حاصل را پیدا کنید (فاصله عددی را حساب کنید)

۲۱۹۵ ـ یك سیم مسی بطول دومتر وجرم ۸ گرم بنقطهٔ محکم شده سر دیگر سیم به دیاپازنی‌که در ثانیه ۱۰۰۰ ارتعاش میکند متصل شده با تشکیل امواج ساکن فاصله گره‌ها از هم 8^{cm} میشود طول موج، سرعت انتشارموج و نیروی کشش‌سیم را حساب کنید (برحسب کیلوگرم نیرو و دین) $g = 980 CGS$

۲۱۹۶ ـ در یك لوله‌کنت‌که محتوی هواست وداخل‌آن گرد نرمی‌بطوریکنواخت توزیع شده است یکطرف لوله بوسیله پیستون‌متحرکی مسدود شده و طرف دیگر دیافراگمی‌که به دیاپازنی‌بفرکانس ۱۰۰۰ متصل است‌مسدود شده پیستون‌متحرك را جابجا میکنیم گردهای نرم بفواصل مساوی جمع میشوند فاصله توده اول از پنجمین توده را حساب کنید

ثانیاً اگر لوله را ازگازکربنیك بهمان درجه حرارت پرکنیم فاصله دو توده متوالی را در این حالت حساب کنید (سرعت صوت در هوای داخل لوله $340 m/s$ ضریب اتمبسیته گازهای دو اتمی $\gamma_2 = \frac{7}{5}$ وبرای گازهای سه‌اتمی $\gamma_2 = \frac{5}{3}$ است محاسبات را تا دو رقم اعشارانجام دهید

۲۱۹۷ ـ دو منبع موج همفاز امواجی بفرکانس ۲۰۰ ودامنه‌های 4^{cm} و 6^{cm} در محیطی باسرعت $400 m/s$ منتشر میکنند نقطه P بفواصل 50^{cm} و 25^{cm} ازاین دومنبع قرار گرفته است معادله حرکت نقطهٔ P را بنویسید و محاسبه را تا در رقم اعشار انجام دهید ضمناً اگرتانژانت زاویه عدد صحیح و معلومی نبود زاویه را برحسب $Arctg$ بنویسید

ط . شیمی

دبیرستان آذر

۲۱۹۸ ـ از احتراق کامل ۰٫۴۳ گرم ئیدروکربور اشباع شده‌ای ۰٫۶۳ گرم آب پدید میآیدکربور اشباع شده را مشخص کنید و ایزومرهای آنرارسم کنید

۲۱۹۹ ـ ۰٫۶ گرم جسم آبی ازت‌دار را تجزیه میکنیم اضافه وزن لوله‌های پتاس و اسید سولفوریك بترتیب ۰٫۴۴ گرم و ۰٫۳۶ گرم میباشد درآزمایش دیگر ۰٫۳ گرم ازهمان جسم آبی ازت‌دار را با پتاس ، حرارت میدهیم و گاز حاصل را در ۱۰۰cc محلول $\frac{2}{10}$ نرمال اسید اگزالیك وارد میکنیم برای‌خنثی‌شدن باقیمانده‌اسید ، ۱۰cc سودنرمال کفایت میکند در صورتیکه بدانیم از انحلال ۱۲ گرم از این جسم‌آلی‌در یك لیتر آب ، انجماد آب در -0.37° صورت میگیرد فرمول خام جسم آلی را بدست آورید . (K آب = ۱۸۵۰)

مسائلی که هنگام چاپ مجله واصل شده است

حساب استدلالی ششم ریاضی
دبیرستان دکترکریم فاطمی اهواز (دبیر ، گیتی زاده)

۲۲۰۰ ـ اگر x برابر مربع یکعدد فرد باشدثابت کنید عبارت $3^x + 5 \times 2^x$ همواره بر ۱۳ بخش پذیر است.

۲۲۰۱ ـ از رابطهٔ $(\overline{ab})_6 \times (\overline{ab})_{12} = (\overline{ab})_{11}$ عدد دو رقمی $\overline{ab}$ را بدست آورید .

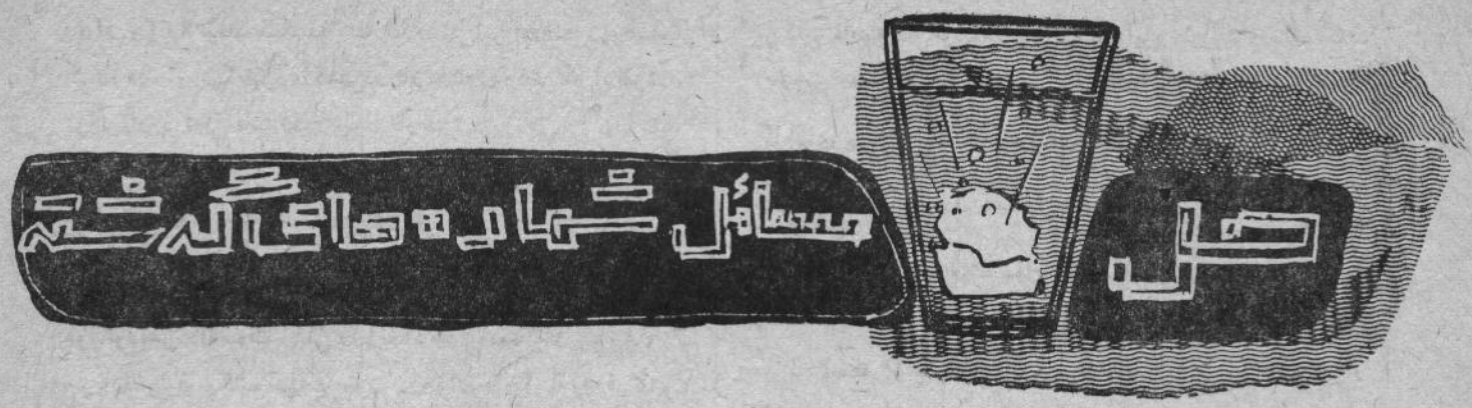
۲۲۰۲ ـ تعیین کنید در چه مبنائی عدد ۳۳۱ بر ۱۲ پذیر است ـ خارج قسمت تقسیم را در همین مبنا پیداکنید.

۲۲۰۳ ـ ثابت کنید در هر مبنا تفاضل دو عدد سه رقمی $\overline{cdu}$ و $\overline{udc}$ بافرض $c > u$ عددی است که رقم میانی وهمچنین مجموع دو رقم دیگرآن همواره یك واحد ازهمان مبنا کوچکتر است .

۲۲۰۴ ـ عدد $\overline{3x4y}$ درمبنای ۸ نوشته شده است ارقام x و y را طوری تعیین کنیدکه این عدد درهمین مبنا بر ۴ و ۷ بخش پذیر باشد .

۲۲۰۵ ـ در یك تقسیم مقسوم برابر ۷۰۲ و باقیمانده حداکثرمقدارممکن‌رادارا‌است‌مقسوم علیه‌چه‌اعدادی‌میتواندباشد؟

۲۲۰۶ ـ باقیماندهٔ تقسیم عبارت $3^{15} \times 199^8 + 63^2 \times 1315^{52}$ را بر ۱۵ پیداکنید .



حل مسائل شمارهٔ ۱۰

کلاس چهارم طبیعی

حل مسئلهٔ ۱۶۶۶ ـ رابطهٔ داده شده‌را به ترتیب زیر عمل می‌کنیم

$$\sqrt{b+b}+\sqrt{2(b+a)}=2+2\sqrt{2} \quad \text{یا}$$

$$\sqrt{a+b}(1+\sqrt{2})=2(1+\sqrt{2})$$

و نتیجه می‌شود که

$$\sqrt{a+b}=2 \text{ و } a+b=4$$

و از رابطهٔ دوم به دست می‌آید

$$\sqrt{3(a+b)}+\sqrt{a}=2\sqrt{3}+1 \quad \text{یا}$$

$$\sqrt{3\times 4}+\sqrt{a}=2\sqrt{3}+1 \text{ و } \sqrt{a}=1 \text{ و}$$

$$a=1 \rightarrow b=3$$

پاسخهای درست رسیده از : ملك دشتبان چهارم ریاضی دبیرستان‌عبرت ـ زهره برمایه ورچهارم‌ریاضی‌دبیرستان ایران ـ محمود داها چهارم طبیعی دبیرستان باباطاهر ـ سید مهدی حمیدی ـ عبدالرزاق حبیبی مقدم چهارم طبیعی ـ محمودحسن‌زاده ـ گیورك‌ملکم کمرزریان چهارم‌ریاضی‌دبیرستان شاه عباس ارامنه اصفهان ـ سید رضا کافی ـ ولی هرندی ـ کریم‌پهلوانی ـ جمشیدجعفری‌صحن‌سرائی ـ حسین‌نجفی ٤ ریاضی‌البرز

پاسخهای رسیده از : هوشنگ آزرم چهارم ریاضی دبیرستان قطب دزفول ـ حجت‌الله رفعتی

حل مسئلهٔ ۱۶۶۷ ـ نخست‌مخرج هریك‌ازکسرها را گویا می‌کنیم ، نتیجه خواهد شد

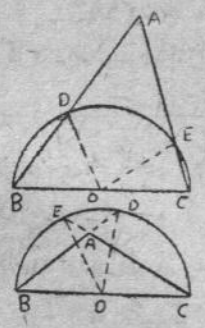
$$x=34 \text{ و } y=24\sqrt{2}$$

$$\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}=\frac{1156+1152}{1156-1152}=577$$

پاسخهای درست رسیده از : زهره برمایه‌ور ـ ملك دشتبان ـ هوشنگ آزرم ـ کریم پهلوانی ـ گیورك ملکم کمر زریان ـ محمودحسن‌زاده ـ سید مهدی حمیدی ـ محمود داها ـ محمد ناصر رشیدیان دزفول ـ سید رضا کافی ـ ابراهیم پور ـ محمدی دبیرستان‌رازی‌شاهی ـ حسین‌نجفی

پاسخهای رسیده‌از : حجت‌الله‌رفعتی ـ جمشیدجعفری صحن سرائی .

حل مسئلهٔ ۱۶۶۸ ـ در چاپ صورت مسئله درآخرین سطر به جای $\frac{DOF}{2}$ اشتباهاً DOF ذکرشده است .چنانچه زاویهٔ A از مثلث ABC حاده باشد چون از نصف‌کمان BC کوچکتر است نسبت به دایره زاویهٔ خارجی خواهد بود . اگر زاویهٔ A قائمه باشد چون روبرو به قطر است پس محاطی‌خواهدبود و بالاخره وقتی زاویهٔ A منفرجه باشد نقطهٔ A در داخل دایره واقع می‌شود .



درحالت اول داریم .

$$\hat{A}=\frac{\widehat{BC}-\widehat{DE}}{2} \quad \text{و} \quad \frac{\widehat{DOE}}{2}=\frac{\widehat{DE}}{2}$$

$$\hat{A}+\frac{\widehat{DOE}}{2}=\frac{\widehat{BC}}{2}=90^\circ$$

درحالت دوم O و E بر A منطبق بوده

$$DOE=0 \text{ و } A=90^\circ$$

و در حالت سوم .

$$\hat{A}=\frac{\widehat{BC}+\widehat{DE}}{2} \text{ و } \hat{A}-\frac{\widehat{DOE}}{2}=90^\circ$$

پاسخهای درست رسیده از : زهره برمایه‌ور ـ

ملك دشتبان ـ سید مهدی حمیدی ـ محمد ناصر رشیدیان .

پاسخهای رسیده از سید رضا کافی ـ جمشیدجعفری صحن سرائی

کلاس چهارم ریاضی

حل مسئلهٔ ۱۶۶۹ـ چون $f(x \text{ و } y)$ نسبت به x و y متجانس است پس همهٔ جمله‌های آن نسبت به x و y از درجهٔ دوم میباشند و چون عبارت نسبت بـه x و y متقـارن نیـز هست یعنی اگر x و y را جابه‌جاکنیم عبارت نباید فرق کند بنابراین عبارت رابه صورت‌زیر در نظر می‌گیریم :

$$f(x \text{ و } y)=ax^2+bxy+ay^2$$

اما $f(x \text{و} x)\equiv 0$ و نتیجه می‌شود

$$x^2(a+b+a)=0 \quad \text{یا} \quad b=-2a \quad \text{و}$$

$$f(x \text{ و } y)=ax^2-2axy+ay^2$$

از طرف دیگر داریم

$$7+4\sqrt{3}=(2+\sqrt{3})^2 \text{ و } 7-4\sqrt{3}=(2-\sqrt{3})^2$$

$$\sqrt[4]{\frac{7+4\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}}=\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}}$$

$$=\sqrt{\frac{(2+\sqrt{3})^2}{4-3}}=2+\sqrt{3}$$

$$\sqrt[4]{\frac{7-4\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}}=\cdots=2-\sqrt{3}$$

و بنابرشرط سوم مذکور درصورت مسئله داریم :

$$a(2+\sqrt{3})^2-2a(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})+a(2-\sqrt{3})^2=2$$

پس از اختصار $a=\frac{1}{6}$ به دست می‌آید و

$$f(x \text{ و } y)=\frac{1}{6}(x^2-2xy+y^2)$$

حل مسئلهٔ ۱۶۷۰ ـ بـا بسط پـرانتز طـرف دوم حاصل می‌شود .

$$20+14\sqrt{2}=\alpha^3+3\alpha^2\sqrt{2}+6\alpha+2\sqrt{2}$$

به فرض‌آنکه α عدد منطق باشد باید داشته باشیم

$$\begin{cases}\alpha^3+6\alpha=20\\ 3\alpha^2+2=14\end{cases}$$

از رابطهٔ دوم دستگاه $\alpha=\pm 2$ به دست می‌آیدکه فقط $\alpha=2$ در رابطهٔ اول صدق می‌کند . برابر این داریم $20+14\sqrt{2}=(2+\sqrt{2})^3$ وبه همین ترتیب نتیجه‌می‌شود $(2-\sqrt{2})^3=20-14\sqrt{2}$ و ازآنجا :

$$\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}=$$

$$=2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2}=4$$

پاسخهای درست رسیده از : ملك دشتبان ـزهره برمایه‌ور ـ حسین مهدی زاده چهارم ریاضی ـ سید رضاکافی .

پاسخهای رسیده از : جمشید جعفری صحن‌سرائی ـ کریم پهلوانی ـ حسین نجفی

حل مسئلهٔ ۱۶۷۱ـ ازطرفین رابطه‌لگاریتم‌می‌گیریم:

$$\sqrt{x}\log x=x\log\sqrt{x} \quad \text{یا} \quad \sqrt{x}\log x=\frac{1}{2}x\log x \quad \text{یا}$$

$$(2\sqrt{x}-x)\log x=0 \quad \text{یا} \quad \log x=0 \quad \text{و} \quad x=1$$

$$2\sqrt{x}-x=0 \quad \text{و} \quad x=4 \quad \text{یا}$$

پاسخ درست رسیده از : محمد یـوسف زاده،سید تراب مرتضوی دانش آموزان چهارم ریاضی دبیرستان جلوه.

پاسخهای رسیده از : زهره برمایه‌ور ـ ملك‌دشتبان فرزانه جزءبیات ـ حسن مهدی زاده ـکریم پهلوانی ـجمشید جعفری صحن سرائی ـ بهنام زرقانی ـ مهدی نسترن پور ـ سید رضاکافی ـ ولی هرندی ـ محمد رضاکهنموئی مرکزتربیت معلم حرفه‌ای ـ رمضان مختاری چهارم‌ریاضی دبیرستان‌شاهبور شیراز ـ حجت‌الله رفعتی ـ هوشمند وجدانی کلاس سوم دبیرستان رضا پهلوی تجریش ـ حسین‌نجفی.

حل مسئلهٔ ۱۶۷۲ ـ مطلـوب محاسبهٔ حـد مجموع جمله‌هـای تصاعد هندسی نزولی با جملهٔ اول $a=12.21$ و $q=0.9$ می‌باشدکـه برابر با $S=12.1$ به دست می‌آید و ازآنجا حداکثر ارتفاع درخت برابر خواهد بود با

$12.1+9.14=21.24$ متر .

پاسخهای درست رسیده از : فرزانه جزء بیات ـ جمشید جعفری صحن سرائی ـ رمضان مختاری .

حل مسئلهٔ ۱۶۷۳ـ اگر جملهٔ اول تصاعد مطلوب را a و قدر نسبت‌آن را q فرض‌کنیم

$$a\times\frac{q^n-1}{q-1}=S_1$$

$$aq^{n-1}\times\frac{q^n-1}{q-1}=S_2$$

از تقسیم نظیر به نظیر طرفین دو رابطه بر یکدیگر بـه دست می‌آید .

$$q^{n-1}=\frac{S_2}{S_1} \quad \text{یا} \quad q=\sqrt[n-1]{\frac{S_2}{S_1}}$$

و با تعیین q از روی یکی از دو رابطهٔ بالا مقدار a پیدا شده و تصاعد مشخص می‌شود. در مثال‌عددی خواهم داشت

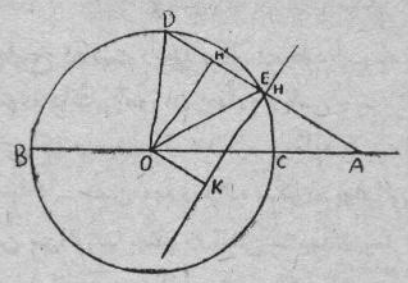
$$q=\sqrt[6]{\frac{8128}{127}}=\sqrt[6]{64}=2$$

$$a\times\frac{2^7-1}{2-1}127 \text{ و } a=1$$

$$1 : 2 : 4 : \dots : 4096$$

پاسخهای درست رسیده از : محمد رضا کهنموئی - سید رضا کافی

حل مسئلهٔ ۱۶۷۴- نسبت به‌مثلثهای DOE و DOA و AOE می‌توانیم بنویسیم



$$\widehat{DOB}=\widehat{ODA}+\widehat{DAO}=\widehat{OED}+\widehat{OAE}$$

$$\widehat{OED}=\widehat{EOA}+\widehat{EAO}$$

$$\widehat{DOB}=2\widehat{EAO}+\widehat{EOA}$$

و چنانچه $\widehat{DOB}=3\widehat{EOA}$ باشد لازم می‌آید که $EOA=OAE$ بوده و در نتیجه $EA=EO=R$ باشد. و برای اینکه مسئله ممکن باشد لازم است که $OA<2R$ باشد اگر H وسط AD و H' وسط DE و OK فاصلهٔ O تا عمود منصف AD باشد، داریم

$$OK=HH'=HD-H'D=\frac{AD}{2}-\frac{ED}{2}$$

$$=\frac{AD-ED}{2}=\frac{R}{2}$$

و نتیجه می‌شود که عمود منصف قطعه خط AD بر دایرهٔ به مرکز O و به شعاع $\frac{R}{2}$ مماس می‌باشد.

پاسخهای درست رسیده از : زهره برمایه ور - ملك دشتبان

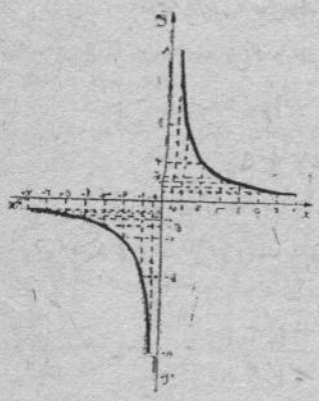
پاسخ رسیده از: بهنام زرقانی.

کلاس پنجم طبیعی

حل مسئلهٔ ۱۶۷۵- جدول تغییرات تابع درفاصله‌های داده شده به شرح زیر است

x	-۷	-۶	-۵	-۴	-۳	-۲	-۱	۰٫۵
y	$-\frac{4}{7}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{5}$	-۱	$-\frac{4}{3}$	-۲	-۴	-۸

x	۰/۵	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
y	۸	۴	۲	$\frac{4}{3}$	۱	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{7}$



ونمایش هندسی تابع به شکل زیرمی باشد. مختصات دونقطهٔ A و B عبارتست‌از (۱و۴) A و (۴-و۱-) B ومعادلهٔ AB ازفرمول زیر به دست می‌آید

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-4}{x-1}=\frac{-4-4}{-1-1}=4$$

و یا $y=4x$ که مختصات مبدأ در این معادله صدق می‌کند و درضمن داریم

$$x_A+x_B=0 \quad \text{و} \quad y_A+y_B=0$$

یعنی مبدأ در وسط AB می‌باشد

ثالثاً برای رسم خطوط بامعادلات داده‌شده داریم

$y=4x$

x	۰	۱
y	۰	۴

$y=-4x+8$

x	۰	۲
y	۸	۰

و خطوط در دستگاه بالا رسم شده‌اند. نقطهٔ تلاقی عبارت می‌شود از

$$\begin{cases} y=4x \\ y=-4x+8 \end{cases} \quad 4x=-4x+8 \text{ و } x=1 \text{ و } y=4$$

که همان مختصات A واقع برنمایش تابع می‌باشد.

پاسخهای درست رسیده از زهرا محمدی‌پنجم‌طبیعی دبیرستان‌عفت - حشمت مهین‌راد پنجم‌طبیعی-عزیز بازرگانیان‌پور

لنگرودی ـ رضا طوسی پنجم ریاضی دبیرستان البرز

حل مسئلهٔ ۱۶۷۶ ـ درمتوازی‌الاضلاع ABCD داریم

$A+B=B+C=C+D=D+A=۱۸۰^\circ$

$A=C$ و $B=D$

$\sin A=\sin B=\sin C=\sin D$

$\cos\frac{B}{۲}=\cos\frac{D}{۲}$ و $\sin\frac{A}{۲}=\sin\frac{C}{۲}$

و رابطهٔ داد شده محقق میباشد

ثانیاً

$\cos A=۰٫۶$ و $A<۹۰^\circ$

پس $\cos B=\cos D=-۰٫۶$ و $\cos C=۰٫۶$

$\sin A=\sin B=\sin C=\sin D=۰٫۸$

$tg A=tg C=۰٫۷۵$ و $tg B=tg D=-۰٫۷۵$

ثالثاً

$A+B=\pi$ یا $۳A=\pi$ و $A=\frac{\pi}{۳}$

$\alpha=۲K\pi+\frac{\pi}{۳}$

پاسخهای درست رسیده از: حشمت مهین‌راد ـ عزیز بازرگانیان‌پور ـ رضا طوسی ـ حجت‌الله رفعتی

پاسخهای رسیده از : داود تراکمه ـ حسین عظیمی مطلق پنجم ریاضی دبیرستان اقبال آشتیانی

کلاس پنجم ریاضی

حل مسئلهٔ ۱۶۷۷ ـ ۱) مختصات M را $M(x و y)$ فرض میکنیم داریم

$$\frac{x_B-x_M}{x_C-x_M}=\frac{-x}{۸-x}=-۳ \text{ و } x=۶$$

$$\frac{y_B-y_M}{y_C-y_M}=\frac{-۲-y}{-y}=-۳ \text{ و } y=-\frac{۱}{۲}$$

و $M\left|\begin{matrix}۶\\-\frac{۱}{۲}\end{matrix}\right.$

۲) رابطهٔ داده‌شده بصورت زیر نوشته میشود

$$\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}=-\frac{\overline{P'A}}{\overline{P'B}}=\frac{۱}{۶}$$

و اگر $P(x و y)$ و $P'(x' و y')$ فرض شود با روشی مشابه با قسمت ۱) نتیجه میشود $P(\frac{۲۶}{۵} و \frac{۱۲}{۵})$ و $P'(\frac{۱۲}{۷} و \frac{۲۲}{۷})$

۳) چون $NA=AC$ بنابراین

$$\frac{\overline{NA}}{\overline{NC}}=-\frac{\overline{N'A}}{\overline{N'C}}=\frac{۱}{۲}$$

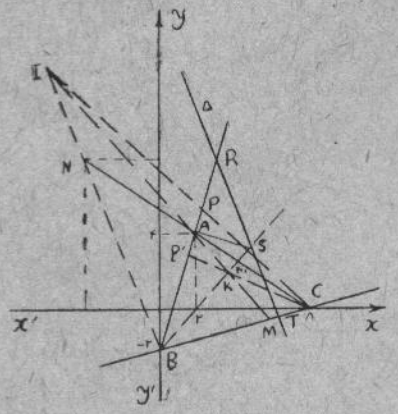
و نتیجه خواهد شد $N(-۴ و ۸)$ و $N'(۴ و \frac{۸}{۳})$

۴) معادله‌های هریك از خطوط با معلوم بودن مختصات دو نقطه تعیین میشود که پس از اختصار داریم :

$AM \parallel \quad y=-\frac{۹}{۸}x+\frac{۲۵}{۴}$

$BN \parallel \quad y=-\frac{۵}{۲}x-۲$

$CP \parallel \quad y=-\frac{۱۳}{۱۴}x+\frac{۵۲}{۷}$



چون دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی معادله‌های AM و BN حل شود مختصات نقطهٔ تلاقی آنها $I(-۶ و ۱۳)$ به‌دست می‌آید و این مختصات در معادلهٔ CP نیز صدق می‌کند پس سه خط در I متقاربند

۵) معادلات خطوط BN' و CP' عبارت می‌شود از

$y=-\frac{۱}{۲}x+۴$ و $y=\frac{۷}{۶}x-۲$

و مختصات نقطهٔ تلاقی آنها $K(\frac{۱۸}{۵} و \frac{۱۱}{۵})$ در معادلهٔ AM صدق می‌نماید

۶) ضریب‌زاویهٔ خط Δ برابر با ضریب زاویهٔ خط BN و برابر با $-\frac{۵}{۲}$ بوده و معادلهٔ خط Δ به صورت $y=-\frac{۵}{۲}x+b$ می‌باشد . چون نقطهٔ تلاقی Δ را با هریك

از خطوط BA و BN' و BC حساب کنیم خواهیم داشت:

$$R\left(\frac{2b+4}{11} \text{ و } \frac{6b-10}{11}\right) \text{ و } S\left(\frac{4b+8}{11} \text{ و } \frac{b-20}{11}\right)$$

$$T\left(\frac{3b+6}{11} \text{ و } \frac{7b-30}{22}\right)$$

و با یك محاسبهٔ ساده معلوم خواهد شد که T وسط RS است.

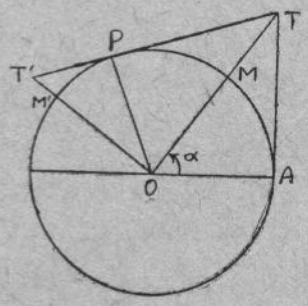
برای اینکه زاویهٔ RAS قائمه باشد کافی است AS بر BA عمود باشد

$$m_{AB}=\frac{4+2}{2}=3 \text{ و } m_{AS}=\frac{b-64}{4b-14}$$

$$m_{AB}\,m_{AS}=-1 \text{ یا } \frac{b-64}{4b-14}=-\frac{1}{3} \text{ و } b=\frac{206}{7}$$

پاسخهای درست رسیده از : رضا طوسی ـ حسین نعمتی ـ داوود تراکمه ـ حسین رزاقی‌زاده و فرخ‌کیان ارثی پنجم ریاضی دبیرستان مروی ـ احمد قندی پنجم ریاضی دبیرستان علوی.

حل مسئلهٔ ۱۶۷۸ـ اگر P نقطهٔ تماس TT' با دایره باشد داریم



$$AT=PT=tg\alpha \text{ و}$$

$$\widehat{POM'}+(\widehat{POT}=\alpha)=$$
$$=90^\circ$$

$$PT'=tg\,POM'=cotg\alpha$$

$$TP+PT'=TT' \text{ یا}$$

$$tg\alpha+cotg\alpha=2\sqrt{2}$$

$$tg\alpha+\frac{1}{tg\alpha}=2\sqrt{2} \text{ یا}$$

$$tg^2\alpha-2\sqrt{2}\,tg\alpha+1=0$$

$$tg\alpha=\sqrt{2}\pm1$$

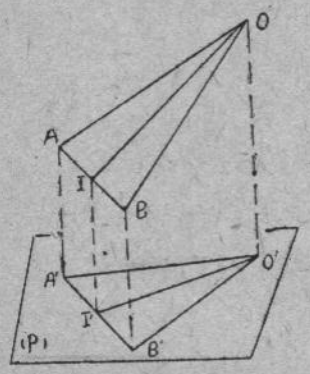
(بر حسب اینکه $\alpha<\frac{\pi}{4}$ یا $\alpha>\frac{\pi}{4}$ باشد علامت + و یا علامت ـ انتخاب خواهد شد) و با معلوم بودن $tg\alpha$ سایر خطوط مثلثاتی کمان α به دست می‌آید

$$\widehat{AM}=2K\pi+Arctg(\sqrt{2}\pm1)$$

$$\widehat{AM'}=2K\pi+\frac{\pi}{2}+Arctg(\sqrt{2}\pm1)$$

پاسخهای درست رسیده از: حسین رزاقی‌زاده‌وفرخ کیان ارثی ـ منصور جابری پنجم ریاضی دبیرستان ادیب ـ حسین نعمتی ـ اسدالله مس‌فروش پنجم ریاضی دبیرستان علوی محمدرضا کنی پنجم ریاضی دبیرستان علوی ـ محمدرضا غلامی رضا طوسی ـ محسن‌چهل‌تنی پنجم ریاضی دبیرستان علوی ـ محمدکریم روشن پنجم ریاضی دبیرستان قناد بابل ـ احمد قندی ـ علی اصغر ترابی ـ محمدابراهیم قزوینی پنجم ریاضی دبیرستان حکیم سنائی اصفهان

حل مسئلهٔ ۱۶۷۹ ـ اولا درمورد دو قطعه خط: چون تصویرهای دو قطعه خط متساوی و متوازی برهر صفحه دوقطعه خط متساوی‌است بنابراین می‌توانیم دوقطعه خط مفروض را در یك سر مشترك اختیارکرده‌مثلاآنها را باOA و OB نمایش دهیم،مثلثOAB متساوی‌الساقین‌است.اگر'O و'A و'B به‌ترتیب تصویرهای قائم نقطه‌های O وA وB بر یك صفحهٔ دلخواه مانند P باشد به طوریکه مثلث 'O'A'B متساوی‌الساقین باشد و چنانچه I وسطAB و 'I تصویر آن‌برصفحهٔ P (و وسط 'A'B) باشد هریك از دو زاویهٔ OIA و 'O'I'A قائمه بوده و لازم می‌آیدکه صفحهٔ P حداقل با یکی از دو امتداد OI یا AB موازی باشد. با ملاحظهٔ اینکه OI و AB امتدادهای نیمساز-های زاویهٔ دو خط OA و OB هستند



بنابراین : شرط لازم وکافی برای آنکه تصویرهای دو قطعه‌خط متساوی ، دوقطعه خط متساوی باشندآن است که صفحهٔ تصویر با امتداد نیمساز یکی از زاویه‌های دو خط مزبور موازی باشد.

در حالت کلی دو دسته جواب وجود دارد. صفحاتیکه باامتدادهای دوخط مفروض موازی باشند جزء این دو دسته جواب خواهند بود

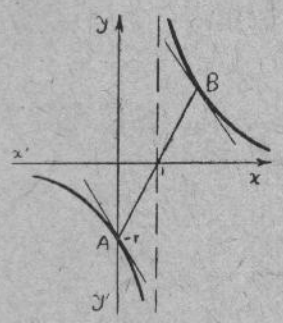
ثانیاً در مورد سه قطعه خط ـ بادرنظر گرفتن حالت دو قطعه خط ، نتیجه خواهیم گرفت که صفحات مطلوب صفحاتی هستند که با دو نیمساز از نیمساز های سه زاویه‌ای که سه خط دو به دو بایکدیگر می‌سازند موازی باشند. مسئله در حالت کلی دارای چهار دسته جواب می‌باشد.

پاسخ رسیده از : حسین رزاقی زاده وفرخ‌کیان‌ارثی

کلاس ششم طبیعی

حل مسئلهٔ ۱۶۸۰ـ اولا مشتق تابع $y'=\frac{-2}{(x-1)^2}$ و جدول تغییرات و رسم منحنی نمایش تابع به‌شرح زیر است .

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'			$-$		||		$-$
y	0 ↘		-2 ↘		$-\infty$ || $+\infty$	↘	0



ثانیاً ـ درازاء $x=0$ دارم $y=-2$ و ضریب زاویهٔ مماس بر منحنی در نقطهٔ (۲ = و ۰) برابر با مشتق تابع درازاء $x=0$ یعنی برابر با ۲ـ است .

و $\frac{-2}{(x-1)^2}=-2$

$x=0$ و ۲

یعنی دونقطهٔ (۲ـ و ۰) A و (۲ و ۲)B برمنحنی وجوددارد که‌مماس‌های برمنحنی‌درآن دونقطه‌بایکدیگر موازی وباضریب زاویهٔ ۲ـ می‌باشند.

معادلهٔ خط AB با معلوم‌بودن مختصات‌دونقطهٔ A و B تعیین شده و $y=2x-2$ می‌باشد و مختصات نقطهٔ تلاقی دومجانب یعنی (۱و۰) درآن صدق می‌کند :

پاسخهای درست رسیده : حسین نادمپور لنگرودی فرامرز پور قلی‌زاده ـ مرتضی شفائی ـ قشقائی منصور .

حل مسئلهٔ ۱۶۸۱ ـ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم

$1-\cos 2x=2\sin^2 x$ و $\sin 3x-\sin x=2\cos 2x\sin x$

$y=\sin^2 x+2\cos 2x\sin x=2\sin x(\sin x+\cos 2x)$

$=2\sin x(\sin x+1-2\sin^2 x)$

$y=2\sin x(2\sin x+1)(1-\sin x)$

از حل معادلهٔ $y=0$ خواهیم داشت

$\sin x=0 \qquad x=K\pi$

و $\sin x=-\frac{1}{2}$ و $x=2K\pi-\frac{\pi}{6}$

$x=2K\pi+\pi+\frac{\pi}{6}$

$\sin x=1 \qquad x=2K\pi+\frac{\pi}{2}$

پاسخهای درست رسیده از : قشقائی منصور ـ حسین‌نادمپور ـ احمدامیرسیاحی ـ مرتضی شفائی ـ محمد رضا غلامی ـ فرامرز پور قلی زاده ـ فرامرز رهبر.

کلاس‌ششم ریاضی

حل‌مسئلهٔ ۱۶۸۲ـ چون منحنی تابع درمبدأ بر $x'x$ مماس است پس معادلهٔ $y=0$ باید دارای فاکتور $x^2=0$ باشد و نتیجه می‌شود $c=d=0$ و چون معادلهٔ مجانب مایل‌منحنی را تعیین‌کنیم به صورت $y=ax+2a+b$ به دست می‌آید وچون باید به صورت $y=x$ باشد پس $a=1$ و $b=-2$

ثانیاً مشتق‌های اول و دوم تابع به قرار زیراست

$$y'=\frac{x(x^2-3x+4)}{(x-1)^3} \quad \text{و} \quad y''=\frac{-2x-4}{(x-1)^4}$$

مشتق‌اول‌درازاءدومقدار $x=0$ و $x=1$ تغییر علامت‌می‌دهد اما در ازاء $x=1$ نا معین است و تابع در ازاء $x=0$ دارای ماکزیممی‌برابر صفرمی باشد . مشتق ثانی درازاء $x=-2$ صفر شده تغییرعلامت‌می‌دهد. پس $I(-2$ و $-\frac{16}{9})$ نقطهٔ عطف منحنی است .

ثالثاً ضریب زاویهٔ مماس برمنحنی در I برابر با $y'_2=\frac{28}{27}$ و معادلهٔ مماس به صورت $y=\frac{28}{27}x+\frac{8}{27}$ می‌باشد . از حل دستگاه

$$\begin{cases} y=\frac{x^3-2x^2}{(x-1)^2} \\ y=\frac{28}{27}x+\frac{8}{27} \end{cases}$$

پس از ساده‌کردن نتیجه می‌شود

$$x^3+6x^2+12x+8=0$$

$x=-2$ باید ریشهٔ مکرر مرتبهٔ ۳ از این معادله باشد و چون معادله درجهٔ سوم است پس به جز $x=2$ ریشهٔ دیگری نمی‌تواند داشته‌باشد یعنی خط مماس جزدر I در نقطهٔ دیگری منحنی را قطع نمی‌کند (معادلهٔ درجهٔ سوم اخیر به صورت $(x+2)^3=0$ می‌باشد)

پاسخهای درست رسیده از : فرامرز رهبر ششم ریاضی دبیرستان‌شرف ـ قشقائی منصور ـ احمد گلبابائی ـ فرامرز پورقلی‌زاده ـ سیدعباس‌موسویان ـ فؤادسینائی ـ فرامرزمسیحی

مرتضی شفائی ـ کاوه افرا ششم ریاضی دبیرستان شرف ـ محمد سعیدی کیا ششم ریاضی دبیرستان البرز تهران ـ فریدون قهرمانی ششم ریاضی دبیرستان اندیشه ـ رحیم محمدی ـ حسین نادمپور لنگرودی ـ محمد رضا مرعشی پور ششم ریاضی دبیرستان البرز غلامرضا حای ششم ریاضی دبیرستان امیرکبیر زنجان ـ محمود عجمی ـ فیروز بایرامی پنجم ریاضی دبیرستان ادیب

حل مسئلهٔ ۱۶۸۳ ـ اگر فرض کنیم معادلهٔ $Y'Y$ محور تقارن منحنی به صورت $x=\alpha$ است . و $O'(\alpha \text{ و } ۰)$ را مبدأ جدید اختیار کنیم داریم $x=X+\alpha$ و $y=Y$ و چون در تابع قرار داده ساده کنیم حاصل می‌شود .

$$Y=X^{۴}+(۴\alpha+۸)X^{۳}+(۶\alpha^{۲}+۲۴\alpha+۲۲)X^{۲}+$$
$$+(۴\alpha^{۳}+۲۴\alpha^{۲}+۴۴\alpha+۲۴)x+\alpha^{۴}+۸\alpha^{۳}+$$
$$+۲۲\alpha^{۲}+۲۴\alpha+۸$$

برای اینکه محور $Y'Y$ محور تقارن منحنی تابع باشد لازم وکافی است که باتبدیل X به $-X$ مقدار تابع فرق نکند و این درصورتی است که تابع فوق دارای جمله‌های درجهٔ فرد از X نباشد یعنی داشته باشیم

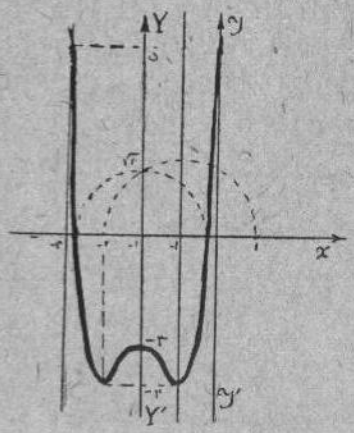
$$\begin{cases} ۴\alpha+۸=۰ \\ ۴\alpha^{۳}+۲۴\alpha^{۲}+۴۴\alpha+۲۴=۰ \end{cases}$$

و از این دستگاه جواب $\alpha=۲$ به دست می‌آید . پس خط $x=-۲$ محور تقارن منحنی است و معادلهٔ منحنی نسبت به دستگاه جدید عبارتست از $Y=X^{۴}-۲X^{۲}-۳$

جدول ومنحنی نمایش تابع به‌شرح زیر است

$$Y'=۴X^{۳}-۴X$$

X	$-\infty$		$-\sqrt{۳}$		-۱		۰		۱		$\sqrt{۳}$		∞
X'		$-$				$+$	۰	$-$	۰	$+$			
Y	$+\infty$	$\searrow$	۰	$\searrow$	-۴	$\nearrow$	-۳	$\searrow$	-۴	$\nearrow$	۰	$\nearrow$	$+\infty$



برای مقایسهٔ ریشه‌های معادلهٔ مفروض با -۱ و -۴ چنانچه فرض کنیم $x=X-۲$ و $y=Y=-m-۳$ بااستفاده ازشکل منحنی جدول زیررا خواهیم داشت (در ازاء $x=-۱$ داریم $X=۱$ و $Y=-۴$ و در ازاء $x=-۴$ داریم $X=-۲$ و $Y=۵$)

Y	m	نتیجه
$-\infty$	$+\infty$	ریشه ندارد
-۴	۱	$-۴<x_۱=x_۲=-۳<x_۳=x_۴=-۱$
		$-۴<x_۱<x_۲<x_۳<-۱<x_۴$
-۳	۰	$-۴<x_۱<x_۲=x_۳=۰<-۱<x_۴$
		$-۴<x'<-۱<x''$
۵	-۸	$x'=-۴<-۱<x''$
		$x'<-۴<-۱<x''$
$+\infty$	$-\infty$	

پاسخهای رسیده از: غلامرضاحلی ـ کاوه افرا ـ محمود عجمی ـ فرامرز پور قلی زاده ـ فرامرز رهبر ـ مرتضی شفائی

حل مسئلهٔ ۱۶۸۴ ـ به ترتیب زیر عمل می کنیم

$$\sin^{۶}x+\cos^{۶}x=(\sin^{۲}x+\cos^{۲}x)^{۳}-$$
$$-۳\sin^{۲}x\cos^{۲}x(\sin^{۲}x+\cos^{۲}x)=a$$

و پس از اختصار : $\sin x^{۲}۲x=\frac{۴-۴a}{۳}$

برای اینکه معادله جواب داشته باشد باید :

$$۰<\frac{۴-۴a}{۳}\leqslant ۱ \rightarrow \boxed{\frac{۱}{۴}\leqslant a\leqslant ۱}$$

۱) در ازاء $a=۱$ داریم

$$\sin^{۲}۲x=۰ \text{ و } ۲x=K\pi \text{ و } x=\frac{K\pi}{۲}$$

در فاصلهٔ صفر و ۲π چهارکمان به اندازه‌های ۰ و $\frac{\pi}{۲}$ و π و $۳\frac{\pi}{۲}$ حاصل می‌شود که در دایرهٔ مثلثاتی مربعی را تشکیل می‌دهند .

۲) درازاء $a=\frac{۱}{۴}$ داریم .

$$\sin x^{۲}۲x=۱ \quad ۲x=K\pi\pm\frac{\pi}{۲} \text{ و } x=K\pi\pm\frac{\pi}{۴}$$

که بین صفر و ۲π چهارکمان $\frac{\pi}{۴}$ و $\frac{۳\pi}{۴}$ و $\frac{۵\pi}{۴}$ و $\frac{۷\pi}{۴}$ به دست می‌آید که بازهم یك مربع می‌سازند .

۳) درازاء مقادیر $\frac{۱}{۴}\leqslant\alpha\leqslant ۱$ برای معادله جوابهای زیر به دست می‌آید .

$$x=\frac{K\pi}{۲}\pm\frac{۱}{۲}\operatorname{Arcsin}\sqrt{\frac{۴-۴a}{۴}}$$

اگر $\alpha=\frac{۱}{۲}\operatorname{Arcsin}\sqrt{\frac{۴-۴a}{۳}}$ اختیار شود در فاصلهٔ صفر و ۲π کمانهای زیررا خواهیم داشت :

$$x_۱=\alpha \text{ و } x_۲=\frac{\pi}{۲}-\alpha \text{ و } x_۳=\frac{\pi}{۲}+\alpha \text{ و}$$
$$x_۴=\pi-\alpha \text{ و } x_۵=\pi+\alpha \text{ و } x_۶=\frac{۳\pi}{۲}-\alpha \text{ و}$$
$$x_۷=\frac{۳\pi}{۲}+\alpha \text{ و } x_۸=۲\pi-\alpha$$

این کمانها در دایرهٔ مثلثاتی هشت ضلعی تشکیل می‌دهند که اضلاع ۱ و ۳ و ۴ و ۷ باهم و اضلاع ۲ و ۴ و ۶ و ۸ آن نیز با هم برابرند . برای اینکه این هشت ضلعی منتظم باشد کافی است که اندازه کمان نظیر یکی از اضلاع آن برابر با $\frac{\pi}{4}$ باشد یعنی تفاضل دو کمان متوالی از هشت کمان فوق باید $\frac{\pi}{4}$ باشد مثلا :

$$x_2 - x_1 = \frac{\pi}{2} - 2\alpha = \frac{\pi}{4} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{8}$$

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{Arcsin}\sqrt{\frac{4-4a}{3}} = \frac{\pi}{8}$$

$$\mathrm{Arcsin}\sqrt{\frac{4-4a}{3}} = \frac{\pi}{4}$$

$$\sqrt{\frac{4-4a}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ یا } \frac{4-4a}{3} = \frac{1}{2} \text{ و}$$

$$a = \frac{5}{8} \text{ و } x = \frac{K\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8}$$

پاسخهای درست رسیده : محمود عجمی-محمد جواد غفوری ششم ریاضی دبیرستای ناصر خسرو ـ فرامرز رهبر- کاوه افرا

پاسخهای رسیده از : رحیم محمدی، ـ حسین نادمپور لنگرودی ـ غلامرضا حلی ـ فرامرز پور قلی زاده ـ مرتضی شفائی .

حل مسئلهٔ ۱۶۸۵ـ عددمطلوب را $\overline{abcd}$ فرض کنیم. داریم .

$$\begin{cases} \overline{abcd} - (\overline{ab} + \overline{cd}) = K^2 & (1) \\ \overline{abcd} + 594 = \overline{bcda} & (2) \end{cases}$$

از رابطهٔ (۱) نتیجه می‌شود

$$99\overline{ab} = K^2 \quad \text{یا} \quad 9 \times 11\overline{ab} = K^2$$

عدد دورقمی $\overline{ab}$ برابر بایکی از اعداد ۱۱ و ۴۴ و ۹۹ می‌تواند باشد یعنی با $a=b=1$ و یا $a=b=4$ و یا $a=b=9$

از رابطهٔ (۲) حاصل می‌شود $\overline{cd} = 11a + 66$ ونتیجه می‌شود که فقط $a=1$ قابل قبول بوده و درازاء آن $\overline{cd} = 77$ می‌باشد . بنابراین مسئله فقطدارای یك جواب ۱۱۷۷ می‌باشد.

پاسخهای درست رسیده از : محمود عجمی ـ فؤاد سینائی ـ مرتضی شفائی ـ حسین نعمی ـ کاوه افرا ـ غلامرضا حلی ـ فرامرزرهبر ـ فیروزبایرامی پنجم ریاضی ـ رحیم محمدی

حل مسئلهٔ ۱۶۸۶ـ ریشه‌های معادله را a و b می‌نامیم که بنابر فرض اعداد صحیح مثبت فرد می‌باشند . عبارت داده‌شده را به صورت زیر می‌نویسیم :

$$A = q^2[(q+1)^2 - p^2]$$

$$A = q^2(q+1+p)(q+1-p)$$

از روابط بین ضرایب و ریشه‌ها استفاده می‌کنیم

$$A = a^2b^2(ab+1+a+b)(ab+1-a-b)$$

$$A = a^2b^2(a+1)(b+1)(a-1)(b-1)$$

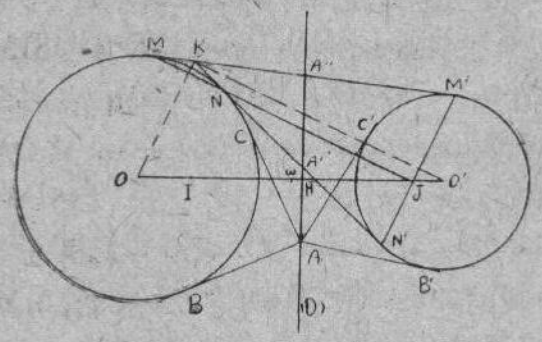
a و $a+1$ و $a-1$ سه عدد متوالی می‌باشند پس یکی ازآنها بر ۳ بخش پذیر است و چون a فرد است پس $a+1$ و $a-1$ زوج بوده‌وچون دوعدد زوج متوالی‌هستندحاصل‌ضرب آنها بر۸ بخش پذیر است بنابراین حاصل ضرب سه عدد فوق بر ۲۴ قابل قسمت است . به همین ترتیب حاصل ضرب $b(b-1)(b+1)$ نیز بر ۲۴ قابل قسمت بوده و A بر ۵۷۶ بخش‌پذیر است .

پاسخهای درست رسیده از : حسین نعمتی پنجم ریاضی ـ مرتضی شفائی ـ کاوه افرا .

حل مسئلهٔ ۱۶۸۷ ـ چون A بر محور اصلی دودایره واقع است .

بنابراین $AB = AC = AB' = AC'$

دایرهٔ (A) برچهار نقطهٔ B و C و B' و C' گذشته وچون شعاع آن هم بردایره O و هم بردایره O' مماس است پس این دایره برهر یك از دو دایرهٔ O و O' عمود است .



۲) قوت نقطهٔ A نسبت به دایرهٔ (O) برابر است با

$$\overline{AB}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{R}^2 \text{ و } \overline{OA}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{HA}^2$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{HA}^2 - \overline{R}^2$$

p قوت H نسبت به دایرهٔ (A) برابر با :

$$p = \overline{HA}^2 - \overline{AB}^2 = \overline{HA}^2 - \overline{OH}^2 - \overline{HA}^2 + \overline{R}^2 =$$

$$= \overline{R}^2 - \overline{OH}^2$$

اگر ω وسط OO' باشد داریم

$$\overline{OH}=\overline{O\omega}+\overline{\omega H}=\frac{d}{2}+\frac{R^2-R'^2}{2d}=$$

$$=\frac{d^2+R^2-R'^2}{2d}$$

$$p=R^2-\left(\frac{d^2+R^2-R'^2}{2d}\right)^2=$$

$$=\frac{4d^2R^2-(d^2+R^2-R'^2)^2}{4d^2}$$

$$p=\frac{(d+R+R')(d-R+R')(d+R-R')(R+R'-d)}{4d^2}$$

نتیجه‌می‌شود که p ثابت بوده به‌وضع نقطهٔ A بستگی ندارد.

۳) چون دو دایرهٔ (O) و (O') متخارج فرض شده‌اند پس $d>R+R'$ و باتوجه به مقداری که برای p به دست آمده است نتیجه می‌شود که $p<0$ است یعنی H در داخل دایرهٔ (A) واقع می‌شود و این دایره OO' را در دونقطهٔ I و J متقارن نسبت به H قطع می‌کند و داریم

$$p=-\overline{HI}^2=-\overline{HJ}^2$$

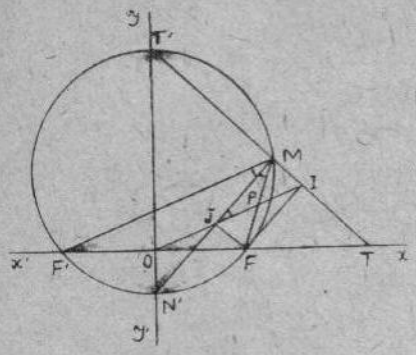
وچون p برابر بامقدار ثابت است پس $HI=HJ$ برابرمقدار ثابت بوده‌و نقطه‌های I و J ثابت می باشند.

۴) اگر K نقطهٔ تلاقی MM' با NN' باشد OK نیمساز زاویهٔ MKN و $O'K$ نیمساز زاویهٔ $M'KN'$ بوده پس OK بر $O'K$ عمود است و چون $O'K$ بر $M'N'$ نیز عمود است پس OK با $M'N'$ موازی است و چون MN بر OK عمود است پس بر موازی آن یعنی $M'N'$ نیز عمود است.

بنابرآنچه در قسمت ۳) ثابت شد دایره‌های با قطرهای MM' و NN' بر I و J می‌گذرند (مرکزهای آنها A' و A'' بر Δ واقعند) ونسبت به این دو دایره زاویه‌های NJN' و NIN' و همچنین MJM' و MIM' قائمه هستند ونتیجه می‌شود NJ در نقطهٔ J بر $M'N'$ عمود است یعنی MN و $M'N'$ یکدیگر را در J (یا I) قطع می‌کنند.

پاسخهای درست رسیده از: محمود عجمی - غلامرضا حلی.

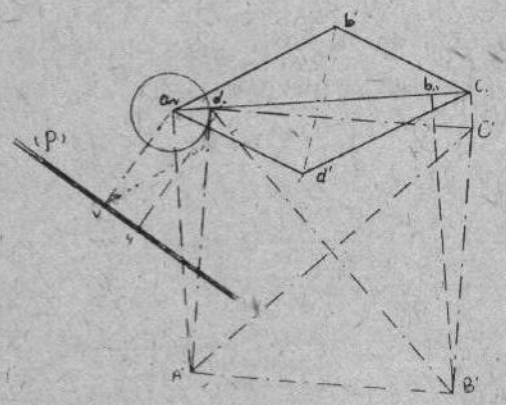
حل مسئلهٔ ۱۶۸۸ - نیمساز زاویهٔ داخلی یك رأس از هر مثلث، عمود منصف ضلع مقابل آن رأس را روی دایرهٔ محیطی مثلث قطع می‌کند. دایرهٔ محیطی مثلث MFF' را (C) می‌نامیم، چون MN نیمساز زاویهٔ داخلی M از این مثلث و yy' عمود منصف FF' است پس N' بر دایرهٔ (C) واقع است. زاویهٔ $T'MN'$ قائمه و محاطی است پس T' انتهای دیگر قطر گذرندهٔ بر T' از دایرهٔ (C) بوده‌و T' نیز بردایرهٔ (C) قرار دارد.



۲) دو مثلث MTN و $MT'N'$ که اضلاعشان نظیر به نظیر بر یکدیگر عمودند متشابه می‌باشند و چون تناسب اضلاع آنها را نوشته و آنرا به‌صورت حاصل ضرب در بیاوریم بادر نظر گرفتن جهت مثبت و منفی روی MN و MT رابطهٔ مطلوب به دست می‌آید.

۳) در مستطیل $MIFJ$ نقطهٔ تلاقی دوقطر یعنی P وسط MF می‌باشد ومثلث MPJ متساوی‌الساقین بوده نتیجه می‌شود زاویه‌های MJP و JMP با هم برابرو در ضمن با $F'MJ$ نیز برابر باشند وخط JI با MF' موازی بوده‌و چون ضلع MF از مثلث MFF' را نصف کرده است پس از O وسط ضلع FF' می‌گذرد.

حل مسئلهٔ ۱۶۸۹ - باتسطیح صفحهٔ مربع برصفحهٔ مقایسه تسطیح مربع رارسم نموده آن‌راترفیع می‌نمائیم، فرازقطر AC برابر است با $\frac{4}{3}$ پس فراز قطر BD برابر با $\frac{3}{4}$ است.



طول $AC=BD$ برابر با ۱۰ حساب می‌شود

بنابراین $bd=6$ و اختلاف رقوم نقاط B و D برابر ۸ به دست می‌آید و چون مجموع رقومهای B و D بامجموع رقومهای A و C مساوی و برابر با ۸ است پس رقوم یکی ازنقاط B و D مثلا D برابر باصفر و رقوم B برابر با ۸ است

ثانیاً مقیاس شیب P را که شیب آن ۱ بوده و بر $a_7 c_1$ می گذرد رسم می کنیم و تصاویر نقاط a_7 و c_1 بر صفحهٔ P بر همین نقاط منطبق است و رقوم آنها نسبت به صفحهٔ P برابر با صفر می‌باشد . تصاویر رأسهای b_8 و d. را بر صفحهٔ P به b' و d' می نمائیم برای تعیین فاصلهٔ B از صفحهٔ P یعنی رقوم آن نسبت به این صفحه ، اگر نقطهٔ تلاقی خط مصور B را با صفحهٔ P به E نمایش دهیم e بر b منطبق بوده با توجه به اینکه $ec=1$ و شیب EC یا AC برابر $\frac{3}{4}$ است رقوم e برابر با ۱٫۷۵ به دست می‌آید . داریم .

$$BE=7-1.75=6.25$$ و

$$BB'=BE.\cos 45^\circ=6.25\times\frac{\sqrt{2}}{2}\#4.4$$

یعنی رقوم B نسبت به صفحهٔ P برابر با ۴٫۴ ورقوم D برابر با ۴٫۴ — است .

پاسخهای رسیده از : فرامرز رهبر ـ کاوه افرا

مسائل متفرقه

حل مسئلهٔ ۱۶۹۰ـ نامساوی داده شده به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\frac{(a+1)+(b+1)+(c+1)}{3}\geqslant\sqrt[3]{(a+1)(b+1)(c+1)}$$

و بنابر قضیهٔ مربوط به نا مساویها مذکور در شمارهٔ ۸ یکان محقق می‌باشد .

پاسخهای درست رسیده از: رحیم‌محمدی ـ فرامرز مسیحی ششم ریاضی دبیرستان البرز ـ کاوه‌افرا ـ حسین اسدپور حسین نعمتی ـ فیروز بایرامی.

پاسخهای رسیده از : پرویز محمدی

حل مسئلهٔ ۱۶۹۱ـ بنابر روابط بین ریشه‌ها وضرایب معادله داریم :

$$\begin{cases}a+b+c=1\\ab+bc+ca=5\\abc=3\end{cases}$$

از رابطهٔ اول دستگاه نتیجه می‌شود .

$$a+b=1-c \text{ و } b+c=1-a \text{ و } c+a=1-b$$

و از آنجا و با استفاده از روابط دیگر دستگاه حاصل خواهد شد :

$$1-a+1-b+1-c=2$$

$$(1-b)(1-c)+(1-c)(1-a)+$$
$$+(1-a)(1-b)=6$$

$$(1-a)(1-b)(1-c)=2$$

و معادلهٔ مطلوب عبارت می‌شود از

$$x^3-2x^2+6x-2=0$$

پاسخهای درست رسیده از: فرامرز رهبر ـ حسین اسدپور ـ فرامرز مسیحی محمود عجمی ـ احمد نیك فطرت فرامرز پور قلی‌زاده ـ سعیدی کیا ـ حسین نادمپورلنگرودی .

پاسخهای رسیده از : محمود صابر همیشکی پنجم ریاضی دبیرستان مهرگان لاهیجان ـ کاوه افرا ـ مرتضی‌شفائی

حل مسئلهٔ ۱۶۹۲ ـ اگر α و β و γ ریشه‌های معادله فرض شوند و $\alpha=\beta$ باشد داریم

$$\begin{cases}\alpha+\beta+\gamma=2\alpha+\gamma=0\\\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\alpha^2+2\alpha\gamma=3a\\\alpha\beta\gamma=\alpha^2\gamma=-b\end{cases}$$

چون از روابط اول و دوم دستگاه مقادیر α و γ را بر حسب a حساب کرده ودر رابطهٔ سوم قرار دهیم به‌دست‌می‌آید:

$$b^2+4a^3=0$$

پاسخهای درست رسیده از : حسین نامپور ـ احمد نیك فطرت ـ محمود عجمی ـ حسین اسدپور ـ حسین نعمتی فرامرز مسیحی ـ کاوه افرا ـ رحیم محمدی ـ سعیدی کیا ـ فرامرز رهبر ـ احمد گلبابائی ـ فرامرز پور قلی زاده ـ ولی‌الله‌اردشیری ـ غلامرضا حلی .

پاسخهای رسیده‌از : محمد رضا مرعشی پور ـ محمود صابر همیشگی .

حل مسئلهٔ ۱۶۹۳ ـ معادله را می‌توانیم به‌صورت زیر بنویسیم

$$x^3+ax^2+bx+c\equiv(x^3+Ax+B)(x-B)$$

چنانچه طرف دوم را مرتب و متحد باطرف اول قرار دهیم به دست می‌آید

$$\begin{cases} a = A - B \\ b = B - AB \\ C = -B^{2} \end{cases}$$

باحذف A و B بین سه رابطه حاصل خواهد شد :

$$(b-c)^{2} + c(1-a)^{2} = 0$$

پاسخهای درست رسیده از : ولی‌الله اردشیری ـ احمد گلبابائی ـ فرامرز مسیحی ـ حسین اسد پور ـ احمد نیك فطرت ـ کاوه افرا ـ محمود عجمی ـ محمد سعیدی کیا ششم‌ریاضی‌دبیرستان‌البرز ـ محمدرضامرعشی‌پور ـ رحیم‌محمدی حسین نعمتی ـ حسین نادمپور ـ محمد رضا غلامی ـ فرامرز پور قلی‌زاده ـ مرتضی شفائی ـ غلامرضا حلی .

پاسخ رسیده از محمود صابر همیشگی .

حل مسئلهٔ ۱۶۹۴ ـ اولا حل معادله :

$$\cos 3x = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \quad \text{و} \quad 3x = 2K\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$x = \frac{2K\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}$$

جوابهای متمایز معادله واقع بین صفر و 2π عبارتند از .

$$\frac{\pi}{9} \text{ و } \frac{7\pi}{9} \text{ و } \frac{13\pi}{9}$$

ثانیاً می توانیم بنویسیم $\cos 3x = 4\cos^{3}x - 3\cos x = \frac{1}{2}$

$$8\cos^{3}x - 6\cos x - 1 = 0$$

جوابهای این معادله عبارتند از $\cos\frac{\pi}{9}$ و $\cos\frac{7\pi}{9}$ و $\cos\frac{13\pi}{9}$ و بنابر روابط بین ضرایب و ریشه‌ها روابط مطلوب حاصل می‌شود .

پاسخهای درست رسیده از : غلامرضا حلی ـ کاوه افرا ـ حسین نادمپور ـ حسین نعمتی ـ محمود عجمی ـ احمد نیك فطرت ـ حسین اسدپور ـ فرامرز رهبر ـ فیروز بایرامی سعیدی‌کیا ـ اسدالله‌مس فروش ـ احمدقندی ـ محمدرضامرعشی‌پور فرامرزپور قلی زاده ـ رحیم‌محمدی.

حل مسئلهٔ ۱۶۹۵ ـ داریم

$$\cot g\frac{\pi}{2^{n}} = \frac{\cos\frac{\pi}{2^{n}}}{\sin\frac{\pi}{2^{n}}} = \frac{2\cos^{2}\frac{\pi}{2^{n}}}{2\sin\frac{\pi}{2^{n}}\cos\frac{\pi}{2^{n}}} =$$

$$= \frac{1 + \cos\frac{\pi}{2^{n-1}}}{\sin\frac{\pi}{2^{n-1}}} \quad \text{و}$$

$$\cot g\frac{\pi}{2^{n}} = \frac{1}{\sin\frac{\pi}{2^{n-1}}} + \cot g\frac{\pi}{2^{n-1}}$$

$$\cot g\frac{\pi}{2^{n-1}} = \frac{1}{\sin\frac{\pi}{2^{n-2}}} + \cot g\frac{\pi}{2^{n-2}}$$

$$\cot g\frac{\pi}{2^{2}} = \frac{1}{\sin\frac{\pi}{2}} + \left(\cot g\frac{\pi}{2} = 0\right)$$

از جمع نظیر به نظیر طرفین روابط فوق رابطهٔ داده شده حاصل می‌شود .

پاسخهای درست رسیده از : ولی‌الله اردشیری ـ محمد جواد غفوری ـ غلامرضا حلی ـ فؤاد سینائی ـ حسین نادمپور .

حل مسئلهٔ ۱۶۹۶ ـ حل این مسئله به عنوان حل مسائل نمونه در همین شماره از مجله چاپ شده است .

پاسخهای درست‌رسیده از : محمود عجمی ـ حشمت‌الله امینی ششم ریاضی دبیرستان امیرکبیر تویسرکان .

حل مسئلهٔ ۱۶۹۷ ـ مختصات نقطهٔ نظیر ماکزیمم و می‌نیمم تابع عبارتست از

$$P\left(x = \frac{-b}{2a} \text{ و } y = \frac{4ac - b^{2}}{4a}\right)$$

۱) اگر a متغیر و b و c ثابت باشند با حذف a بین x و y معادلهٔ مکان عبارت از $y = \frac{b}{2}x + c$ و مکان خط مستقیم می‌باشد

۲) b متغیر ، a و c ثابت باشند . پارامتر b راحذف می‌کنیم $y = -ax^{2} + c$ به دست‌می‌آید که معادلهٔ یك سهمی می‌باشد

۳) c متغیر ، b و a ثابت باشند معادلهٔ مکان همان $x = -\frac{b}{2a}$ و خط مستقیم است .

پاسخهای درست رسیده از : فرامرز مسیحی ـ غلامرضا حلی ـ محمود عجمی .

حل مسئلهٔ ۱۶۹۸ ـ با توجه به‌اینکه

$۲۰۰۰ - ۱ = ۱۹۹۹$ داریم

$$۱۹۹۹ \times \overline{abcd} = ۲۰۰۰ \times \overline{abcd} - \overline{abcd}$$

در تفریق اخیر سه رقم سمت راست مفروق منه برابر باصفر می‌باشد . چنانچه‌فرض کنیم‌تفاضل ازسمت راست به‌چهار رقم برابر با t ختم شده باشد تفریق به‌صورت زیر خواهد بود

$$\begin{array}{r} \ldots ۲d \cdot \cdot \cdot - \\ a\ b\ c\ d \\ \hline t\ t\ t\ t \end{array}$$

و روابط زیر نتیجه می‌شود

$t+d=۱۰$ و $t+c=t+b=۹$ و

$t+a+۱=۲d$ یا $۲d+۱۰$ یا $۲d-۱۰$

و مقادیر a و b و c و d برحسب t به دست می‌آید :

$b=۹-t$ و $c=۹-t$ و $d=۱۰-t$

و برای ۳ و ۲ و ۱ = t : $a=۹-۳t$

برای ۶ و ۵ و ۴ = t : $a=۱۹-۳t$

برای ۹ و ۸ و ۷ = t : $a=۱۹-۳t$

در ازاء مقادیر ۹ و ۰۰۰ و ۲ و ۱ = t اعداد چهار رقمی مطلوب تعیین می‌شوند .

پاسخ رسیده از : غلامرضا حلی .

حل مسئلهٔ ۱۶۹۹ـ فرض کنیم $y=ax^n$ باید داشته باشیم $ay^n \equiv ۳x^۲$

$a(ax^n)^n \equiv ۳x^۲$ یا $a^{n+۱}x^{n^۲} \equiv ۳x^۲$

و $a^{\pm\sqrt{۲}+۱}=۳$ و $n=\pm\sqrt{۲}$ و $n^۲=۲$

$a=۳^{\pm\sqrt{۲}-۱}$ و $y=\frac{۱}{۳}(۳x)^{\pm\sqrt{۲}}$

پاسخ رسیده از غلامرضا حلی

حل مسئلهٔ ۱۷۰۰ـ معادله‌های داده‌شده به‌صورت زیر تجزیه می‌شوند

۱) $(۲x+y-۴)(x-y)=۰$

۲) $(۲x+y-۴)(۳x-y-۲)=۰$

نمایش هندسی هرتابع از دوخط مستقیم تشکیل‌شده است و یك خط درهر دونمایش هندسی مشترك است ونه‌تنهامختصات پنج نقطه بلکه مختصات جمیع نقاط واقع بر خط $۲x+y-۴=۰$ دردو معادلهٔ (۱) و (۲) صدق خواهندکرد

پاسخ رسیده از : غلامرضا حلی

حل مسئلهٔ ۱۷۰۱ ـ به عنوان مسئلهٔ نمونه در همین شمارهٔ مجله درج شده است .

حل مسئلهٔ ۱۷۰۲ـ اگر اندازهٔیك ضلع‌مثلث متساوی‌الاضلاع را a فرض کنیم ومساحت آنرا S، داریم $S=a^۲\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ و چنانچه مختصات سه رأس مثلث اعداد صحیح باشند (منطق باشند) با توجه به رابطهٔ

$$a^۲=(x_۱-x_۲)^۲+(y_۱-y_۲)^۲$$

لازم می‌آیدکه $a^۲$ صحیح باشد وازآنجا مقدار S برابر بایك مقدار گنگ بوده و این غیرممکن است (چون اگر مختصات سه رأس یك مثلث اعداد منطق باشند مساحت آن نیزعدد منطق خواهد بود . یکان‌شمارهٔ۹ صفحهٔ ۲۱) بنابراین مثلث‌متساوی‌الاضلاعی‌وجود ندارد که مختصات‌سه رأس‌آن اعدادصحیح‌باشند.

حل مسئلهٔ ۱۷۰۳ـ فرض کنیم a وb نمایش دو عدد باشد و $a>b$ (دراین صورت اولین رقم‌سمت چپ b ازاولین رقم سمت چپ a کوچکتر خواهد بود). چنانچه a دارای n رقم باشد داریم $a<۱۰^n$ و در نتیجه $ab<b\times ۱۰^n$ ولازم می‌آید اولین رقم ab (از سمت چپ) از اولین رقم $b\times ۱۰^n$ که‌همان اولین رقم‌سمت چپ b است کوچکتر باشد. بنابراین ممکن نیست که رقم سمت چپ حاصل ضرب دوعدد بین اولین ارقام (از سمت چپ)آن دوعدد واقع باشد .

حل مسئلهٔ ۱۷۰۴ـ به ترتیب زیر عمل می‌کنیم .

$$R=\sin ۱۲^\circ \sin ۴۸^\circ \sin ۵۴^\circ$$

و $=\frac{۱}{۲}(\cos ۳۶-\cos ۶۰)\cos ۳۶$

$\sin ۳۶=\cos ۵۴^\circ$ یا $۲\sin ۱۸\cos ۱۸=۴\cos^۳ ۱۸-۳\sin ۱۸$

و پس از اختصار نتیجه خواهد شد

$۴\sin^۲ ۱۸+۲\sin ۱۸-۱=۰$ و $\sin ۱۸^\circ=\frac{\sqrt{۵}-۱}{۴}$

$$\cos ۳۶^\circ=۱-۲\sin^۲ ۱۸^\circ=\frac{\sqrt{۵}+۱}{۴}$$

$$R=\frac{۱}{۲}\left(\frac{\sqrt{۵}+۱}{۴}-\frac{۱}{۲}\right)\frac{\sqrt{۵}+۱}{۴}=\frac{۱}{۸}$$

پاسخهای درست رسیده از : محمد جواد غفوری ـ محمود عجمی

حل مسئلهٔ ۱۷۰۵ـ داریم $AB=۶$ و $BC=۸$ و فرض می‌کنیم $CD=x$ چنانچه M وسط AC و N درمثلث MD ابتدا از M و P وسط AD باشد ، وجهت از A به D را جهت مثبت اختیارکنیم داریم .

$\overline{AM}=\frac{۶+۸}{۲}=۷$ و

$$\overline{MN}=\frac{\overline{MD}}{۳}=\frac{\overline{AD}-\overline{AM}}{۳}=\frac{۱۴+x-۷}{۳}=\frac{۷+x}{۳}$$

$$\overline{AN}=\overline{MN}-\overline{MA}=\frac{7+x}{3}+7=\frac{28+x}{3}$$

$$\overline{NP}=\frac{\overline{NB}}{4} \text{ یا } \overline{AP}-\overline{AN}=\frac{1}{4}(\overline{AB}-\overline{AN})$$

$$\frac{14+x}{2}-\frac{28+x}{3}=\frac{1}{4}\left(6-\frac{28+x}{3}\right)$$

پس از اختصار $x=6$ به دست می‌آید

حل مسئلهٔ ۱۷۰۶ـ با طریقی مشابه باراه حل مسئلهٔ قبل به دست خواهیم‌آورد

$$\overline{OP}=\frac{1}{4}(x_1+x_2+x_3+x_4)$$

حل مسئلهٔ ۱۷۰۷ـ شرط اینکه دو معادلهٔ درجهٔ دوم

$$ax^2+bx+c=0 \quad \text{و} \quad a'x^2+b'x+c'=0$$

دارای یك ریشهٔ مشترك باشندآنست که :

$$(ac'-ca')^2=(ab'-ba')(bc'-cb')$$

و مقدار ریشهٔ مشترك عبارت خواهد بود از

$$x=\frac{ca'-ac'}{ab'-ba'}$$

نسبت به معادله‌های داده شده را بطهٔ فوق محقق بوده و نتیجه می‌شود $x=c$ ریشهٔ مشترك دو معادلهٔ

$$(2)\ x^2+bx+ca=0 \quad \text{و} \quad (1)\ x^2+ax+bc=0$$

می‌باشدریشهٔغیرمشترك برای‌معادلهٔاول $x=b$ بوده‌وبرای‌معادلهٔ دوم $x=a$ و هر کدام ازاین‌ریشه‌هاچنانچه‌در این‌معادلات‌صدق کنند درمعادله $(3)\ x^2+cx+ab=0$ نیزصدق‌خواهند کرد.

پاسخهای درست رسیده از : محمود عجمی ـ حسین نعمتی .

راه حل انتخابی آقای عجمی‌به ترتیب زیراست : طرفین معادله‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم ، می‌شود $(a-b)(x-c)=0$ پس $x=c$ ریشهٔ مشترك دو معادله‌است و بعد معلوم می‌شود که رشه‌های دیگر معادله‌های (۱) و (۲) در معادلهٔ (۳) نیز صدق می‌کنند .

حل‌مسئلهٔ ۱۷۰۸ـ اگر عدد مطلوب را

$N=a^{\alpha}b^{\beta}c^{\gamma}\cdots$ فرض کنیم عدهٔ مقسوم علیه‌های آن از رابطهٔ $(\alpha+1)(\beta+1)\cdots$ به دست می‌آید و وقتیکه عدهٔ مقسوم‌علیه‌ها برابر با ۶باشد چون ۶ فقط به دوصورت 1×6 و 3×2 تجزیهٔ به عوامل می‌شود از این جهت یاداریم .

$$\alpha+1=6 \quad \text{و} \quad \beta+1=\gamma+1=\cdots=1$$

$$\alpha=5 \quad \text{و} \quad \beta=\gamma=\cdots=0$$

و N به‌صورت $N=a^5$ بوده‌جواب‌قابل‌قبول‌فقط $N=243$ می‌باشد.

و یا داریم

$$\alpha+1=3 \quad \text{و} \quad \beta+1=2 \quad \text{و} \quad \gamma+1=\cdots=1$$

$$\alpha=2 \quad \text{و} \quad \beta=1 \quad \text{و} \quad \gamma=\cdots=0$$

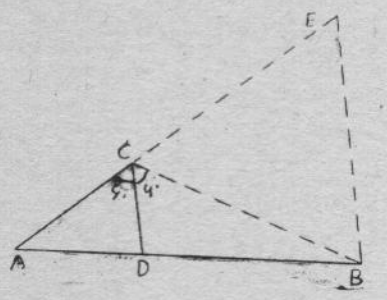
و $N=a^2b$ می‌باشد که a و b اعداد اول هستند و چون $200<a^2b<300$ باشدباتوجه به‌اینکه $a^2\geqslant 4$ و $b\geqslant 2$ داریم $4\leqslant a^2<150$ و برای a^2 مقادیر قابل قبول

$a^2=4$ و ۹ و ۲۵ و ۴۹ و ۱۲۱

حاصل می‌شود . درازاء هر مقدار از اعداد فوق مقادیر قابل قبول b حساب شده ودر نتیجه مسئله‌دارای جوابهای‌زیرمی‌باشد

$N=207$ و ۲۱۲ و ۲۳۶ و ۲۴۲ و ۲۴۴ و ۲۴۵ و ۲۶۱ و ۲۶۸ و ۲۷۵ و ۲۷۹ و ۲۸۴ و ۲۹۲

حل مسئلهٔ ۱۷۰۹ ـ در مثلث ABC اندازهٔ زاویهٔ C برابر 120° است (درچاپ صورت مسئله اشتباه شده و 60° ذکر شده است) به‌ضلع BC ودرخارج مثلث ، مثلث‌متساوی‌ـ الاضلاع BCE را می‌سازیم. نیمساز CD با BE موازی بوده و بنا بر رابطهٔ تالس داریم .

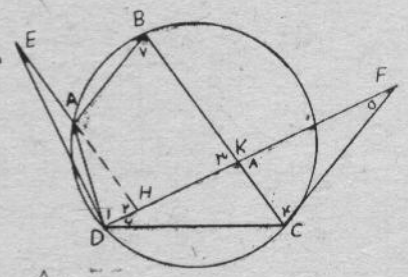


$$\frac{BE}{CD}=\frac{AE}{AC}=\frac{AC+CE}{AC}=1+\frac{BC}{AC}$$

از تقسیم طرفین رابطه بر BC حاصل خواهد شد

$$\frac{1}{CD}=\frac{1}{CA}+\frac{1}{CB}$$

حل مسئلهٔ ۱۷۱۰ـ AE را امتداد می‌دهیم تا DF را در H قطع کند مطابق شکل و طبق مفروضات مسئله داریم



$$\hat{H}_2=\hat{K}_3=\hat{K}_8$$

$$\hat{C}_4+\hat{F}+\hat{K}_8=\hat{C}_4+\hat{F}+\hat{H}_2=180^\circ$$

$$\hat{B}+\hat{D}_1+\hat{D}_6=180^\circ$$

$$\hat{C}_4+\hat{F}+\hat{H}_2=\hat{B}+\hat{D}_1+\hat{D}_6$$

(دنباله در صفحهٔ بعد)

حل مسائل نمونه

بعد از انتشار شمارهٔ ۱۰ نامه‌ای به امضاء «معلم» راجع به حل مسئلهٔ شمارهٔ ۱۶۶۲ مذکور درشمارهٔ مزبور دریافت‌شد. این همکار محترم چنین نوشته است :

راه حلهایی که برای حل مسئلهٔ هندسهٔ نمونهٔ کلاس‌چهارم ریاضی (شمارهٔ ۱۰ـ ص ۲۸) آورده بودید به دل من‌نچسبید . معلمی قدیمی و مدتی از کار درس و بحث برکنارم . کوشیدم وراه حل‌مناسبتری به‌نظرم رسید که‌آن رابرای مجله می‌فرستم،

مسئله‌ـدرداخل‌مربع ABCD نقطهٔ E چنان‌انتخاب‌شده است‌که اندازهٔ هر یك از دوزاویهٔ ADE وDAE برابر ۱۵ درجه است . ثابت‌کنید‌که مثلث AEC متساوی‌الاضلاع است

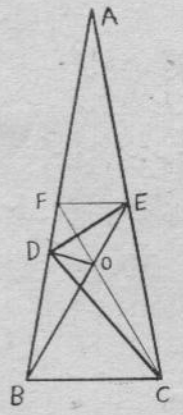
راه حل : برضلع BC از مربع و در داخل‌آن بیش از یك مثلث متساوی‌الاضلاع نمی‌توان ساخت ، فرض می‌کنیم این مثلث BFC باشد. بدیهی است‌که F و E هردو بر دو عمود منصف دو قاعدهٔ مربع واقعند و نیز آشکار است‌که مثلث FCD متساوی‌الساقین وزاویهٔ FDC ازآن ۷۵° است . زاویهٔ EDC نیزبه فرض ۷۵° است .بنابراین وبه ناچار E وF بریکدیگر منطبق خواهند بود و مثلث BEC که‌چیزی جز مثلث BFC نیست متساوی‌الاضلاع خواهد بود .

حل یك مسئلهٔ جالب
برای دانش آموزان کلاسهای چهارم

حل از : محمدعلی شیخان

قرار بود حل این مسئله و چند مسئلهٔ دیگر که توسط آقای شیخان تهیه شده است در یکان سال چاپ شود . اما چون تاکنون چندین ده‌نامه‌داشته‌ایم که‌نویسندگان‌آنها حل‌این‌مسئله‌را خواستاربوده‌اند، حل این مسئله دراین شماره درج گردید . راهٔ حلی مشابه با راه حل ذیل توسط ناشناسی که هویت خود راروی‌ورقه ننوشته است‌یك هفته قبل‌واصل‌شده‌است.

۲۲۰۷ ـ مثلث متساوی‌الساقین ABC که درآن AB=AC و زاویهٔ A=۲۰° است مفروض است . نقاط D و E را به ترتیب بر اضلاع AB و AC چنان انتخاب می‌کنیم‌که اندازهٔ زاویهٔ BCD برابر با ۵۰° و اندازهٔ زاویهٔ CBE برابر با ۶۰° باشد . ثابت کنید اندازهٔ زاویهٔ BED برابر با ۳۰° است .



حل : قبلاملاحظه‌می‌کنیم‌که

$\hat{ABC}=\hat{ACB}=۸۰°$ و

$\hat{BDC}=\hat{BCD}=۵۰°$ و

$\hat{EBC}=۶۰°$

EF را موازی با BC می‌کشیم . چنانچه O محل تلاقی دو قطر ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین BCEF باشد مثلثهای OBC وOEF متساوی‌الاضلاع می‌باشند وداریم

$OB=OC=BC=BD$

از آنجا :

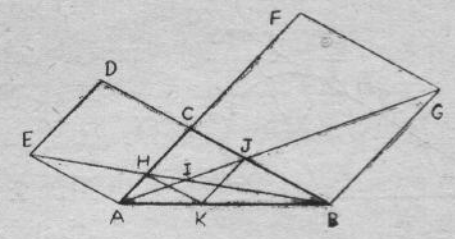
بقیه از صفحهٔ قبل

$\hat{B}=\hat{C}_۴$ و $\hat{D}_۶=\hat{F}$ $\rightarrow$ $\hat{D}_۱=\hat{H}_۲$

و نتیجه می‌شود مثلث ADH متساوی‌الساقین باشد یعنی AD=AH و چون AE=AD پس در مثلث DEH که میانهٔ AD با نصف‌ضلع EH مساویست زاویهٔ EDH قائمه‌است

پاسخ درست رسیده از : حسین نعمتی .

حل مسئلهٔ ۱۷۱۱ ـ ازJ موازی با AC رسم‌می‌کنیم



که AB را در K قطع می کند و HK را وصل می‌کنیم بسادگی ثابت می‌شود که چهار ضلعی CHKJ لوزی است.

دو مثلث JAK و JCK معادلند (در قاعده مشترك و دارای ارتفاعات متساویند) و همچنین دو مثلث HKB و HKC نیزمعادلندبنابراین مساحت لوزی CHKJ با مجموع مساحتهای دو مثلث AKJ و BKH مساویست و چون از مساحت لوزی و همچنین از مجموع مساحتهای دو مثلث مزبور ، مساحت HKIJ را کم کنیم نتیجه می‌شود که مساحت CHIJ با مساحت AIB مساوی می‌باشد .

تبصره ـ در حالت خاصی‌که مثلث ABC در زاویهٔ C قائمه باشد می‌توان اثبات را ساده‌تر بیان داشت .

$\widehat{BDO}=۸۰^\circ$ و $\widehat{DOC}=۱۴۰^\circ$ و $\widehat{FDO}=۱۰۰^\circ$

و نتیجه می‌شود اندازهٔ هر یك از دو زاویهٔ DOF و DFO برابر با ۴۰ درجه بوده‌و دو مثلث DOE و DEF بـرابر باشند. بنابراین اندازهٔ هر یك ازدو زاویهٔ DEO و DEF برابر با ۳۰ درجه است .

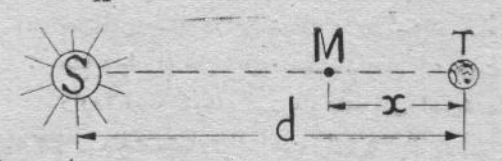
یك مسئله ازمواردا ستعمال مشتق

برای کلاسهای پنجم

۲۲۰۸ـ به فرض اینکه S نمایش خورشید ، T نمایش زمین و M نمایش یك قمر مصنوعی واقع در مسیر ST باشد ؛ فاصلهٔ زمین وخوشید را با d و فاصلهٔ زمین ومـاه مصنوعی را با x و جرم‌های خورشید و زمین و ماه مصنوعی را به ترتیب با M و m و m′ نمایش دهیم . مقدار x چقدر باشد تا شدت جاذبهٔ خورشید وزمین نسبت به قمر مصنوعی مجموعاً مینیموم باشد

حل ـ بنابر قانون نیوتون شدت جاذبهٔ زمین نسبت به قمر مصنوعی عبارتست از :

$$f=K\frac{mm'}{x^۲}$$



و شدت جاذبهٔ خورشید نسبت به قمر مصنوعی عبارتست از

$$f'=K\frac{Mm'}{(d-x)^۲}$$

اگر $y=f+f'$ باشد داریم

$$y=Km'\left[\frac{m}{x^۲}+\frac{M}{(d-x)^۲}\right]$$

$$y'=Km'\left[\frac{-۲m}{x^۳}+\frac{۲M}{(d+x)^۳}\right]$$

مقدار مشتق وقتی صفر شده و از منفی بـه مثبت تغییر عـلامت می‌دهد که داشته باشیم

$$\frac{m}{x^۳}=\frac{M}{(d-x)^۳} \text{ یا } \frac{(d-x)^۳}{x^۳}=\frac{M}{m} \text{ یا}$$

$$\frac{d-x}{x}=\frac{\sqrt[۳]{M}}{\sqrt[۳]{m}}$$

واز این رابطه نتیجه خواهدشد

$$x=\frac{d\sqrt[۳]{m}}{\sqrt[۳]{M}+\sqrt[۳]{m}}$$

تبصرهٔ ۱ـ علامت مشتق باتشکیل جدول مربوطه مشخص می‌شود و می‌توان با استفاده از علامت مشتق دوم (برنامهٔ کلاس ششم ریاضی) درازاء مقدار x ریشهٔ مشتق اول ، معلوم کرد که تابع درازاء این مقدار از x می‌نیمم می‌باشد .

تبصرهٔ ۲ـ مقصود از مجموع که در مسئلهٔ بالا به‌کاررفته است غیر از منتجهٔ شدتهای جاذبه می‌باشد .

(نقل از مجموعهٔ علمی « دروس ومسائل » چاپ فرانسه)

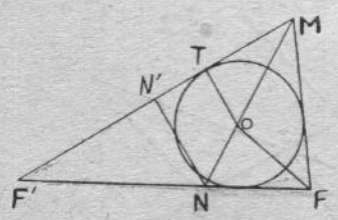
یك مسئله ازمخروطات

برای کلاس ششم ریاضی

حل مسئلهٔ ۱۶۹۶ ـ تصویر طول قائم در هـر نقطهٔ بیضی برشعاع حامل آن نقطه مقداری است ثابت (مقصود ازطول قائم قسمتی است ازآن که بین نقطهٔ تقاطعش بابیضی و تقاطعش بامحور کانونی محصورمی باشد)

فرستندهٔ حل : حشمت‌الله امینی دانش آموز ششم ریاضی
دبیرستان امیرکبیر تویسرکان
محمود عجمی فارغ‌التحصیل ششم‌ریاضی

فرض می‌کنیم M نقطهٔ دلخواهی از بیضی با کانونهای F و F′ و N نقطهٔ تلاقی قائم نقطهٔ M با FF′ باشد . تصویر N را بر MF′ به N′ و مرکز دایرهٔ محاطی داخلی مثلث MFF′ را به O و نقطهٔ تماس این دایره را با MF′ بـه T نمایش می‌دهیم .مسلم است که O بر MN قراردارد. می‌دانیم که



$$MT=\frac{۱}{۲}(MF+MF'+FF')-FF'=$$

$$=a+c-۲c$$

$$MT=a-c$$

از تشابه دو مثلث MOT و MNN′ داریم

$$\frac{MN'}{MT}=\frac{MN}{MO} \qquad (۱)$$

و بنـابـر خـاصیت نیمساز ، در دو مثلث MF′N و MFN داریم

$$\frac{NO}{MO}=\frac{F'N}{F'M}=\frac{NF}{MF}=\frac{NF'+NF}{F'M+MF}=\frac{c}{a}$$

$$\frac{NO+MO}{MO}=\frac{a+c}{a} \quad \text{یا} \quad \frac{MN}{MO}=\frac{a+c}{a} \qquad (۲)$$

از مقایسهٔ تناسبهای (۱) و (۲) به دست می‌آید :

$$\frac{MN'}{a-c}=\frac{a+c}{a} \quad \text{و} \quad MN'=\frac{a^۲-c^۲}{a}$$

$$MN'=\frac{b^۲}{a}$$

یك مسئلهٔ جالب
از حساب استدلالی

حل مسئلهٔ ۱۷۰۱ـ دانش آموزی با ۹ رقم از ۱ تا ۹ یك عدد نه رقمی نوشت . آنگاه هر رقم را در رقم سمت راست خودش ضرب کرد . بدین ترتیب ۸ حاصل ضرب به دست آمد. دانش‌آموز عدد نه رقمی را چگونه بنویسد تا مجموع هشت حاصل ضرب حاصل ماکزیمم باشد .

حل ـ فرض می‌کنیم S_n نمایش یك رشته اعداد شامل n جمله و به‌صورت زیر باشد

$$(۱) \qquad n-r \text{ و } \ldots \text{ و } A=n-a \text{ و}$$

$$B=n-a-b \text{ و } \ldots \text{ و } n-s$$

و فرض می‌کنیم $S_{n+۱}$ از قراردادن جملهٔ $n+۱$ بین جمله‌های A و B از S_n به‌دست آید . چنانچه در رشته‌های S_n و $S_{n+۱}$ هریك از جمله‌ها را در جملهٔ سمت راست خود ضرب کرده و مجموع حاصل ضربها را به ترتیب E_n و $E_{n+۱}$ بنامیم داریم:

$$E_{n+۱}=E_n-AB+(n+۱)(A+B)$$

که پس از اختصار به صورت زیر درمی‌آید

$$(۲) \quad E_{n+۱}=E_n+n^۲+۲n-$$
$$-(a^۲+ab+۲a+b)$$

رابطهٔ (۲) نشان می‌دهد که $E_{n+۱}$ وقتی ماکزیمم است که a و b هر کدام می‌نیمم باشند. در ازاء $b=۰$ داریم $A=B$ بنابراین $a=۰$ و $b=۱$ اختیار می‌کنیم و نتیجه می‌گیریم که :

اولا E وقتی ماکزیمم است که در رشتهٔ S_n جملهٔ $n+۱$ بین دوجملهٔ $n-۱$ و n واقع شود . جملهٔ n بین جمله‌های $n-۲$ و $n-۱$ و ...

چنانچه S_n شامل اعداد از ۱ تا n باشد ، درصورتیکه n زوج باشد داریم .

$$S_n : ۱ \text{ و } \ldots \text{ و } n-۱ \text{ و } n \text{ و } n-۲ \text{ و } \ldots \text{ و } ۲$$

و چنانچه n فرد باشد داریم

$$S_n : ۱ \text{ و } \ldots \text{ و } n-۱ \text{ و } n \text{ و } n-۲ \text{ و } \ldots \text{ و } ۲$$

مثلا در مورد $n=۲$ داریم : ۲ و ۱

در مورد $n=۲$ داریم : ۲ و ۳ و ۱

و در مورد $n=۹$ داریم :

$$S_۹ : ۱ \text{ و } ۳ \text{ و } ۵ \text{ و } ۷ \text{ و } ۹ \text{ و } ۸ \text{ و } ۶ \text{ و } ۴ \text{ و } ۲$$

ثانیاً ـ باتبدیل n به $n-۱$ اتحاد(۲)به صورت زیر درمی‌آید

$$E_n=E_{n-۱}+n^۲-۲$$

و از این رابطه با معلوم بودن $E_{n-۱}$ مقدار E_n حساب می‌شود . مثلا :

$$E_۲=۱\times۲=۲ \text{ و } E_۳=۲+۳^۲-۲=۹ \text{ و } \ldots$$

$$E_۹=۲۶۸$$

یك مسئلهٔ کلی

آقای محمدشریف زاده (فعلا دانش آموز کلاس پنجم ریاضی) چندماه قبل باارسال حل این مسئله متذکرشده بود که دریکی ازحل‌المسائلها ، راه‌حل این مسئله توأم با دواشتباه فاحش چاپ شده است . وخواسته بودکه این موضوع درمجله یادآوری شود . با تهیهٔ حل‌المسائل مورد نظر ، وجود اشتباههای اشاره شده درآن مسلم‌شد. راه حل ارسالی آقای شریف زاده ذیلا چاپ می‌شود .

۲۲۰۹ ـ مجموع n جملهٔ زیر را حساب کنید .

$$S_n=\frac{۱^۴}{۱\times۳}+\frac{۲^۴}{۳\times۵}+\frac{۳^۴}{۵\times۷}+\cdots$$
$$+\frac{n^۴}{(۲n-۱)(۲n+۱)}$$

حل ـ خارج قسمت تقسیم $n^۴$ بر $(۲n-۱)(۲n+۱)=۴n^۲-۱$ برابر است با $\frac{n^۲}{۴}+\frac{۱}{۱۶}$ و ماندهٔ تقسیم برابر $\frac{۱}{۱۶}$ می‌باشد پس می‌توانیم بنویسیم .

$$\frac{n^۴}{(۲n-۱)(۲n+۱)}=\frac{n^۲}{۴}+\frac{۱}{۱۶}+$$
$$+\frac{۱}{۱۶(۲n-۱)(۲n+۱)}$$

فرض می‌کنیم

$$\frac{۱}{(۲n-۱)(۲n+۱)}=\frac{A}{۲n-۱}+\frac{B}{۲n+۱}$$

مسائل برای حل

(مهلت قبول پاسخ تا آخر اسفند ۱۳۴۳ ـ دانش آموزان هر کلاس از ارسال مسائل کلاس ما قبل خود داری نمایند .)

کلاس چهارم طبیعی

۲۲۱۰ ـ با فرض $2y=x-z$ صحت تساوی زیر را محقق کنید

$$\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+y}}+\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{z+y}}=\frac{2}{\sqrt{z+y}+\sqrt{x+y}}$$

(حافظی دبیر دبیرستان بنیس)

۲۲۱۱ـ دستگاه سه معادلهٔ سه مجهولی زیر را حل کنید

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ ax+by+cz=0 \\ a^2x+b^2y+c^2z=0 \end{cases}$$

(فرستنده : مصطفی گودرزی طائفه)

۲۲۱۲ ـ زاویهٔ xoy و نقطهٔ P واقع در داخل آن مفروض است . از P قاطعی رسم می‌کنیم تا ox را در A و oy را در B قطع کند و عمودهای AH و BK را بر OP رسم می‌کنیم .

۱) ثابت کنید دایره‌های محیطی دو مثلث AHP و BKP بریکدیگر مماس بوده وهر یك ازآنها بر نقطهٔ ثابتی می‌گذرند . این دو نقطهٔ ثابت را تعیین کرده E و F بنامید.

۲) ثابت کنید دایره‌ای که برسه نقطهٔ E و O و F

بقیه از صفحهٔ قبل

و نتیجه خواهد شد $B=-\frac{1}{2}$ و $A=\frac{1}{2}$ و داریم

$$\frac{n^4}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n^2}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32(2n-1)}-\frac{1}{32(2n+1)}$$

دراتحادبالابه‌جای n به ترتیب‌مقادیر ۱و۲و...وnراقرارمی‌دهیم

$$\frac{1^4}{1\times3}=\frac{1^2}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}-\frac{1}{32\times3}$$

$$\frac{2^4}{3\times5}=\frac{2^2}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32\times3}-\frac{1}{32\times5}$$

$$\frac{3^4}{5\times7}=\frac{3^2}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32\times5}-\frac{1}{32\times7}$$

$$\vdots$$

$$\frac{n^4}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n^2}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32(2n-1)}-\frac{1}{32(2n+1)}$$

چنانچه طرفین رابطه‌های بالا را عضو به عضو باهم‌جمع کنیم حاصل خواهد شد .

$$S_n=\frac{1}{4}(1^2+2^2+3^2+\dots+n^2)+\frac{n}{16}+\frac{1}{32}-\frac{1}{32(2n+1)}$$

می‌دانیم که :

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

بنابراین :

$$S_n=\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}+\frac{n}{16}+\frac{1}{32}-\frac{1}{32(2n+1)}$$

$$S_n=\frac{n(n+1)(n^2+n+1)}{6(2n+1)}$$

می‌گذرد بر P نیز خواهد گذشت .

۳) دایرهٔ (C) را رسم می‌کنیم که مرکزش بر AB واقع بوده از P گذشته و بر Ox مماس باشد چنانچه فاصلهٔ P از Ox برابر با a و اندازهٔ زاویهٔ ABO برابر ۱۲۰° باشد . طول شعاع دایرهٔ (C) را برحسب a حساب کنید .

(محمد مشکین فام ـ ششم ریاضی دبیرستان شاهپور شیراز)

۲۲۱۳ـ درمثلث ABC تفاضل دوزاویهٔ B و A برابر ۹۰° است (B>A) عمود منصف ضلع BC ضلع AC را در M قطع می‌کند . ثابت کنید

$$\overline{AC}^2+\overline{AB}^2=2AC\cdot AM$$

(یدالله ارضی ششم ریاضی دبیرستان صمصامی اراك)

کلاس چهارم ریاضی

یك مسئله ازجمله مسائل امتحان جبر کلاس چهارم ریاضی دبیرستان فردوسی رضائیه

دبیر : رحیمی افشار ـ فرستنده : فریدون امین زاده

۲۲۱۴ـ به ازاء چه مقادیر a و b عبارت ax^4+bx^3+1 بر $(x-1)^2$ بخش پذیر است

سه مسئله ازجمله مسائل امتحان جبر ثلث اول کلاس چهارم ریاضی دبیرستان اندیشه ـ دبیر : پرویز شهریاری

۲۲۱۵ـ عبارت x^3+x^2-x+11 را برحسب قوای نزولی $2x-1$ منظم کنید

۲۲۱۶ـ معادلهٔ زیررا حل کنید

$$\sqrt{x+3a}+\sqrt{x-a}=2\sqrt{a}$$

۲۲۱۷ـ اگر $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$ باشد ثابت کنید

$$fff(x)=(x)$$

۲۲۱۸ـ مطلوبست حل دستگاه دومعادلهٔ دومجهولی زیر

$$\begin{cases}\sqrt{2(2+\sqrt{3})^{x-y}}=1-\sqrt{3}\\ \sqrt{2(5-2\sqrt{6})^{x^2-2y+2}}=2+\sqrt{6}\end{cases}$$

(فرستنده منصور حسنی ـ پنجم ریاضی دبیرستان پهلوی کرمان)

۲۲۱۹ـ دو دایرهٔ متساوی به‌شعاع R بریکدیگر مماسند. دایره‌ای رسم می‌کنیم که بر هر دوی آنها و بر مماس مشترك خارجی آنها مماس باشد . شعاع این دایره را برحسب R حساب کنید .

(ترجمه توسط : هوشنگ شریف زاده)

۲۲۲۰ـ مثلث ABC مفروض است . ارتفاع AH را رسم می‌کنیم . مطلوبست تعیین دونقطهٔ M و N بر ضلع BC به طوری‌که رابطهٔ زیر بر قرار باشد

$$\frac{CN\cdot HM}{HN\cdot BM}=\frac{AC}{AB}$$

(حافظی)

دو مسئله از مسائل امتحان هندسهٔ چهارم ریاضی دبیرستان فردوسی رضائیه

دبیر : محمد حسین پرتوی ـ فرستنده : فریدون امین‌زاده

۲۲۲۱ ـ از نقطهٔ تقاطع دو دایره قاطعی چنان رسم کنید که نسبت وترهای حادث در دو دایره برابر با K باشد.

۲۲۲۲ـ ثابت کنید خطی که ازیك رأس لوزی به وسطهای دو ضلع مقابل وصل شود قطر لوزی را به سه قسمت متساوی تقسیم می‌کند .

۲۲۲۳ـ دوعدد مثبت a و b را چنان تعیین کنید که جمله‌های $a+2b$ و $2a+b$ تصاعد حسابی و جمله های $(b+1)^2$ و $ab+5$ و $(a+1)^2$ تصاعدهندسی تشکیل دهند.

در صورتی‌که آخرین جملهٔ هر یك از دو تصاعد فوق از ۱۰۰۰۰ کمتر باشد تعداد جمله‌های هر یك را تعیین کنید .

(مجله ریاضیات مقدماتی)

دو مسئله از مسائل امتحان متمم حساب چهارم ریاضی دبیرستان فردوسی رضائیهٔ

دبیر : پرتوی ـ فرستنده : امین زاده

۲۲۲۴ ـ اگر $y=5x+8$ باشد مطلوبست محاسبهٔ مجموع مقادیر y وقتی‌که x کلیهٔ مقادیر صحیح از ۱ تا ۳۰ را بگیرد :

۲۲۲۵ـ اگر مانتیس لگاریتم ۴۲ برابر با ۱۷۶۵۰ر۰ باشد عدد 42^{42} چند رقم خواهد داشت .

۲۲۲۶ـ ترنی باسرعت ساعتی ۶ کیلومتر از ایستگاه تهران به مقصد خرمشهر حرکت کرد . اگر این ترن درساعت دوم حرکت ، سرعتش ۱۰ کیلومتر ودرساعت سوم ۱۴ کیلومتر درساعت باشد وبه همین ترتیب هر ساعت ۴ کیلومتر بر سرعتش افزوده شود وقتی‌که سرعت آن ازحد مجاز تجاوز می‌نماید چند ساعت در راه بوده وچه مسافتی را پیموده است . حداکثر سرعت مجاز در راه‌آهن ایران ۷۰ کیلومتر در ساعت می‌باشد .

(علی جزء بیات دانشجوی دانشسرای عالی صنعتی)

۲۲۲۷ـ به فرض اینکه a و b و c و h به ترتیب اندازه‌های اضلاع زاویهٔ قائمه و ارتفاع وارد بر وتر از یك مثلث قائم ـ الزاویه باشند صحت تساوی زیر را محقق کنید

$$\log(a-2h)-2\log(b+c)a^{-1}=$$
$$2\log(b-c)-\log(a+2h)$$

(حسین یوسفی آذری‌نژاد)

۲۲۲۸ـ آونگی که‌عبارت از گلولهٔ سنگینی‌است به‌انتهای ریسمانی به طول ۲ متربسته شده است و به‌حالت معلق در وضع شاغولی قرار دارد. گلوله را با دست به‌طرف راست حرکت می‌دهیم(طوری که ریسمان کشیده باشد) تازاویهٔ ریسمان‌درحالت جدید باوضع شاغولی 30° باشد ودراین حال گلوله راآزادانه رهامی‌کنیم. واضح است که گلوله از خط‌شاغولی به‌چپ‌وراست نوسان می‌کند. چنانچه مسافتی راکه گلوله در هرطرف خط شاغولی می‌پیماید ۱ر. کمترازمسافتی باشدکه بلافاصله‌درطرف دیگرپیموده‌است، تعیین کنید وقتی گلوله‌به‌حالت سکون‌درمی‌آید چه‌مسافتی را پیموده است.

(ج. شمس‌آوری)

کلاس پنجم طبیعی

۲۲۲۹ـ دوتابع $y_1=f(x)$ و $y_2=f(x)+x$ مفروض است. دونقطهٔ M_1 و M_2 باطول مشترك a رابه‌ترتیب برمنحنی‌های‌نمایش هندسی دوتابع درنظر می‌گیریم.

۱) ثابت کنید که مماس برمنحنی تابع y_1 در M_1 و مماس برمنحنی تابع y_2 در M_2 یکدیگر راروی محور $y'y$ قطع می‌کنند.

۲) خطی‌که از M_1 موازی با $x'x$ رسم‌شود محور $y'y$ را در N قطع می‌کند. زاویهٔ خط NM_2 را بامحور $x'x$ تعیین کنید.

۲۲۳۰ـ به‌فرض $\cos(a+\frac{3\pi}{3})=\frac{5}{13}$ و $tg(\frac{b}{2}+\frac{\pi}{2})=-3$ و a و b کمانهای حاده باشند

۱) خطوط مثلثاتی‌دوکمان a و b راحساب کنید.

۲)مقدارعبارت $S=\cos 2a+tg(a-b)-\cos(a+b)$ را به‌دست آورید.

کلاس پنجم ریاضی

۲۲۳۱ـ تابع $y=\sqrt{x^2-mx+4}$ مفروض است.

۱) حدود m را معین کنیدبرای آنکه تابع درازاءجمیع مقادیر x معین باشد.

۲) درازاء چه‌مقدار m نمایش‌هندسی‌تابع ازخط‌مستقیم تشکیل شده است.

۳) درازاء $m=\mp 4$ نمایش هندسی تابع راکه‌عبارت ازدوخط شکسته است رسم کنید.

۴) ناحیه‌هایی ازصفحهٔ‌محورهای مختصات را تعیین کنید که به‌ازاء مختصات‌نقاط‌آنها نامساوی $y<\sqrt{x^2\mp 4x+4}$ برقرار باشد.

(قوام نحوی ـ اهواز)

۲۲۳۲ـ مقوایی به‌شکل مربع به‌ضلع a در دست است. ازچهارگوشهٔ آن چهارمربع مساوی جداکرده و با باقیمانده یك‌جعبه می‌سازیم. ضلع مربعهای جداشده چگونه انتخاب شود تاگنجایش جعبهٔ حاصل‌ماکزیمم باشد.

۲۲۳۳ـ سیمی به‌طول l را به‌دوقسمت تقسیم می‌کنیم. قسمت اول آنرا به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع و قسمت دوم را به شکل دایره در می‌آوریم. طول هرقسمت چه‌مقدار انتخاب شود تامجموع مساحتهای مثلث ودایره‌می‌نیمم باشد.

(مهدی‌غفاری ـ دانشجوی‌دانشگاه تکزاس‌آمریکا)

۲۲۳۴ـ تابع $y=(\cos x-\sin x)(2\sin 2x+1)$ مفروض است. ثابت‌کنیدکه روابط زیربین‌تابع ومشتقات‌متوالی آن‌برقرار است:

$$1)\quad y+3^{-2}y''+3^{-4}y^{(4)}+\dots+3^{(-2n)}y^{(2n)}=0$$

$$2)\quad \frac{y}{y'}=\frac{y''}{y^{(3)}}=\frac{y^{(4)}}{y^{(5)}}=\dots=\frac{y^{(n-1)}}{y^{(n)}}$$

(حسن تاهباز صالحی ـ پنجم‌ریاضی دبیرستان هدف۱)

دومسئله از مسائل امتحان مثلثات ثلث اول دبیرستان خرد

دبیر: صدیق‌آراء ـ فرستنده: رمضانعلی صفائی

۲۲۳۵ـ صحت تساوی زیررا مثلث‌کنید.

$$(1-tg\alpha)^2+(1-cotg\alpha)^2=(\sec\alpha-\sec\alpha)^2$$

۲۲۳۶ـ معادلهٔ زیررا حل‌کنید وجوابهای کلی x آن‌را تعیین کنید.

$$\sin^3 x-\cos^3 x=\sin x$$

۲۲۳۷ـ ثابت‌کنید که‌ازهریك از دو رابطهٔ زیر رابطهٔ دیگر نتیجه می‌شود.

$$1)\quad \cos\theta=\frac{\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma+\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}{1+\cos\alpha\cos\beta+\cos\beta\cos\gamma+\cos\gamma\cos\alpha}$$

$$2)\quad tg\frac{\theta}{2}=\mp tg\frac{\alpha}{2}\,tg\frac{\beta}{2}\,tg\frac{\gamma}{2}$$

(حسن تاهباز صالحی)

۲۲۳۸ـ مطلوبست اثبات تساوی زیر

$$tg30^\circ tg27^\circ + tg27^\circ tg33^\circ + tg33^\circ tg30^\circ = 1$$

(امیدعلی کرمزاده ـ مسجدسلیمان)

۲۲۳۹ـ G مرکز ثقل مثلث BCD بوده و AG بر صفحهٔ BCD عمود است. صحت رابطهٔ زیر را ثابت کنید.

$$\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = \frac{1}{3}(\overline{DB}^2 - \overline{DC}^2)$$

(فرستنده: فیروز بایرامی ـ پنجم ریاضی دبیرستان ادیب)

۲۲۴۰ـ زاویهٔ AOB قائمه است و خطوط AP و BQ برصفحهٔ AOB عمودند. ثابت کنید:

$$\overline{PQ}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{OQ}^2 - 2AP \cdot BQ$$

(فرستنده ـ فیروز بایرامی)

۲۲۴۱ـ کنج سه‌وجهی Sxyz و دایرهٔ (O) واقع در وجه Sxy و نقطهٔ G واقع در فضای محصور کنج مفروضند.

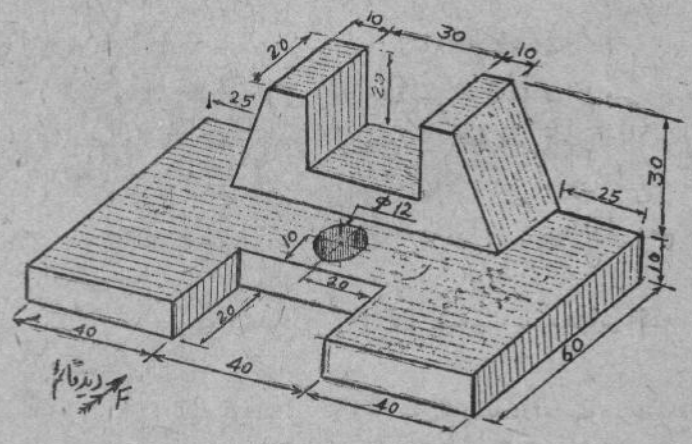
۱) مثلث ABC را طوری بسازید که رأسهای A و B به‌ترتیب بر یالهای Sx و Sz و رأس C بردایرهٔ (O) واقع بوده و G مرکز ثقل مثلث ABC باشد.

۲) درصورتی که AB ثابت فرض‌شود و C دایرهٔ (O) را بپیماید مکان هندسی G را تعیین کنید.

(حسین تهمتی ـ پنجم ریاضی)

(رسم فنی امتحان ثلث اول پنجم ریاضی دبیرستان خوارزمی ۲ـ دبیر: مهندس محمود خوئی)

۲۲۴۲ـ مطلوبست رسم تصویرقائم از دید F و تصاویر افقی ونیمرخ چپ با مقیاس ۱:۱، واحد میلیمتر



کلاس ششم طبیعی

۲۲۴۳ـ قطراطول A'A از یك بیضی با محور x'x موازی است. جهت از A' به A درجهت از x' به x و جهت B' به B همان جهت y' به y است (B'B قطر اقصر بیضی و F و F' کانونهای آن است).

درصورتی که معادلهٔ B'A به‌صورت $5y - 4x + 22 = 0$ ومعادلهٔ B'F به‌صورت $3y - 4x + 18 = 0$ وطول $FA = 2$ باشد مشخصات بیضی و معادلهٔ آن را تعیین کرده و آن را رسم کنید.

(ع. م)

۲۲۴۴ـ x کمانی است واقع بین‌صفر و 2π و α و β دو کمان حاده می‌باشند.

۱) از معادلهٔ زیر مقدار x را برحسب α و β به‌دست آورید.

$$\cos\alpha\cos\beta\sin^2 x - \sin(\alpha+\beta)\sin x\cos x + \sin\alpha\sin\beta\cos^2 x = 0$$

۲) اگر α و β ۲ جوابهای معادلهٔ $tg A - cotg A = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ باشند کمانهای x را که از معادلهٔ قسمت ۱) به‌دست آورده‌اید مشخص کنید.

(ع. م)

کلاس ششم ریاضی

۲۲۴۵ـ اولاجدول تغییرات ومنحنی (C) نمایش‌هندسی تابع $y = \frac{x^2 + 6x + 8}{x(x-2)}$ رارسم کنید.

ثانیاً با استفاده از جدول تغییرات منحنی (C) جدول تغییرات و منحنی (C') نمایش هندسی تابع

$$y = \frac{\sin^2 x + 6\sin x + 8}{\sin x(\sin x - 2)}$$

را رسم کنید.

ثالثاً حدود x را تعیین کنید برای اینکه نامساوی زیر برقرار باشد.

$$-15 \leqslant \frac{\sin^2 x + 6\sin x + 8}{\sin x(\sin x - 2)} \leqslant 1$$

(مجله ریاضیات مقدماتی)

۲۲۴۶ـ درصفحهٔ محورهای مختصات منحنی (C) نمایش هندسی تابع $y=\frac{1}{x^2}$ می‌باشد.

۱) منحنی (C) را رسم کنید. معادلهٔ مماس براین منحنی را در نقطهٔ M ازآن به‌طول معلوم a تشکیل دهید، مختصات K نقطهٔ تلاقی دیگر این مماس‌را با منحنی (C) برحسب a به‌دست آورید.

۲) به‌فرض اینکه $a>1$ و A نقطه‌ای به‌طول ۱ روی منحنی (C) باشد، S، مساحت سطح محصور بین وتر و کمان AM از منحنی را برحسب a حساب کنید ونشان دهید که S باحاصل‌ضرب $(a-1)^3$ در عرض نقطهٔ M نسبت ثابت دارد.

۳) ثابت کنید که در ازاء همهٔ مقادیر a و λ منحنی (P) نمایش هندسی تابع

$$y=\frac{3}{a^2}-\frac{2x}{a^3}+\lambda(x-a)^2$$

برمنحنی (C) در نقطهٔ M به‌طول a مماس است. معادلهٔ درجهٔ دومی تشکیل دهید که ریشه‌هایش طولهای نقاط M' و M'' نقاط تلاقی دیگر دومنحنی (C) و (P) باشد. در ازاء $a=1$ و $\lambda=-1$ منحنی (P) را در همان شکل منحنی (C) رسم کنید.

(سؤال امتحان نهائی دکار ۱۹۶۴)

۲۲۴۷ـ مطلوبست حل معادلهٔ زیر:

$$(1-n)\sin(x+\frac{\pi}{6})+2\sqrt{n}\sin(\frac{\pi}{3}-x)+$$
$$+(1+n)\sin(9x-\frac{\pi}{3})=0$$

(فرستنده: محمدرضا طبیب‌زاده، دبیرستان البرز)

۲۲۴۸ـ به‌فرض اینکه A و B و C زاویه‌های مثلثی باشند دستگاه زیررا حل کنید.

$$\begin{cases}\sin A+\sin B+\sin C=\frac{3+\sqrt{3}}{2}\\ \cos A+\cos B+\cos C=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$

(سیدجعفر وفابخش)

۲۲۴۹ـ ثابت کنید که درهرمثلث، اگریکی از دورابطهٔ زیر برقرار باشد دیگری نیز برقرار خواهد بود.

$$A=2B \quad \text{و} \quad a^2=b(b+c)$$

(E.P.M.)

۲۲۵۰ـ عددی شش‌رقمی چنان تعیین کنید که اگرسه‌رقم سمت‌چپ آن‌را در سمت راست قراردهیم وعدد به‌دست‌آمده را برعددی که ازسه رقم سمت راست عدد مفروض تشکیل شده است بیفزاییم حاصل به اندازهٔ ۱۱۹۸۸ ازعدد مفروض بزرگتر باشد.

(احمد گلبابائی)

۲۲۵۱ـ عدد به فرم $N=\overline{abc}$ را چنان تعیین کنید که $(a+b)^3=c+b$ بوده وباقیمانده‌های تقسیم N براعداد ۳و۵و۷ به‌ترتیب ۱و۳و۵ باشد.

(خسروموحد ـ چهارم ریاضی دبیرستان ادیب)

۲۲۵۲ـ مطلوبست تعیین عدد چهاررقمی $\overline{mcdu}$ بنابر-آنکه داشته باشیم.

$$\overline{md}+5(10m+1)=\overline{(2c)(u-3)}+3u$$

(سیدمحمدعلی جواهریان ـ دانشجوی فنی)

۲۲۵۳ـ عدد $N=2^n\times p$ داده شده است که در آن n عدد صحیح ومثبت دلخواه وp یك‌عدد اول می‌باشد.

۱) مقسوم علیه‌های عدد N راکه شامل او خود N نیز هست ترتیب دهید، و مجموع همهٔ این مقسوم‌علیه‌هارا برحسب N وp حساب کنید.

۲) چه رابطه بین n وp باید برقرار باشد تاعدد N برابر باشد با مجموع مقسوم علیه هایش به استثنای خود N؟ کوچکترین دوعدد N راکه‌جواب‌این‌سؤال است به‌دست‌آورید.

(E.P.M.)

۲۲۵۴ـ در مثلث ABC، H پای‌ارتفاع وارد برضلع BC، D وE به‌ترتیب تصویرهای H بر ضلعهای AB وAC P نقطهٔ تلاقی DE با BC می‌باشد. ثابت کنید:

$$\frac{PB}{PC}=\frac{HB^2}{HC^2}$$

چنانچه نسبت به دو ارتفاع BJ و CK به ترتیب فوق عمل شود نقطهٔ Q بر AC و نقطهٔ R بر AB به‌ست می‌آید. ثابت کنید که سه‌نقطهٔ P وQ وR بریك استقامتند.

(مجموعهٔ درس و مسئله)

۲۲۵۵ـ هذلولی (H) باکانونهای F و F' مفروض است. از یك نقطهٔ دلخواه P واقع بر محور غیر قاطع دومماس PT و PT' واز یك نقطهٔ دلخواه Q واقع بر محور قاطع و در خارج هذلولی دومماس QS و QS' را برهذلولی رسم می‌کنیم.

۱) ثابت کنید دوایر TPT' به یك دسته دوایر که مشخص می‌کنید تعلق دارند.

۲) ثابت کنیددوایر SQS' به یك‌دسته دوایرعمودبردسته دوایر ۱) تعلق دارند.

(مجموعهٔ درس ومسئله)

۲۲۵۶ـ تصویرهای دو نقطهٔ A و B بریکدیگر و بر مرکز کاغذ منطبق است ، بر نقطهٔ A افقیهٔ رقوم ۳ و بر نقطهٔ B افقیهٔ رقوم ۶ گذشته است . امتداد های H_3 و H_6 با محور اقصر کاغذ درجهت مثلثاتی به ترتیب زاویه‌های 70° و 40° می‌سازند. صفحهٔ P حاوی H_3 با AB زاویهٔ 30° می‌سازد و ترقی رقوم نقاط آن نسبت به H_3 از پائین به بالا است و صفحهٔ Q حاوی H_6 بر صفحهٔ P عمود است . یك مقیاس شیب از هر یك از دوصفحهٔ P و Q رسم کنید. Δ فصل مشترك دوصفحهٔ P و Q را تعیین کنید . عمود مشترك دوخط AB و Δ را رسم کنید .اگر H نقطهٔ تلاقی عمود مشترك مزبور با Δ باشد قطعه خط CD را برابر با AB و واقع بر Δ چنان تعیین کنید که H وسط CD باشد و چهار وجهی ABCD را مرئی و مخفی کنید .

(فیض مهدوی ششم‌ریاضی دبیرستان هدف ۱)

۲۲۵۷ـ از هروجه کنج سه قائمه‌ای امتداد مقیاس شیب (غیر مدرج) وملحض یك نقطه معلوم است ملحض رأس کنج را به دست آورید .

(فرشید سیروس ششم ریاضی دبیرسان هدف ۳)

مسائل متفرقه

۲۲۵۸ـ کارخانه‌ای دو نوع شیئی می‌سازد . نوع A و نوع B . و هریك از دو نوع از دوقسم یك ریالی و دو ریالی تشکیل می‌شود .کارخانه تصمیم دارد از اشیاء خود پاکتهایی تهیه کند که هر پاکت شامل N شیئی بوده و قیمت هرپاکت رویهم P ریال باشد و درهرپاکت از هرچهار قسم اشیاء به هرترتیب که میسر باشد ، وجود داشته باشد. به علاوه برای هر پاکت نکات زیر مراعات شده باشد .

الف ـ تعداد اشیاء نوع A از تعداد اشیاء نوع B کمتر نباشد .

ب ـ قیمت مجموع اشیاء نوع B از قیمت مجموع اشیاء نوع A بیشتر باشد

بافرض اینکه x و y و x' و y' بـه ترتیب تعداد اشیاء یك ریالی از A ، ۲ ریالی از A ، یك ریالی از B و ۲ ریالی از B موجود در هرپاکت باشد

۱) تمام روابط (تساوی یا نامساوی) موجود بین x و y و x' و y' و N و P را بنویسید برای آنکه شرایط ذکر شده بر قرار باشد . x' و y' را بر حسب N و P و x و y به دست آورید

۲) به فرض معلوم بودن N حدود مقادیر P را معلوم کنید و کوچکترین مقادیری را کـه P و N می توانند قبول کنند معلوم کنید

۳) به فرض اینکه P و N معلوم بوده و P درحدودقابل قبول واقع باشد، برای اینکه x و y جوابی از مسئله را مشخص کنند باید در نامساویهایی صدق کنند ،این نامساویها رابنویسید.

۴) بافرض $N=24$ و $P=33$ و x و y مختصات نقطه‌ای مانند M از صفحهٔ محورهای مختصات متعامد باشد ، M درچه ناحیه از صفحه باید واقع شود برای اینکـه مسئله دارای جواب باشد. تعداد پاکتهایی را که با ترکیبات مختلف می‌توان تشکیل‌داد و نوع ترکیب هر یك را به دست آورید .

(مجلهٔ تربیت ریاضی)

۲۲۵۹ـ اگر داشته باشیم

$$u=\frac{x}{y-z} \quad و \quad v=\frac{y}{z-x} \quad و \quad w=\frac{z}{x-y}$$

رابطه‌ای مستقل از x و y و z بین u و v و w به‌دست آورید .

(فرستنده : مصطفی گودرزی طائفه)

۲۲۶۰ـ به‌فرض $a^2+b^2=4ab$ ثابت کنید که‌عبارت

$$S=3ab(a+b)(x^3+x^2+x+1)$$

مجموع دو مکعب کامل است .

(حافظی)

۲۲۶۱ـ نواری به طول l و به ضخامت e مفروض است آن را دور استوانه‌ای به شعاع قاعدهٔ R می‌پیچیم . شعاع جدید استوانه را پس از پیچدن نوار پیدا کنید . هرگاه بخواهیم شعاع استوانه مقدار مفروض a شود با معلوم بودن e مقدار l را حساب کنید .

(بهروز پرهامی دانشجوی فنی)

۲۲۶۲ـ اگر a و a_1 و a_2 و ... و a_n اعداد مثبت و متمایز باشند ، نا مساوی زیر را ثابت کنید

$$\frac{1}{a}(a_1+a_2+\cdots+a_n)+a\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}\right)>2n$$

(ابراهیم صادقی اهری ، دبیر دبیرستانهای آباده)

۲۲۶۳ـ مجموع زیر را حساب کنید

$$S=2+6^2\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}\right)+6^4\left(\frac{4}{9}+\frac{9}{4}\right)+\cdots+6^{2(n-1)}\left(\frac{2n-1}{3n-1}+\frac{3n-1}{2n-1}\right)$$

(حافظی)

۲۲۶۴ـ دستگاه

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ xyz=1 \end{cases}$$

یك دسته جواب ($x=1$ و $y=1$ و $z=1$) را قبول می‌کند. کلیهٔ دسته‌های سه‌عددی ازاعداد جبری منطق را که در دستگاه بالا صدق می‌کنند تعیین کنید.

(مجلهٔ ریاضیات مقدماتی)

۲۲۶۵ـ ثابت کنید که اگر بین x و y و z رابطهٔ $x+y+z=xyz$ برقرار باشد، رابطهٔ زیر نیز بین آنها برقرار خواهد بود.

$$\frac{2x}{1-x^2}+\frac{2y}{1-y^2}+\frac{2z}{1-z^2}=\frac{8xyz}{(1-x^2)(1-y^2)(1-z^2)}$$

(فرستنده: قوام نحوی)

۲۲۶۶ـ در صورتیکه رابطه $x+y+z=xyz$ برقرار باشد، صحت رابطهٔ زیر را محقق کنید

$$(xy+yz+zx-1)^2=(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)$$

(حسن تاهباز صالحی ـ ۵ ریاضی دبیرستان هدف ۱)

۲۲۶۷ـ صحت تساوی زیر را محقق کنید

$$\operatorname{Arc}\cos\frac{a^2-b^2+(a^2+b^2)\cos x}{a^2+b^2+(a^2-b^2)\cos x}=2\operatorname{Arc}tg\left(\frac{b}{a}\,tg\frac{x}{2}\right)$$

(محمدعلی لنگرودی)

۲۲۶۸ـ اگر فرض کنیم $2\cos\alpha=a^m+a^{-m}$ و $2\cos\beta=a^n+a^{-n}$ ثابت کنید که

$$2\cos(\alpha+\beta)=a^{m+n}+a^{-m-n}$$

مسئله را تعمیم دهید

(فیروز بایرامی ـ پنجم ریاضی دبیرستان ادیب)

۲۲۶۹ـ نقطهٔ مشخص $A(a,b)$ را دردستگاه محورهای متعامد xoy درنظر می‌گیریم. از نقطهٔ A خط دلخواهی رسم می‌کنیم تا $x'x$ را در N قطع کند وآنرا ابتدا از N به‌اندازهٔ $NM=a$ و درجهت از A به N امتدادمی‌دهیم.

۱) معادلهٔ مکان هندسی نقطهٔ M را بیابید و آنرا رسم کنید.

۲) اگر a ثابت و b متغیر باشد ثابتهای منحنی‌های مکان را معلوم کنید

(احمدکهربائیان)

۲۲۷۰ـ در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC (زاویهٔ A قائمه) نقاط E و F روی اضلاع AB و AC چنان قرار دارند که

$$\frac{BE}{AE}=\frac{AF}{CF}=\frac{c^2}{b^2}$$

نقطهٔ H پای ارتفاع AH را به نقاط E و F وصل می‌کنیم. نیمسازهای زاویه‌های CAH و BAH خطوط HC و HF و BH و HE را به ترتیب در نقاط M و N و M' و N' قطع می‌کنند و از N و N' خطوطی به موازات AC و AB رسم می‌کنیم تا HC و HB را به ترتیب در P و Q قطع کنند. صحت رابطهٔ زیر را ثابت کنید

$$PC+HM'=BQ+HM$$

(حافظی)

۲۲۷۱ـ روی‌دایرهٔ (o) نقطهٔ M را چنان تعیین کنید که مجموع فواصل آن از دو نقطهٔ ثابت A و B واقع بردایره ماکزیمم باشد.

(جمشید امیغیان ـ دانشجوی علوم، اصفهان)

۲۲۷۲ـ در مثلث مفروض ABC نقطهٔ D را بر AC و نقطهٔ E را بر AB چنان تعیین کنید که $BE=ED=DC$ باشد.

(جمشید امیغیان)

۲۲۷۳ـ با استفاده از مسئلهٔ قبل مثلثی‌رسم کنید که‌زاویهٔ A ودو مجموع $a+b$ و $a+c$ از آن معلوم است

(این مسئله قبلا در نشریهٔ مهرگان چاپ شده است)

۲۲۷۴ـ مثلثی بسازیدکه با مثلث مفروض متشابه بوده و ضمناً با مربع مفروض معادل باشد.

(جمشید امیغیان)

کتابشناسی ملی

انتشارات ایران

درسال ۱۳۴۲

اولین کتاب از انتشارات کتابخانهٔ ملی شامل فهرست انتشارات ایران در سال ۱۳۴۲ هفته گذشته به‌ادارهٔ مجله واصل شد. به طوریکه از مقدمهٔ کتاب برمی‌آیدنه تنها ناشران کتب بلکه اغلب مدیران‌جراید ازارسال نشریهٔ‌خودبرای کتابخانه‌خودداری‌نموده‌اند. امیداست ادارهٔ کتابخانه‌ملی‌کار باارزشی‌راکه شروع‌نموده است همه ساله وبه صورت‌کاملتر دنبال نماید وبدین وسیله موجبات تشویق ناشران را در ارسال انتشارات خود برای کتابخانه فراهم بیاورد. درهرحال، اقدام تازهٔ کتابخانهٔ «ملی» اقدام مؤثری درحفظ مطبوعات ایران می‌باشد.

اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها

تنظیم از : **ایرج ارشاقی**

۵ - جبر Algebra

Positive number	عدد مثبت	Evolution	ریشه گرفتن
Negative number	عدد منفی	Involution	به قوه رساندن
Round brackets	پرانتز	Power	توان ـ قوه
Parentheses	«	Square	مجذور
Square braekets	کروشه	Cube	مکعب
Brackets	«	Square root	جذر
Braces	آکولاد	Cube root	کعب
Monomial	یکجمله‌ای	Root	ریشه
Polynomial	چند جمله‌ای	Radicant	عدد زیر رادیکال

Index of the root شمارهٔ ریشگی

چنین بخوانید :

x^2	x Square x to the Second Power
y^3	y Cube y to the third
z^{-5}	z to the minus five .
$\sqrt[3]{a}$	the Cube root of A
$\sqrt[5]{a^2}$	the fifth root of A Square.
$A = 4x^2 - 5(x-3)$	A is equal to four x square minus five times x minus 3 .

اشتباه از چیست!

۱ـ به‌این اتحاد نگاه کنید:

$$\sqrt{x-y}=\sqrt{x-y}$$

این که درست است. حال‌می‌توانیم آن راچنین بنویسیم:

$$\sqrt{x-y}=\sqrt{-1(y-x)}=\sqrt{-1}\,\sqrt{y-x}$$

و بـا قرار دادن i به جای $\sqrt{-1}$ این اتحاد را بـه دست بیاوریم :

$$\sqrt{x-y}=i\sqrt{y-x}$$

تساوی‌فوق به ازاء جمیع مقادیری‌که به‌جای x و y قرار دهیم درست است ، بنابراین یك‌بار به‌جای x می‌گذاریم a و به جای y می‌گذاریم b، نتیجه می‌شود :

$$\sqrt{a-b}=i\sqrt{b-a} \qquad (1)$$

ویك‌بار دیگر به‌جای x می‌گذاریم b و به‌جای y می‌گذاریم a، نتیجه می‌شود:

$$\sqrt{b-a}=i\sqrt{a-b} \qquad (2)$$

حال‌دوطرف‌دورابطهٔ ۱و۲رادرهم‌ضرب‌می‌کنیم، می‌شود:

$$\sqrt{a-b}\cdot\sqrt{b-a}=i^2\sqrt{b-a}\cdot\sqrt{a-b}$$

پس‌ازتقسیم‌کردن‌دوطرف این تساوی یك‌باربر $\sqrt{a-b}$ وبار دیگر بر $\sqrt{b-a}$ نتیجه می‌شود :

$$1=i^2$$

یا

$$1=-1$$

به‌طور قطع صحت این تساوی مورد تردید شماست ، در صورتی‌که دربارهٔ نخستین تساوی شکی درمیان نبود. پس‌درجایی اشتباهی رخ‌داده است. این‌اشتباه درکجاست؟

***

۲ـ این اتحاد به‌ازاء جمیع مقادیر n برقراراست،این طور نیست ؟

$$(n+1)^2=n^2+2n+1$$

از دوطرف تساوی $2n+1$ راکم‌می‌کنیم، می‌شود :

$$(n+1)^2-(2n+1)=n^2$$

باز از دو طرف تساوی $n(2n+1)$ را کم می‌کنیم ، می‌شود :

$$(n+1)^2-(2n+1)-n(2n+1)=n^2-n(2n+1)$$

به‌هردوطرف $\frac{(2n+1)^2}{4}$ رااضافه می‌کنیم، می‌شود:

$$(n+1)^2-(n+1)(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}=n^2-n(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}$$

اینك‌هردوطرف مجذورکاملند ومی‌توان چنین نوشت:

$$\left[(n+1)-\left(\frac{2n+1}{2}\right)\right]^2=\left[n-\left(\frac{2n+1}{2}\right)\right]^2$$

واز آنجا به‌دست‌آورد :

$$n+1-\left(\frac{2n+1}{2}\right)=n-\left(\frac{2n+1}{2}\right)$$

که‌باحذف $-\frac{2n+1}{2}$ ازدوطرف تساوی حاصل شود:

$$n+1=n$$

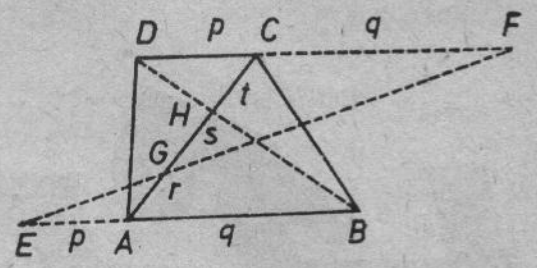
یا

$$1=0$$

آیا این نتیجه درست است. پس اشتباه درچیست؟

***

۳- به ذوزنقهٔ ABCD درشکل زیرین نگاه کنید:



قاعدهٔ کوچك که برابر p است به‌اندازهٔ قاعده بزرگتر (q) وآن یکی به‌اندازهٔ قاعدهٔ کوچکتر (p) امتداد داده شده وانتهای آنها بهم‌وصل گردیده است. قطر AC به‌وسیلهٔ خطوطی که درشکل رسم شده است به‌سه قطعه تقسیم شده که همان طور که درشکل می‌بینید آنهارا با r وs وt مشخص کرده‌ایم.

درمثلث ABH وCDH داریم: HCD∠=HCB∠ و HDC∠=HBA∠ (∠ علامت زاویه است). بنابراین دو مثلث متشابهند وازآنجا:

$$\frac{DC}{AB}=\frac{HC}{HA}$$

یا

$$\frac{p}{q}=\frac{t}{r+s} \qquad (۱)$$

به‌همین‌ترتیب می‌توان ثابت کرد که دومثلث EAG و FCG متشابهند وبه‌دست آورد:

$$\frac{AF}{CF}=\frac{AG}{GC}$$

یا

$$\frac{p}{q}=\frac{r}{s+t} \qquad (۲)$$

از مقایسهٔ روابط ۱و۲ نتیجه می‌شود:

$$\frac{p}{q}=\frac{t}{r+s}=\frac{r}{s+t}$$

که‌ازآنجا می‌توانیم بااستفاده‌ازخاصیت چندنسبت‌متساوی چنین بنویسیم:

$$\frac{p}{q}=\frac{t-r}{r+s-(s+t)}=\frac{t-r}{r-t}=\frac{-(r-t)}{r-t}=-۱ \qquad (۳)$$

از این رابطه چنین معلوم می‌شود که:

$$p=-q$$

یا

$$p+q=۰$$

فراموش نکنید که p وq طولهای دوقاعدهٔ ذوزنقه بودند واین تساوی یعنی مجموع طولهای دوقاعدهٔ ذوزنقه برابر است باصفر. آیا عجیب نیست؟ لابد اشتباهی رخ داده است. اشتباه درکجاست؟

اشتباه از این است
(مربوط به شمارهٔ ۱۰)

۱- در مرحلهٔ دوم آنجاکه از تساوی $\sqrt{\frac{-۱}{۱}}=\sqrt{\frac{۱}{-۱}}$ تساوی $\frac{\sqrt{-۱}}{\sqrt{۱}}=\frac{\sqrt{۱}}{\sqrt{-۱}}$ را می‌نویسیم اشتباه‌رخ می‌دهد، چه ما بدینوسیله قانون تقسیم رادیکالها راکه چنین است به‌غلط برای اعداد موهومی به‌کار برده‌ایم:

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

***

۲- اگر دومعادلهٔ دستگاه را تجزیه کنیم به‌دست‌می‌آید:

$$\begin{cases}(x-y)(۲x-y)=٤\\(x-y)(x+۳y)=۹\end{cases}$$

وازاینجا پیداست که‌هرگز x وy نمی‌توانندمتساوی‌باشند. بنابراین نمی‌توان درمعادلهٔ ۲ به‌جای x،y قرار داد.

***

۳- اشتباه در نخستین مرحله است. چه‌وقتی که دوطرف را به‌قوه $\frac{۳}{۲}$ می‌رسانیم، یعنی به‌قوه۳می‌رسانیم وبعدجذرمی گیریم باید علامت ± را در نظر بگیریم. بدین‌ترتیب آخرین رابطه باید چنین باشد:

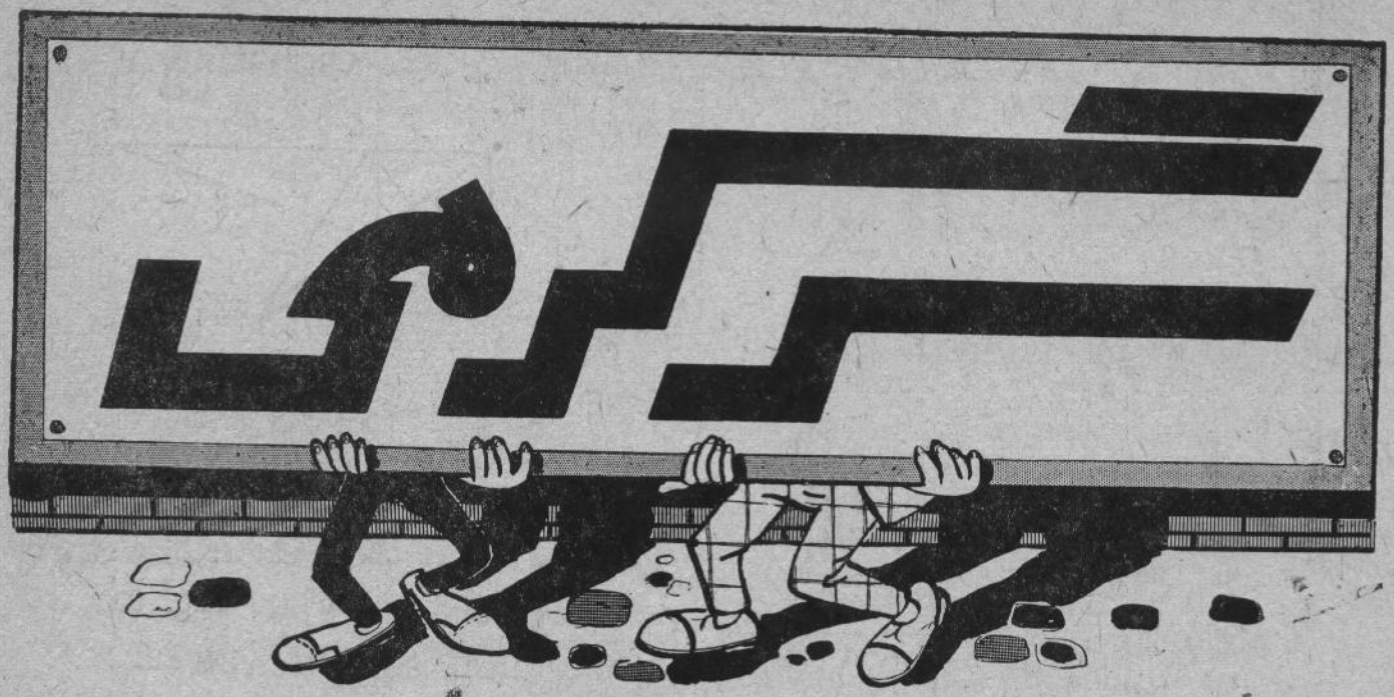
$$(\pm\cos^۳x+۳)^۲=[(۱-\sin^۲x)^{\frac{۳}{۲}}+۳]^۳$$

دراین‌حال، موقعی که‌به‌جای x می گذاریم π، بایدجملهٔ $-\cos^۳x$ را درنظربگیریم ودرنتیجه‌تساوی به صورت $٤^۲=٤^۲$ یا ۱٦=۱٦ درمی‌آید.

***

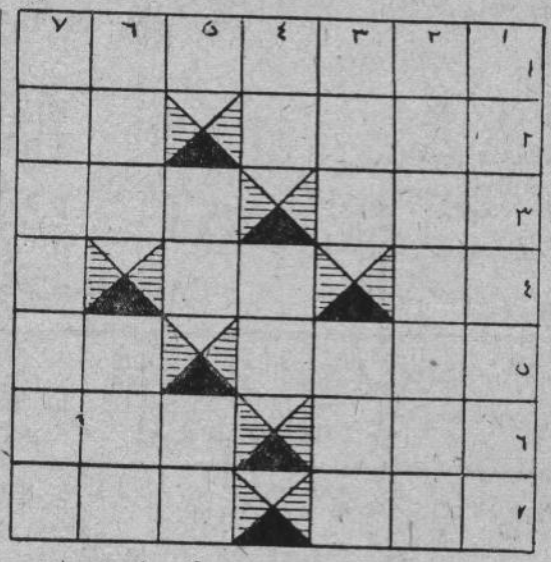
٤- درآخرین مرحله، آنجاکه گفتیم چون‌صورتهای‌این دوکسر متساوی متساویند، مخرجهایشان نیز بایدباهم متساوی باشد، اشتباه رخ داده است. زیرا در مورد این دوکسر که صورتهایشان هردوبرابر صفراست این نتیجه‌گیری غلط است. اماصفربودن صورتها، یعنی‌صفربودن $AC^۲-AB.AD$ از تشابه‌دومثلث ABC وADC به‌دست می‌آید. چه از این تشابه می‌توانیم بنویسیم $\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{AC}$ وازآنجا:

$$AC^۲-AB.AD=۰$$



جدول کلمات متقاطع

طرح از : پرویز معتمدی آذری دیپلمهٔ هنرستان صنعتی



افقی : ۱ـ ریاضیدان و مهندس معروف که نقطهٔ اتکائی می‌خواست تازمین را بلند کند. ۲ـ عددی است و باحذف دوحرف اول بازهم همان‌عدد باشد ـ این‌عدد و ده‌برابرش با یك‌حرف‌شروع شده و در تعداد حروف متساویند. ۳ـ اگر نیمهٔ آخرش‌افزوده شودتازه ناتمام‌گردد ـ هم نام‌فلز وهم‌عددترتیبی است. ٤ـ عدد نادوحرف متشابه‌ـپایهٔ دستگاه عددنویسی‌معمولی. ٥ـهندسه‌ـدان معروف‌یونانی صاحب قضیهٔ‌مربوط به‌خطوط متناسب ـ درروی شکل با پیکان مشخص می‌شود. ٦ـ نصف متلاشی‌ـ توان دارد. ۷ـ اگریك حرف دیگر داشت متناسب باشتابی بود که به جسم می‌دهد ـ واحد اندازه‌گیری.

قائم : ۱ـ دانشمند معروفی که فضای فیزیکی راچهار بعدی دانست. ۲ـ باحذف‌حرف اول‌ریاضیدان‌بزرگ ایرانی‌معروف به‌غیاث‌الدین. ۳ـ مبنای دستگاه عددنویسی‌نزدکلدانیها‌ـ وارونهٔ علمی خرافی ومربوط به‌اعداد. ٤ـ نتیجهٔ قوهٔ جاذبهٔ ماه است ـ یك‌سوم ازیك دست‌کم دارد. ٥ـ عددی که‌رقم هم‌حساب می‌شود ـ نمره‌ای که نصفش را نداده‌اند. ٦ـ درواحدهای اندازه‌گیری به‌عنوان یك دهم به‌کار می‌رود ـ طول کروی در مختصات افقی. ۷ـ نوع شاخهٔ بینهایت منحنی بدون‌مجانب.

از جمله مسائل مربوط به برش

نقل از کتاب

« ریاضیات، رمزو جادو »

صفحهٔ کاغذ به شکل مستطیل و به بعدهای ۱۳ و ۹ سانتیمتر را به دوقطعه چنان تقسیم کنید و این دو قطعه را چنان پهلوی هم قراردهید که مربعی معادل با مستطیل اول به دست آید.

مسئلهٔ خرید اسب

نقل ازکتاب «مشکلات‌العلوم»

فرستنده : محمد شریف‌زاده

پنج نفر تصمیم گرفتند اسبی بخرند. اولی به دومی گفت اگر چهار خمس مالت را به من بدهی اسب‌را می‌خرم. دومی به سومی‌گفت اگر سه‌خمس مالت را به‌من بدهی اسب را می‌خرم. سومی به‌چهارمی گفت اگر دوخمس مالت را به من بدهی اسب را می‌خرم. چهارمی به پنجمی گفت‌اگر خمس مالت را به‌من بدهی اسب را می‌خرم. پنجمی به اولی گفت اگر سدس مالت به من بدهی اسب را می‌خرم : پیداکنید قیمت اسب ومال هریك‌را.

شعرو عدد مربوط به شمارهٔ قبل

۱۰ باربگفتمت که ۹ یار مگیر
با ۸ مباش و ۷ دلدار مگیر

با ٦ به‌کرشمه و با ٥ به‌جنگ
٤ و۳ و۲ ولکن و ۱ یار بگیر

ی	س	د	ی	ل	ق	ا		
ل	ی	ک				م	ک	
ل	ص	ا		ر				
ی	د	ر		س	و	ر	ا	س
ح				و		س	و	
ت	ا	ل	د	ا	ع	م	ل	ح

حل جدول شمارهٔ قبل

بینهایت .... (بقیه از صفحهٔ ٦)

آمد . مثلا اگر ما تمام اعداد طبیعی را دنبال یکدیگر نوشته وزیر هر عدد مجذور آن را بنویسیم داریم :

$$1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } \ldots n \ldots$$
$$1 \text{ و } 4 \text{ و } 9 \text{ و } 16 \text{ و } \ldots n^2 \ldots$$

این دو مجموعه می‌توانند یك به یك با هم مقابله‌شوند ، بنابراین می‌توانیم بگوییم که به تعداد اعداد طبیعی مجذورهای اعداد طبیعی وجود دارد . **گالیله** نیز در سال ١٦٤٠ به این مطلب پی برده بود ، اما کانتور برای نخستین بار آن را به صورت یك حساب جدید درآورد .

ماهم قصد داریم که این حساب جدید را امتحان کنیم ، امّا بهتر است که قبلا پاره‌ای از مجموعه‌ها که به طور وضوح معادل بامجموعهٔ اعداد طبیعی است بشناسیم :

$$\begin{matrix} 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } \ldots \text{ و } n \text{ و } \ldots \\ 2 \text{ و } 4 \text{ و } 6 \text{ و } 8 \text{ و } \ldots \text{ و } 2n \text{ و } \ldots \end{matrix} \qquad (2)$$

دوردیف‌اعداد بالا نشان می‌دهد که به‌اندازهٔ اعدادطبیعی،اعداد مثبت زوج وجود دارد ، اما بازمی‌توان نوشت :

$$\begin{matrix} 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } \ldots \text{ و } n \text{ و } \ldots \\ 1 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } 7 \text{ و } \ldots \text{ و } 2n-1 \text{ و } \ldots \end{matrix} \qquad (3)$$

که نشان می‌دهد که به اندازهٔ اعداد طبیعی، اعدادفرد مثبت وجود دارد .

کانتور شمارهٔ اعداد طبیعی و نیز کلیهٔ مجموعه‌هایی که قابل مقابلهٔ یك به یك با اعداد طبیعی باشند باعلامت $\aleph_0$ نشان داد ($\aleph$ به نام‌الف‌وحرف‌اول‌الفبای‌عبری‌است)ازآنچه‌طبق‌شماره‌های ٢ و ٣ نوشته شده است چنین بر می‌آید که مجموعهٔ اعداد فردومجموعهٔ اعداد زوج هر یك دارای $\aleph_0$ عضو می‌باشد ،اما همین اعداد فرد وزوج مثبت، برروی هم تمام اعداد طبیعی را تشکیل می‌دهند که آن هم دارای $\aleph_0$ عضو است . بنابر این ما هم مانند کانتور این نتیجه را به دست می‌آوریم :

$$\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \quad \text{یا} \quad 2\aleph_0 = \aleph_0$$

اکنون ساده است که نشان دهیم که $\aleph_0 = 3\aleph_0$ ، چه :

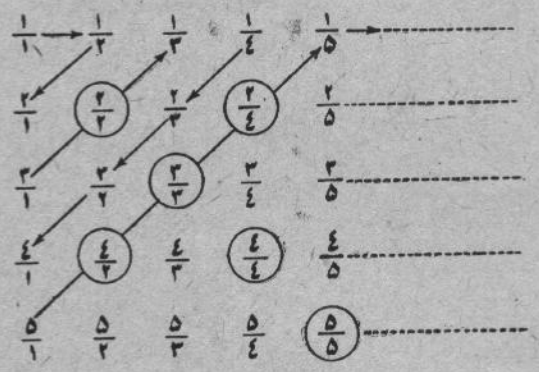
$$3\aleph_0 = \aleph_0 + 2\aleph_0 = \aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$$

این نتیجه که در اینجا به دست آمد باحساب ماکه قبلا دیدیم اختلاف زیادی ندارد، امانبایدفراموش کرد که‌حساب بینهایت کانتورقواعددیگری‌غیر ازحساب معمولی‌دارد. دومجموعه‌ای‌راکه درشمارهٔ٢هریك‌داری $\aleph_0$عضواست‌درنظرمی گیریم. اگراعدادی‌از ردیف‌بالارادرنظربگیریم که درردیف پایین موجود نیست‌وآن‌را مجموعهٔ‌تفاوتها بنامیم، این‌مجموعه دارای‌همان‌عضوهایی‌است که مجموعهٔ ردیف دوم شمارهٔ ٣ دارد . بنابراین خودداری $\aleph_0$ عضو است . پس اختلاف دومجموعهٔ بینهایت خود ممکن است که یك مجموعهٔ بینهایت باشد . از طرف‌دیگر اگر مجموعهٔ‌تفاوتها را در دو مجموعهٔ زیر به دست‌آوریم :

$$1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4 \text{ و } \ldots \text{ و } n \text{ و } \ldots$$
$$3 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 6 \text{ و } \ldots \text{ و } n+2 \text{ و } \ldots$$

فقط دو عدد ١ و ٢ حاصل می‌شود که نشان می‌دهد که اختلاف دو مجموعهٔ بینهایت ممکن است شامل عده‌ای محدود عضو باشد . در حقیقت مجموعه $\aleph_0 - \aleph_0$ ممکن است که‌شامل هرعده عضو از صفر تا $\aleph_0$ باشد. بااین حال ماآنقدرها خام نیستیم که اشتباه ریاضیدانان گذشته را مبنی بر طرد بینهایت تکرار نماییم .

یکی ازنتایج شگفت انگیزی‌که کانتور به دست آوردآن بود که به‌اندازهٔ اعداد طبیعی اعدادگویا وجود دارد . وی‌این مطلب را به وسیلهٔ مقایسهٔ یك به یك میان دو مجموعه به شرح زیر نتیجه گرفت :



تمام اعداد گویایی‌که مقدار مساوی‌آن قبلادراین جدول آمده است در دایره قرار گرفته‌اند تا به این ترتیب هر عدد گویا فقط یك مرتبه در این جدول به حساب آید . پیکانها برای راهنمایی مقایسهٔ یك به یك اعداد طبیعی به‌کار رفته است . بنابراین١ با $\frac{1}{1}$ تطبیق می‌کند٢ با $\frac{1}{2}$ و ٣ با $\frac{2}{1}$ و ٤ با $\frac{3}{1}$ و ٥ با $\frac{1}{3}$ و ٦ با $\frac{1}{4}$ الی آخر . و چون در مقابل هر کسر جدول یك عدد از اعداد طبیعی‌را می‌توان قرار داد، نتیجه می‌شود که درست $\aleph_0$ عدد گویا وجود دارد. و این‌نتیجه‌ای بود که وقتی که کانتوربرای‌نخستین بار آن را اعلام کرد، بسیاری از دانشمندان ریاضی را متحیرساخت .

در نظر اول به نظر می‌رسد که تمام مجموعه‌های بینهایت معادل با مجموعهٔ اعداد طبیعی هستند و بی نتیجه خواهد بود که یك علم حساب برای مجموعه‌های بینهایت بناکنیم .کانتور نشان دادکه چنین نیست. وی ثابت‌کرد که تعداد اعدادحقیقی بین صفر و یك ازشمارهٔ اعداد طبیعی بیشتر است . باید درنظر داشت که اعداد حقیقی بین صفر و یك شامل اعدادی از قبیل $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\sqrt[3]{\frac{7}{31}}$ که گویا نیستند نیز می باشد . البته

به خاطر دارید که تعداد دو مجموعهٔ بینهایت وقتی متساویند که یك مقابلهٔ یك به یك بین عنصرهای آن دومجموعه برقرار باشد. چنانکه خواهیم دید چنین مقابله‌ای همواره عملی نیست. قبلا دو مجموعه به‌جملات زیر را در نظر بگیرید:

۱ و ۲ و ۳ و ٤ و ....

۱ و ۲ و ۳ و ٤ و ٥ و ....

این دو مجموعه دارای خاصیت مقابلهٔ یك به یك نیستند چه در مقابل عدد یك از مجموعهٔ پایین ، عددی، در مجموعهٔ بالا یافت نمی‌شود . اما هیچ اشکالی ندارد که هریك ازعنصرهای مجموعهٔ دوم را یك جمله به سمت راست حرکت دهیم ؛ به این ترتیب دارای خاصیت مقابلهٔ یك به یك خواهند شد . یعنی در مقابلهٔ یك به یك جمیع ترتیبهای ممکن را باید در نظر گرفت. برای رفع این شبهه کانتور ثابت کرد که اگر اعداد طبیعی بین صفر و یك را به هر ترتیب به نویسیم ، نخواهیم توانست آنها را به مقابلهٔ یك به یك با اعداد طبیعی درآوریم . برای اثبات این مطلب کانتور با روش برهان خلف چنین استدلال کرده است :

فرض کنیم که که به‌اندازهٔ اعداد طبیعی اعداد حقیقی بین صفرویك وجود دارد . در چنین صورتی تمام اعداد حقیقی بین صفر تا یك را می توان به ترتیب دلخواهی مرتب کرد . نخستین عدد هر چقدر باشد ، می توان مقدار آن را به صورت یك کسر اعشاری که تعداد ارقام آن بینهایت است نوشت . این کسر اعشاری را که ممکن است مانند ۰٫۷۵۰۰۰۰۰۰ که بیشتر ارقامش صفر است باشد به صورت $0{,}a_1a_2a_3\ldots$ نشان داد . به همین ترتیب دومین عدد را با $0{,}b_1b_2b_3\ldots$ و سومین عدد را با $0{,}c_1c_2c_3\ldots$ نشان می‌دهیم و به محض آنکه الفبایی را که می‌نویسیم تمام شد ، الفبای دیگری به کار می‌بریم . بنابراین تمام اعداد صفر تا یك را به ترتیب زیر می‌توان نوشت :

$0{,}a_1a_2a_3a_4\ \ldots$

$0{,}b_1b_2b_3b_4\ \ldots$

$0{,}c_1c_2c_3c_4\ \ldots$

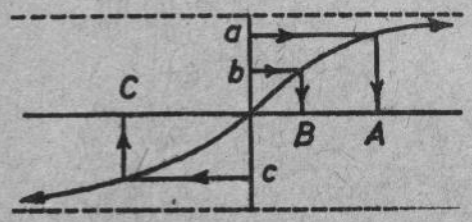
$0{,}d_1d_2d_3d_4\ \ldots$

کانتور نشان داد که بدین ترتیب عددی وجود دارد که در سلسلهٔ اعداد فوق به‌حساب نیامده است، چه اگر عددی فرض کنیم که رقم اول اعشاری آن مخالف رقم اعشاری عدد اول و رقم دوم آن مخالف b_2 و رقم سوم آن مخالف c_3 و رقم چهارم آن مخالف d_4 و به همین ترتیب رقم nام آن مخالف رقم nام عدد nام باشد ، چنین عددی درسلسله اعداد فوق موجود نیست، بنابراین فرض اینکه تمام اعداد بین صفر تا یك در مقابلهٔ یك به یك با اعداد طبیعی باشند محال است . پس تعداد اعداد حقیقی بین صفر و یك بیشتر از تعداد اعداد طبیعی است.

کانتور شمارهٔ اعداد حقیقی بین صفرویك را باحروف C نشان داد . نتایجی که مربوط به‌مجموعهٔ C می‌باشد از نتایج حاصل از مجموعه $\aleph$ جالبتر و شگفت انگیزتر است . فرض کنیم که اعداد ازصفر تا یك را به‌وسیلهٔ نقاط واقع بر یك قطعه خط یك سانتیمتری نشان دهیم. کانتور از خاصیت مقابله استفاده کرد و نتیجه گرفت که تعداد نقاطی که روی یك قطعه خط دوسانتیمتری واقع‌شده برابر تعداد نقاط یك قطعه خط یك سانتیمتری است. شما هم می‌توانید همین نتیجه را به‌دست آورید . کافی است که یك قطعه خط یك سانتیمتری و یك قطعه خط دوسانتیمتری بکشید و دوسریکی را به دوسردیگری وصل کنید تادوخط حاصل در نقطه p تلاقی نمایند. هر نقطه ازخط اول را به نقطهٔ p وصل کرده امتداد دهید تا خط دوم را دریك نقطه قطع نماید و بر عکس .

بنابراین درمقابل هر نقطه ازخط اول یك نقطه ازخط دوم ودر مقابل هر نقطه از خط دوم یك نقطه از خط اول می‌توان یافت . واین نشان می‌دهد که دوقطعه خط دارای یك عده نقطه می‌باشند .

شکل زیر راهی است که هر نقطه ازیك قطعه خط دوسانتیمتری را درمقابل یك نقطه ازیك خط نامحدود قرار می‌دهد و برعکس. خط نامحدود افقی و قطعه خط یك سانتیمتری به طورقائم رسم شده است. منحنی که درشکل رسم شده یك منحنی اختیاری است به‌قسمی که ازچپ به‌راست همواره رو به‌طرف بالا باشد و ضمناً به خطوط نقطه‌چین مجانبی‌وار نزدیك گردد .پیکانها نشان می‌دهند که چگونه هر نقطه یك قطعه خط دوسانتیمتری مطابق با یك نقطه خط نامحدود گردیده است. برای اینکه درمقابل هر نقطه ازخط نامحدود نقطه‌ای ازقطعه خط دوسانتیمتری بیابید کافی است جهت پیکانها راعوض کنید.



همچنان که C عدد بینهایتی بزرگتر از $\aleph$ است بینهایتهایی بزرگتر از C وجود دارد و همچنان که عددی را به عنوان بزرگترین عدد نمی‌توان نام‌برد ، بزرگترین بینهایت را هم نمی‌توان مشخص کرد .

حال که تا اندازه‌ای با بینهایت آشنا شده‌اید، می‌خواهیم مسئله‌ای برای‌شما طرح کنیم. لوله‌ای شیب‌دار فرض کنید که بر-

بالای سبدی قرار گرفته واز داخل آن توپهای پینگ پونگ به داخل سبد می‌ریزند. این توپها به‌محض جداشدن ازلوله‌دارای شمارهٔ ترتیبی می‌شوندکه از یك شروع می‌شود . یك‌دقیقه قبل ازظهر توپهای شمارهٔ ۱ تا ۱۰ داخل سبد می‌ریزند. موجودی که دارای نیروی فوق انسان است و مااورا **فوق‌بشر** می‌نامیم نیم‌دقیقه قبل ازظهر بالای سبد می‌رسد و توپ شمارهٔ ۱ را از سبد بیرون می‌آورد و دراین حال‌توپهای شمارهٔ ۱۱ تا ۲۰ به داخل سبدمی‌ریزند. این فوق بشر در $\frac{1}{4}$ دقیقه‌به‌ظهر توپ‌شمارهٔ ۲ را از سبد بیرون می‌آورد و درهمین‌لحظه توپهای به شمارهٔ ۲۱ تا ۳۰ داخل‌سبد می‌ریزند. $\frac{1}{8}$ دقیقه قبل ازظهر توپ شمارهٔ ۳ را ازسبد بیرون می‌آورد و توپهای شمارهٔ ۲۱ تا ۴۰ ازلوله به‌سبد می‌ریزند. اگر این عمل به‌همین ترتیب که ازنظرزمان یك‌تصاعد هندسی است ادامه یابد ، درساعت ۱۲ظهر چند توپ در سبد باقی می‌ماند ؟

لابد خواهید گفت خیلی، چون درمقابل هریك توپ که فوق‌بشر برمی‌دارد ۱۰ توپ به‌داخل‌سبد می‌ریزد . ولی جواب این‌نیست توجه کنید.

سبد درساعت ۱۲خالی است اگرچه درهربار ۱۰ برابر توپهایی که از سبد خارج شده داخل سبدریخته است. چون‌توپها دارای‌شماره‌بوده‌است‌می‌توان‌فرض‌کرد که‌این فوق‌بشر توپهارا به ترتیب‌شماره ازسبد خارج می‌کند. مثلاتوپ n‌ام را در $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ دقیقهٔ قبل‌ازظهرازسبدخارج‌می‌کند. بنابراین‌تعداددفعاتی که این فوق‌بشر ازسبد توپ خارج می‌کند برابر است باتعداد جملات هندسی : $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \ldots\ldots$ که به‌همان اندازهٔ تعداد اعداد طبیعی ، یعنی توپهایی است که در سبد می‌ریزد.

به‌عنوان مسئلهٔ دوم فرض کنیم که درهمان مسئلهٔ قبل‌فوق‌بشر ما دارای رفیقه‌ای بوده که به وی خیانت‌کرده واو راکور نموده است . بدین‌لحاظ وقتی که او می‌خواهد توپی‌را از سبد بیرون آورد نمی‌داند این توپ دارای‌چه‌شماره‌ای است. به‌این ترتیب اگر مثل مسئلهٔ قبل، درهمان‌فواصل، ۱۰ توپ بـاهمان شماره‌ها بـه داخل سبد ریخته شود و یك توپ کـه شمارهٔ آن معلوم نیست از سبد خارج گردد، در ساعت ۱۲ چند توپ در سبد می‌ماند ؟

جواب ـ این سؤالی است که جواب مشخص ندارد. اگر تصادفاً توپهای خارج‌شده به‌شمارهٔ‌ترتیب ازیك به بعد مانندمسئلهٔ قبل‌خارج‌شود، سبد درساعت۱۲ خالی‌است. البته حالات‌دیگری هم وجود داردکه اگر به‌آن ترتیب هم توپهااز سبد خارج‌شود، سبد درساعت ۱۲ خالی گردد. اما اگر توپهای خارج‌شده بـه شماره‌های ۲و۴و۶..... باشندتوپهای‌به‌شماره ۱و۳و۵..... درسبد باقی‌می‌ماند . ترتیبهای دیگر برای خارج‌کردن توپها می‌توانید فکرکنیدکه هرتعداد ویا هرشمارهٔ دلخواهی ازتوپها درسبد بماند .

آنچه دربالا گفته شد، سفرنامهٔ کوتاهی بودبه‌بینهایت . همان‌طورکه قطعاً حدس زده‌اید مافقط توانسته‌ایم به‌گوشه‌ای‌از بینهایت ناخنك بزنیم. بابـه‌کار بردن قانون مقابلهٔ یك به یك کانتور، اصل«کل‌بزرگتراست ازهریك از اجزاء خود»مطرود می‌شود ووقتی فکرما از این بندرهائی یافت ، دنیای ریاضیات مجرد نوینی دربرابر دیدگان ماگسترده می‌گردد.

● ● ●

آیا شما هم می‌توانید؟

به این قالبها نگاه کنید :

۲۴+۳=۲۷	۹+۹=۱۸
۲۴×۳=۷۲	۹×۹=۸۱

۴۹۷+۲=۴۹۹	۴۷+۲=۴۹
۴۹۷×۲=۹۹۴	۴۷×۲=۹۴

شاید اعداد دیگری نیز باشند که به این قالبها بخورند . آیا شما هم می‌توانید بـا آنها چنین قالبهایی بسازید ؟

اینشتاین (بقیه از صفحهٔ ۹)

این امر فریضه‌ای بود. این دانشمند بزرگ دوست نداشت که افراد خانواده‌اش به‌موسیقی او گوش فرادارند. اگر ما را می‌دید از نواختن باز می‌ایستاد. وگرنه تالار پر می‌شد از نواهای خوش‌آهنگ، از آهنگهای پیچیده‌ودشوار، از یك نوای شبانی‌واز قطعات **موتسارت**، **برامس**، **باخ**، (که‌مورد تکریم دانشمند بزرگ بود) **شوبرت** و **بتهوون**.

گاهی وقتی که به‌در نزدیك می‌شدم، آهنگ خوش مرتجلانه‌ای می‌شنیدم که بی‌نقشه و بی‌تهیهٔ قبلی نواخته می‌شد. اندیشه‌هایی بود که به‌وسیلهٔ موسیقی بیان می‌گردید. غالباً آلبرت را می‌دیدم که دست از پیانو می‌کشید در حالی که صورتش حالتی ناشی از یك درون ژرف وجذبه وجد نشان می‌داد.

موسیقی برای اینشتاین به‌قسمی که بعضی وانمود کرده‌اند یك امر فرعی نیست بلکه جزئی ازوجود او به‌شمار می‌رود. برای او پیانو یا ویولن زدن نوعی از متجلی ساختن اندیشه با یك وسیلهٔ ماشینی است.

برای او موسیقی در آغاز روز محیطی مساعد به وجود می‌آورد. بعضی صبحها آلبرت ویلونش را برمی‌داشت و مدت یك ساعت بلکه بیشتر نوتهای یکنواخت یك گام را از پایین به‌بالا وازبالا به‌پایین تکرار می‌کرد و واضح بود که به‌این طریق و با تهیهٔ این مقدمه، اوج گرفتن افکار او آسانتر می‌شد.

در اینجاهم همان منبع، یا بهتر آن باشد که گفته‌شود، همان تأثیری که انگیزهٔ پژوهشهای اینشتاین بود مداخله دارد و آن تصدیق حکومت قانون هم‌آهنگی (هارمونی) برجهان بی‌پایان است.

وقتی که اینشتاین سررا چنان برروی ویولن خم می‌کند که گویی می‌خواهد سیمهای آن‌را ازهم بازبشناسد، حالت بسیار دقیق اوحکایت ازپذیرفتن این قوانین می‌کند.

***

پیك حیرت‌انگیز روزانه

پس ازآنکه اینشتاین صبحانهٔ خودرا، که همیشه ساده و مرکب ازقهوه ونان‌سوخته و تخم‌مرغ بود، صرف می‌کرد منشی اونزدوی می‌آمدونامه‌هایی راکه تاصبح‌رسیدبود به‌تالارغذاخوری می‌آورد.

تعدادنامه ها گاهی‌چندان زیاد بودکه دربان، که«اتو» نام داشت، مجبور بود آنها را درچندکیسه به بالا بیاورد. از هرگوشه جهان‌نامه می‌رسید، ازژاپن، کلکته، مادرید، کالیفرنیا پاریس، لندن، رم، و ازطرف مردمی از هرطبقه و هرنژاد، از همکارانی که مسائل ریاضی را مورد بحث قرار می‌دادند، و از بیگانگانی که پول، کار، کمك یاحمایت می‌طلبیدند.

اینشتاین مانند یك غیبگوی جهانی است که هرکس به‌خود حق‌می‌دهد باوی‌مشورت کند. علاوه‌برنامه‌ها تعداد باور نکردنی نسخه‌های خطی کتابهایی بودورباره مطالب ادبی، فلسفی، علمی، شبه علمی.

روزی یك نسخهٔ خطی رسید که‌از کاغذهای رنگارنگ‌تهیه شده بود وروی آنها بامداد سرخ وآبی نوشته بودند. اینشتاین آن‌را برداشت ونگاهی به‌نوشته‌های آن افکند و درحالی که کلافه شده‌بود به‌منشی خودگفت:

«نگاه کنید، روکاس، بگمانم فقط دیوانه‌ها نسخه‌های خطی خودرا برایم می‌فرستند.»

گاهی تعداد نامه‌ها آنقدر بود که هلن‌دوکاس از عهدهٔ منظم کردن آنها برنمی‌آمد و دست به دامن السا می‌شد، زیراکه نامه‌ها باید مرتب و خلاصه شود و بعد به‌نظر اینشتاین برسد. نامه‌ها ازطرف هرملتی که‌روی زمین زندگی‌می‌کردبود و به ناچار بعض ازآنهارا به‌مترجمان می‌دادند. روی‌میزها، عسلیها، صندلیها، همه‌جا پراز نامه بود. اینشتاین با حالت بهت به‌آنها نگاه می‌کرد.

روزی به السا گفت: «این‌جنون دیری نمی‌پاید وبزودی قطع می‌شود. دنیا همین‌طور است، امروز اوج شهرت، فردا حضیض‌فراموشی!

***

دانشمند و پیپش

اینشتاین مخصوصاً پیپ‌می‌کشید. کهنه‌ترین ودودزده‌ترین مجموعهٔ پیپهارا نزد او دیده‌ام. گاه‌به‌گاه پیپ‌تازه‌ای به‌اوتقدیم می‌شود، اماوی خیلی به‌ندرت ازآنها استفاده می‌کند. وقتی‌که در دفترش مشغول کاراست پیپ می‌کشد، وقتی‌هم که‌مشغول‌فکر کردن است یا استراحت می‌کند پیپ‌می‌کشد، درحقیقت دائماً پیپ می‌کشد.

عنصری که مغزوی‌را انباشته است نه‌تنها درقیافه اوصفای بی‌همتایی بخشیده بلکه به‌حرکات‌اوهم حالت خاصی داده است. هریك ازحرکات او حساب شده ومستقیم است. هیچ‌کاری راتند انجام نمی‌دهد. دست چاق و زمخت او حرکاتی سنجیده و منظم‌دارد.

قدر و ارزش هریك از چیزهایی را که به کار می‌برد می‌داند وگویی برای‌آنها احترامی زیاد قائل است. وقتی که خودنویسش را ازجیبش بیرون می‌آورد این‌کار را بادقتی‌توام باظرافت می‌کند. وقتی‌که کارد یا چنگال یا اسباب دیگری را به‌کار می‌برد طرز لمس‌کردن آنها بسیار آرام و سبك و ظریف است، گویی باهر حرکت اواین گفته همراه است که «ببینید چقدر این‌حرکت ساده و صادقانه است وچطور درست به نتیجه می‌رسد. «دوست داشتم که‌کارکردن اورا تماشا کنم، در چنین

حالی شخصیت اورا ازیاد می‌بردم وفقط به‌عمل وطرز انجام‌آن توجه داشتم .

کسانی‌که به اصطلاح «نان را به نرخ روز می‌خورند» عادت دارند که سرپیپشان را درکف دستشان نگاه می‌دارند . هنرمندان لولـه پیپ را خیلی سبك لای انگشتهای دوم و سوم می‌گیرند. اینشتاین لولهٔ پیپ‌خودرا، سیك، مانند آرشهٔ‌ویولن نگاه می‌دارد، یعنی انگشت شست زیر وسه انگشت دیگر بالای آن. راه رفتنش سنگین است وسنگین‌تر می‌شود، اما صدای‌پای اوراکسی نمی‌شنود، زیراکه‌نرم حرکت می‌کند . خیلی‌آهسته وباقاطعیت راه می‌رود، گویی‌بی‌آنکه حرکت‌کند پیش‌می‌رود.

هیچگاه ندیده‌ام، شتابزدگی‌کند ، درست می‌داند چه‌وقت باید برود وکی باید برگردد . هیچگاه از جـا نمی‌پرد و هیچ‌وقت یك‌تصمیم حادآنی یایك‌حرکت بی‌حساب ندارد.هرچه هم‌می‌نویسد دارای دقت‌ریاضی است.

شب،وقتی‌که درمیان‌حلقه‌ای از دوستان صمیمی وفیزیك‌دانان و دانشمندان می‌نشیند هیچ‌وضع تصنعی ندارد. درحالی‌که درصندلی راحتی فرورفته و پیپ را در دهان دارد به‌گفته‌های دیگران گوش‌می‌دهد. دوست دارد داستانهای کوچك بگوید و خوب هم‌می‌گوید. گاهی ناگهان یك‌کلمهٔ عامیانه به‌کار می‌برد. معلوم نیست این‌کلمات را ازکجا یادگرفته است، امابه‌هرحال لغتهای عامیانهٔ همه‌کشورها را بلد است واین امر به صحبت او رنگی‌خاص می‌دهد. یکی از دوستانش روزی‌به‌من گفت «کلمات عامیانه را به‌کار می‌برد زیرا که فهمیده است این کلمات روح گفتگوی مردم عادی‌است.»

«و مادر برلن باهم چنین‌سعادتمند می زیستیم.

ازکتاب زندگی خودمانی اینشتاین
نوشتهٔ دـماریانف وب. واین، یهبر

***

درنظر نزدیکانش چنین بود تصویر مردی بزرگ‌که‌در حیات خود شاهد افتخاری بی‌سابقه و بی‌نظیر گردیدوآن‌اینکه صورت وی را در میان صورتهای نوابغ اعصار مختلف‌درکلیسای **«ریورساید»** نیویورك نقش‌کردند .

وی‌در۲۳ اسفند ۱۲۵۷(=۱٤ مارس۱۸۷۹م) درشهر **اولم**[1] شهرستان **ورتمبرگ**[2] از پدرومادری یهودی‌که جزء توانگران خرده‌پای آلمان بودند چشم‌به‌دنیا گشوده‌بود.خیلی زود به‌فکر افتادکه قوانین ساده‌ای راکه باید برجهان‌حکومت کنند به‌زبان ریاضی بیان‌کند. به‌سال ۱۲۸۳(=۱۹۰۵م) سه مقاله‌مشهوری را منتشر ساخت‌که دریکی ازآنها فرضیه«نسبیت» را پی‌ریزی می‌کرد ودر دومی ازبازگشت فرضیه ذرات‌کوچك به‌صورت «کوانتومهای نور» به‌مبحث‌نور خبرمی‌داد ودر سومی قوانین‌حرکت **براون**[3] رامسجل‌می‌ساخت. ازآن‌پس وی‌فرضیهٔ خودرا تعمیم‌داد. براثرمطالعه درتأثیر نیروی جاذبه‌برنوراصل تعادل‌نیروی جاذبه ونیروی جبر (اینرسی) رابیان‌کرد.

وبه‌موجب این اصل می‌بایستی مسیرپرتوهای نوربراثر نیروی جاذبه‌از خط مستقیم خارج ومنحرف شود. به‌سال۱۳۰۰جایزهٔ نوبل در فیزیك به او داده شد. پس از آنکه در اروپا وجهان سفرهای بسیارکرد سرانجام‌به‌طور قطع در آمریکا اقامت‌گزید و در سال ۲۹ فـروردین ۱۳۳٤ در پرینستن چراغ عمرش خاموش شد.

***

بچه‌وآنچه نـادیدنی است

اینشتاین پنج‌ساله بودکه پدرش قطب‌نمایی را به اونشان داد.خاصیت شگفت‌آور عقربهٔ مغناطیسی دراو سخت تأثیرکرد. باخود اندیشیدکه «پس‌چیزی نادیدنی این‌عقربه را به حرکت درمی‌آورد! ». این‌یکی ازنکاتی بودکه وی‌رامتوجه فکرکردن دربارهٔ خواص مرموزفضای تهی‌کرد .

***

دونوع فیزیکدان

وقتی‌که اینشتاین بـه عضویت آکادمی شاهی علوم پروس پذیرفته شد، یك دانشمندآلمانی اعلام داشت‌که از این‌پس‌درآن انجمن محترم دو نوع فیزیکدان وجود خواهند داشت : یکی اینشتاین ودیگری دیگران.

***

هرجا باشد

قدرت فکری وی به‌حدی بودکه در هرمکان می‌توانست فکرکند، یعنی فکرش‌کارکند . **فیلیپ‌فرانك**حکایت‌می‌کندکه روزی که اینشتاین واو مصمم بودندکه بـاهم به‌دیدن رصدخانه آستروفیزیك**پتسدام** بروندقرارگذاشتندکه،درساعت معین‌روی یکی ازپله‌های برلن یکدیگررا ببینند. پرفسور فرانك‌که‌برلن را خوب بلد نبود نتوانست قول بدهد کـه درست سروقت در میعادگاه باشد. اینشتاین گفت «هیچ اهمیت ندارد، من‌روی پل منتظر خواهم‌بود». چون رفیقش اظهار نگرانی کردکه بیم‌آن می‌رود که وقت اینشتاین زیاد تلف‌شود دانشمند به‌حال اعتراض گفت«ابداً، ابداً!

نوع‌کارمن طوری است‌که همه‌جا می‌شود کارکرد.دلیلی

---

۱) Ulm ۲) Wurtemberg

۳) حرکت ارتعاشی سریع ذراتی‌که دریك جسم‌سیال به‌حال تعلیق‌هستند ودکتر رابرت‌براون اسکاتلندی (۱۱۵۱-۱۲۳٦) آن را کشف کرد .

ندارد که دربارهٔ مسئله‌ای نتوانم روی پله‌پستدام به‌خوبی‌خانه‌ام فکر نکنم.

***

اطمینان

همیشه به‌تفوق فکری خود اطمینان داشت . روز بعد از کسوف سال۱۲۹۷، که در آن پیشگویی وی دربارهٔ انحراف نور ستاره‌ها درحوزهٔ جاذبه خورشید به‌تحقیق پیوست، وقتی به او تبریك گفتند که عکسهایی که در دست دارد دلیل قاطعی برصحت فرضیهٔ اوست باتعجب گفت :

«دلیل»؟دلیل! دلیل‌برای دیگران لازم‌بود، من‌احتیاجی به‌آن نداشتم».

***

جناس لفظی

به موقع از جناس لفظی غفلت نمی‌کرد . زمانی که در پاریس بود روزی در «انجمن فلسفی» ازعقیدهٔ او درباره کانت سوالی کردند.وی‌ازجواب گفتن باادای‌این‌جمله به‌زبان‌فرانسوی، طفره رفت:

۱) Chcuu, vous savez, garde son Kant à soi

***

نفر سوم

روزی کسی به **ادینگتن**[۲] گفت که‌وی، یعنی ادینگتن ، یکی‌ازسه‌نفری است‌که فرضیهٔ نسبیت را فهمیده است، وباکمال تعجب احساس کرد که مخاطب دانشمند او کمی ناراحت شده است و این ناراحتی را حمل برتواضع و فروتنی وی‌کرد. اما ادینگتن زیرلب پرسید: «نفرسوم کیست؟» .

***

چند اندیشه از آلبرت اینشتاین

«هرکس راکه بارغبت باصف و دسته‌بندی به دنبال دستهٔ موزیك به راه می‌افتد خوار می‌شمارم . بی‌شك اشتباهامغزدرسرچنین کسی گذاشته شده است، برای اومغز حرام کافی است .»

***

«دلپذیرترین احساسی‌که ممکن است به آدمی دست‌دهدآن‌است‌که‌در برابر گهوارهٔ هنروعلم‌حقیقی وجود دارد.»

***

«هیچگاه فکر نمی‌کنیم‌که خدا دنیارابه‌بازی آفریده‌باشد.»

***

« نامفهومترین چیز در دنیا آن است‌که دنیامفهوم است .»

***

«اعتقاد به اینکه معیارهای موجود برای عالم هستی عقلایی، یعنی به‌وسیلهٔ عقل قابل درك، هستند خاص محیط دین است. دانشمندی‌که چنین عقیده و ایمانی‌نداشته باشدبرای‌من‌قابل تصورنیست. این‌وضع رامی‌توان به‌وسیلهٔ این تمثیل مجسم ساخت که:«علم بی‌وجود دین شل است ودین بی‌بودن علم‌کور .»

***

اگر برای علوم‌کیهانی جنبهٔ دینی قائل شویم این جنبه نه‌به‌تشکیل اندیشهٔ روشنی دربارهٔ‌خدامنجر می‌شود و نه‌به‌فرضیه‌ای منتهی‌می‌گردد . پس‌چگونه ممکن است‌که چنین جنبه‌ای از فردی به فرد دیگر انتقال یابد؟ به‌نظر من وظیفه اصلی هنرو علم است که چنین احساس رادرکسانی‌که آمادگی برای‌درك وقبول آن دارند بیدارکند و حفظ نماید.

***

---

۱) تلفظ Kant à soi و quant à soi یکی است وعبارت دومی به معنی عقیده شخصی است . معنی تحت‌اللفظی جمله‌ای که اینشتاین گفته است چنین است «می‌دانیدکه هرکس کانتش‌را برای خودش حفظ می‌کند» . و مراد او بااستفاده ازجناس لفظی این نبودکه «می‌دانید عقیدهٔ هرکس برای خودش محفوظ است» .

۲) Eddington

دومین کتاب از مجموعه کتابهای علمی جیبی صدف

خوابیدن ـ خواب کردن
با هیپنوتیزم ـ خواب دیدن

اثر پروفسور ل . روخلین

ترجمهٔ . ع . دخانیاتی

هرچندازدیرزمان بسیاری ازدانشمندان دربارهٔ مسئلهٔ خوابیدن وخواب دیدن به بررسی و تحقیق پرداخته‌اند، معذالك طبیعت وماهیت آن مدتی دراز بلاتوضیح ماند . در این کتاب به این بررسی‌ها اشاره رفته و کیفیت ومعنای خواب وهیپنوتیزم و خواب دیدن در پرتو آخرین آراء علمی روشن وآشکار گشته است

بردانش خود بیفزائید

چهارمین کتاب ازمجموعهٔ کتابهای علمی جیبی صدف

جاذبه

اثر ژرژ گاموف

ترجمهٔ محمود عرب اف

جاذبه؛ قانونی که برجهان حکومت میکند یعنی عاملی که صدبیلیون ستاره رادر کهکشان درکنار یکدیگر نگه داشته، سبب گردش زمین بدورخورشید ویا گردش ماه بدور زمین شده ویاموجب افتادن سیب از درخت و یاسقوط اسفناك هواپیما روی زمین است

درتاریخ درك بشر ازجاذبه نام سه انسان بزرگ ثبت است «**گالیله او گالیله‌ای**» کسی که برای اولین بار اثرجاذبه را درسقوط آزاد اجسام موردمطالعه قرارداد «**اسحق نیوتن**» کسی که ایدهٔ جاذبه را بصورت یك نیروی جهانی بیان کرد «**آلبرت اینشتن**» که نشان دادجاذبه چیزی جزانحنای فضای چهاربعدی زمان ومکان نیست

دراین کتاب این سه مرحله از پیشرفت و تکامل جاذبه را خواهیم دید

پنجمین کتاب ازمجموعهٔ کتابهای علمی ـ جیبی صدف

ساختمان خورشید

اثر آماسویچ

ترجمهٔ روح‌الله عباسی و هوشنگ کریمی

چرااختران میدرخشند ؛چه عاملی بآنها امکان میدهد که مقادیرعظیمی ازنیروهای حرارتی و نورخودرا باقصی نقاط فضای کیهانی گسیل دارند ؛ منشاءانرژی اختری چیست وساختمان خورشیدچگونه است ؛آیاممکن است روزی برسدکه منبع این نیروی فیاض بخشکی گراید و سرانجام ستارگان و خورشید خاموش شوند ؛ اگرچنین احتمالی وجودداشته باشددرچه زمانی اتفاق خواهدافتاد

ازاین مجموعه بزودی منتشر میشود

۱ـ زندگی درفراخنای جهان ـ اثراوندن ـ ترجمهٔ آذرطوسی و روح‌الله عباسی

۲ـ اندازه‌گیری زمان ـ اثر پروفسور زاولسکی ترجمهٔ مهدی تجلی پور

۳ـ داستانهای علمی ـ ترجمهٔ دخانیاتی

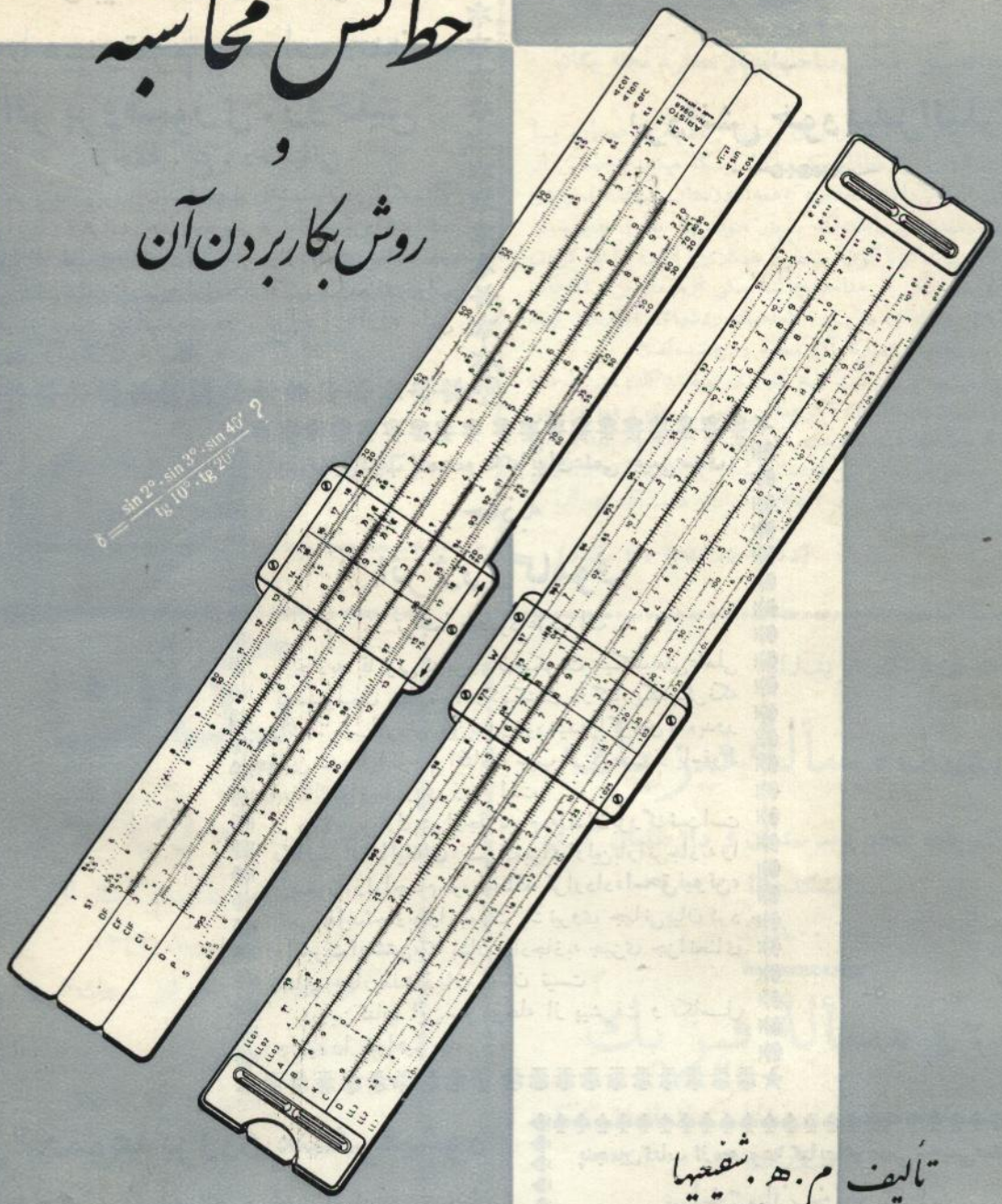
کتابهای جیبی علمی صدف

از انتشارات

شرکت سهامی نشر اندیشه

تهران ـ شاه‌آباد شماره ۹۹ تلفن ۳۰۲۹۶۳

اُصول
خط‌کش محاسبه
و
روش بکاربردن آن



تألیف م. ه. شفیعیها

اصول خط‌کش محاسبه و روش بکار بردن آن کتابی است که در آن طرز به‌کار بردن خط‌کش محاسبه را به طرز کاملا واضح و روشنی برای شما شرح می‌دهد. پس از مطالعه کتاب مزبور متوجه خواهید شد، کسیکه مسلط بر کارهای فکری باشد و عملیاتی را که معمولا در مدت یك دقیقه و نیم (۹۰ ثانیه) انجام می‌دهد چنانچه بر خط‌کش محاسبه مسلط باشد این عملیات را فقط در مدت ۱۰ ثانیه انجام خواهد داد.

از انجائیکه کار کردن باخط‌کش محاسبه خسته‌کننده نیست و مراجعه به آن چندان اشکالی ندارد اگر سرعت عمل را نیز به این نکات اضافه کنیم رجحان استعمال آن به‌خوبی آشکار می‌شود.

این کتاب طوری نوشته است که علاوه بر مهندسین، تکنیسین‌ها و کارگرهای متخصص، فارغ‌التحصیلان مدارس صنعتی و دانش آموزان سالهای پنجم و ششم متوسطه نیز به خوبی می‌توانند از آن استفاده کنند.

N.I.L

انتشارات نیل را بخوانید و ذهن خود را از گنجینه دانش امروز غنی سازید

تهران ـ مخبرالدوله

تلفن ۳۰۴۱۲۸